

「数学SL」 指導の手引き

2014年 第1回試験

「数学SL」 指導の手引き

2014年 第1回試験

ディプロマプログラム (DP)

「数学SL」指導の手引き

2012年3月に発行の英文原本 *Mathematics SL guide* の日本語版
2015年5月発行

本資料の翻訳・刊行にあたり、
文部科学省より多大なご支援をいただいたことに感謝いたします。

注： 本資料に記載されている内容は、英文原本の発行時の情報に基づいています。ただし、ディプロマプログラムの概要を説明している「ディプロマプログラムとは」のセクションに限り、日本語版刊行時現在の新たな情報が反映されています。

非営利教育財団 国際バカロレア機構
(International Baccalaureate Organization)
15 Route des Morillons, 1218 Le Grand-Saconnex, Geneva, Switzerland

発行所
International Baccalaureate Organization (UK) Ltd
Peterson House, Malthouse Avenue, Cardiff Gate
Cardiff, Wales CF23 8GL, United Kingdom

ウェブサイト : www.ibo.org

© International Baccalaureate Organization 2015

国際バカロレア機構（以下、「IB」という。）は、より良い、より平和な世界の実現を目指して、チャレンジに満ちた4つの質の高い教育プログラムを世界中の学校に提供しています。本資料は、そうしたプログラムを支援することを目的に作成されました。

IBは、資料の中で利用する多様な情報源について、情報の正確さと信憑性を確認します。ウィキペディアのようなコミュニティーベースの知識源を使用する際には、特に留意します。IBは知的財産の原則を尊重し、利用する著作物すべてについて刊行前に著作権者を特定し、許諾を得るよう常に努力します。IBは、本資料で利用した著作物に対して許諾をいただいたことに感謝するとともに、誤記および遺漏がありました場合には、可能な限り早急に訂正いたします。

本資料に関するすべての権利はIBに帰属します。法令またはIB内部規則もしくは方針に明記されていない限り、IBの事前承諾書なしに、本書のいかなる部分も、形式と手段を問わず、複製、検索システムへの保存、送信を禁じます。詳しくは www.ibo.org/copyright をご覧ください。

IBの商品と刊行物は、IBストア (<http://store.ibo.org>) でお求めください。ご注文については、販売・マーケティング部にお問い合わせください。

電子メール : sales@ibo.org

International Baccalaureate、Baccalauréat International および Bachillerato Internacional は、
International Baccalaureate Organization の登録商標です。

IBの使命

IB mission statement

国際バカロレア（IB）は、多様な文化の理解と尊重の精神を通じて、より良い、より平和な世界を築くことに貢献する、探究心、知識、思いやりに富んだ若者の育成を目的としています。

この目的のため、IBは、学校や政府、国際機関と協力しながら、チャレンジに満ちた国際教育プログラムと厳格な評価の仕組みの開発に取り組んでいます。

IBのプログラムは、世界各地で学ぶ児童生徒に、人がもつ違いを違いとして理解し、自分と異なる考えの人々にもそれぞれの正しさがあり得ると認めることのできる人として、積極的に、そして共感する心をもって生涯にわたって学び続けるよう働きかけています。



IBの学習者像

すべてのIBプログラムは、国際的な視野をもつ人間の育成を目指しています。人類に共通する人間らしさと地球を共に守る責任を認識し、より良い、より平和な世界を築くことに貢献する人間を育てます。

IBの学習者として、私たちは次の目標に向かって努力します。

探究する人

私たちは、好奇心を育み、探究し研究するスキルを身につけます。ひとりで学んだり、他の人々と共に学んだりします。熱意をもって学び、学ぶ喜びを生涯を通じてもち続けます。

知識のある人

私たちは、概念的な理解を深めて活用し、幅広い分野の知識を探究します。地域社会やグローバル社会における重要な課題や考えに取り組みます。

考える人

私たちは、複雑な問題を分析し、責任ある行動をとるために、批判的かつ創造的に考えるスキルを活用します。率先して理性的で倫理的な判断を下します。

コミュニケーションができる人

私たちは、複数の言語やさまざまな方法を用いて、自信をもって創造的に自分自身を表現します。他の人々や他の集団のものの見方に注意深く耳を傾け、効果的に協力し合います。

信念をもつ人

私たちは、誠実かつ正直に、公正な考えと強い正義感をもって行動します。そして、あらゆる人々がもつ尊厳と権利を尊重して行動します。私たちは、自分自身の行動とそれに伴う結果に責任をもちます。

心を開く人

私たちは、自己の文化と個人的な経験の真価を正しく受け止めると同時に、他の人々の価値観や伝統の真価もまた正しく受け止めます。多様な視点を求め、価値を見だし、その経験を糧に成長しようと努めます。

思いやりのある人

私たちは、思いやりと共感、そして尊重の精神を示します。人の役に立ち、他の人々の生活や私たちを取り巻く世界を良くするために行動します。

挑戦する人

私たちは、不確実な事態に対し、熟慮と決断力をもって向き合います。ひとりで、または協力して新しい考えや方法を探究します。挑戦と変化に機知に富んだ方法で快活に取り組みます。

バランスのとれた人

私たちは、自分自身や他の人々の幸福にとって、私たちの生を構成する知性、身体、心のバランスをとることが大切だと理解しています。また、私たちが他の人々や、私たちが住むこの世界と相互に依存していることを認識しています。

振り返りができる人

私たちは、世界について、そして自分の考えや経験について、深く考察します。自分自身の学びと成長を促すため、自分の長所と短所を理解するよう努めます。

この「IBの学習者像」は、IBワールドスクール（IB認定校）が価値を置く人間性を10の人物像として表しています。こうした人物像は、個人や集団が地域社会や国、そしてグローバルなコミュニティの責任ある一員となることに資すると私たちは信じています。

目次

はじめに	1
本資料の目的	1
ディプロマプログラムとは	2
「数学」の学習	7
ねらい	12
評価目標	13
シラバス	14
シラバスの概要	14
「数学SL」の指導の方法・学習の方法	15
事前に学習すべきトピック	20
シラバスの内容	22
評価	43
ディプロマプログラムにおける評価	43
評価の概要	45
外部評価	46
内部評価	50
付録	59
指示用語の解説	59
表記法一覧	62

本資料の目的

本資料は、「数学SL」を学校で計画、指導、評価するための手引きです。「数学SL」の担当教師を対象としていますが、生徒や保護者に「数学SL」について説明する際にも、ご活用ください。

本資料は、オンラインカリキュラムセンター（OCC）の教科のページで入手できます。OCC（<http://occ.ibo.org>）は、パスワードで保護されたIBのウェブサイトで、IBの教師をサポートする情報源です。また、本資料はIBストア（<http://store.ibo.org>）で購入することもできます。

その他のリソース

教師用参考資料や科目レポート、内部評価のガイダンス、評価規準の説明といったその他のリソースも、OCCで取り扱っています。試験問題例とマークスキーム（採点基準）はIBストアで取り扱っています。

OCCでは、他の教師が作成したり、活用している教育リソースについて情報を得ることができますので、ご活用ください。教師たちによりウェブサイトや本、ビデオ、定期刊行物、指導案などの役立つリソースも提供されています。

2014年 第1回試験

ディプロマプログラムとは

ディプロマプログラム（DP）は16歳から19歳までの大学入学前の生徒を対象とした、綿密に組み立てられた教育プログラムです。幅広い分野を学習する2年間のプログラムで、知識豊かで探究心に富み、思いやりと共感する力のある人間を育成することを目的としています。また、多様な文化の理解と開かれた心の育成に力を入れており、さまざまな視点を尊重し、評価するために必要な態度を育むことを目指しています。

DPのプログラムモデル

DPは、6つの^{グループ}教科が中心となる核（「コア」）を取り囲んだ形のモデル図で示すことができます（図1参照）。DPでは、幅広い学習分野を同時並行して学ぶのが特徴で、生徒は「言語と文学」（グループ1）と「言語の習得」（グループ2）で現代言語を計2言語（または現代言語と古典言語を1言語ずつ）、「個人と社会」（グループ3）から人文または社会科学を1科目、「理科」（グループ4）から1科目、「数学」（グループ5）から1科目、そして「芸術」（グループ6）から1科目を履修します。多岐にわたる分野を学習するため、学習量が多く、大学入学に向けて効果的に準備できるようになっています。生徒は各教科から柔軟に科目を選択できるため、特に興味のある科目や、大学で専攻したいと考えている分野の科目を選ぶことができます。



図1

DPのプログラムモデル

科目の選択

生徒は、6つの教科からそれぞれ1科目を選択します。ただし、「芸術」から1科目選ぶ代わりに、他の教科で2科目選択することもできます。通常3科目（最大4科目）を上級レベル（HL）、その他を標準レベル（SL）で履修します。IBでは、HL科目の学習に240時間、SL科目の学習に150時間を割りあてることを推奨しています。HL科目はSL科目よりも幅広い内容を深く学習します。

いずれのレベルにおいても、さまざまなスキルを身につけますが、特に批判的^{クリティカル}な思考と分析に重点を置いています。各科目の修了時に、学校外で実施されるIBによる外部評価で生徒の学力を評価します。また、多くの科目で、科目を担当する教師が評価する課題（コースワーク）を課しています。

プログラムモデルの「コア」

DPで学ぶすべての生徒は、プログラムモデルの「コア」を形づくる次の3つの必修要件を履修します。「知の理論」（TOK：theory of knowledge）では、批判的^{クリティカルシンキング}思考に取り組みます。具体的な知識について学習するのではなく、知るプロセスを探究するコースです。「知識の本質」について考え、私たちが「知っている」と主張することを、いったいどのようにして知るのかを考察します。具体的には、「知識に関する主張」を分析し、知識の構築に関する問いを探究するよう生徒に働きかけていきます。TOKの目的は、共有された「知識の領域」の間のつながりを重視し、それを「個人的な知識」に結びつけることで、生徒が自分なりのものの見方や、他人との違いを自覚できるよう促していくことにあります。

「創造性・活動・奉仕」（CAS：creativity, activity, service）は、DPの中核です。「IBの使命」や「IBの学習者像」の倫理原則に沿って、生徒が自分自身のアイデンティティを構築するのを後押しします。CASでは、DPの期間を通じて、アカデミックな学習と同時並行して多岐にわたる活動を行います。CASは、創造的思考を伴う芸術などの活動に取り組む「創造性」（creativity）、健康的なライフスタイルの実践を促す身体的活動としての「活動」（activity）、学習に有益であり、かつ無報酬で自発的な交流活動を行う「奉仕」（service）の3つの要素で構成されています。CASは、DPを構成する他のどの要素よりも、「多様な文化の理解と尊重の精神を通じて、より良い、より平和な世界を築く」という「IBの使命」に貢献しているといえるかもしれません。

「課題論文」（EE：extended essay）では、生徒は、関心のあるトピックの個人研究に取り組み、研究成果を4000語（日本語の場合は8000字）の論文にまとめます。EEには、世界を対象に学際的な研究を行う「ワールドスタディーズ」として執筆されるものも含まれます。生徒は、履修しているDP科目から1科目（「ワールドスタディーズ」の場合は2科目）を選び、対象とする研究分野を定めます。また、EEを通じて大学で必要とされるリサーチスキルや記述力を身につけます。研究は、正式な書式で構成された論文に

まとめ、選択した科目にふさわしい論理的で一貫した形式で、アイデアや研究結果を伝えます。高いレベルの研究スキル、記述力、創造性を育成し、知的発見を促すことを目的としており、担当教員の指導のもと、生徒が、自分自身で選択したトピックに関する研究に自立的に取り組む機会となっています。

「指導の方法」と「学習の方法」

D P での「指導の方法」(approaches to teaching) と「学習の方法」(approaches to learning) は、熟慮された戦略やスキル、態度として、指導や学習の場に浸透しています。「指導の方法」も「学習の方法」も、「I Bの学習者像」に示されている人物像と本質的に関連しています。そして、生徒の学習の質を高めると同時に、D Pの最終評価やその先の学びのための礎をつくります。D Pでの「指導の方法」と「学習の方法」には、次のようなねらいがあります。

- ・ 学習内容を教えるだけでなく、学習者を導く存在としての教師のあり方を支援する。
- ・ 生徒の有意義で体系的な探究と、批判的思考や創造的思考を促すため、教師がファシリテーターとしてより効果的な戦略を立てられるよう支援する。
- ・ 各教科のねらい(科目別に掲げる目標以上のもの)と、それぞれの知識の関連づけ(同時並行的な学習)の両方を推進する。
- ・ 生徒が卒業後も積極的に学び続けるために、さまざまなスキルを系統的に身につけるよう奨励する。また生徒が良い成績を得て大学に進学できるよう支援すると同時に、大学在学中の学業の成就や卒業後の成功に向けて準備する。
- ・ D Pでの生徒の体験の一貫性と関連性をよりいっそう高める。
- ・ 理想主義と実用主義が融合したD Pの教育ならではの本質に対して、学校の理解を促進する。

5つの「学習の方法」(思考スキル、社会性スキル、コミュニケーションスキル、自己管理スキル、研究スキルの各スキルを高める)と、6つの「指導の方法」(探究を基盤とした指導、概念に重点を置く指導、文脈化された指導、協働に基づく指導、生徒の多様性に応じて差別化した指導、評価を取り入れた指導)には、I Bの教育を支える重要な価値観と原則が含まれています。

「I Bの使命」と「I Bの学習者像」

D Pでは、「I Bの使命」と「I Bの学習者像」に示された目的の達成に向かって、生徒たちが必要な知識やスキル、態度を身につけられるよう働きかけます。D Pにおける「指導」と「学習」は、I Bの教育理念を日々の実践において具現化したものです。

学問的誠実性

D Pにおける「学問的誠実性」(academic honesty)は、「I Bの学習者像」の人物像を通じて示されている価値観と振る舞いに則しています。学問的誠実性は、指導、学習、そして評価において、各自が誠実で公正であることを促し、他人とその成果物の権利を尊重することを奨励します。また、すべての生徒は学習を通じて身につけた知識や能力を示す機会を等しく得ることが保証されています。

評価のための課題(コースワーク)を含むすべての学習成果物は生徒本人が取り組んだものでなければなりません。学習成果物は生徒自身の独自のアイデアに基づくものであり、他人のアイデアや成果物を用いる場合は出典を明示しなければなりません。教師が課題について生徒に指導する場合や、生徒同士の協働作業を要する評価課題に取り組む際には、必ず、I Bが定めるその教科のためのガイドラインを順守しなければなりません。

I BおよびD Pにおける学問的誠実性について、より詳しくはI B資料『学問的誠実性』、『D P：原則から実践へ』、および同(英語版)『*General regulations: Diploma Programme* (総則：D P編)』を参照してください。D P科目の学校外で実施されるI Bによる外部評価(external assessment)と学校内の教師が評価を手がける内部評価(internal assessment)に関連する学問的誠実性の情報は、本資料の中にも記載されています。

出典を明らかにする

国際バカロレア^{ディプロマ}資格(I B資格)取得志願者は、I Bに提出する評価課題で引用した情報の出典をすべて明らかにしなければなりません。コーディネーターと教師は、このことに留意する必要があります。以下にこの要件について説明します。

I B資格取得志願者は、さまざまな媒体を用いた評価課題をI Bに提出します。その中には、出版物または電子情報として公表された視聴覚資料、文章、図表、画像、データなどの引用が含まれている場合があります。志願者は、他人の成果物やアイデアを用いる場合、参考文献目録の書式として標準的とされる一定の書式に従い、出典を明示しなければなりません。志願者が出典の明示を怠った場合、I Bは規則違反の可能性があると調査を行います。場合によっては、I B最終資格授与委員会(IB final award committee)による処分の対象となります。

I Bは志願者が用いる参考文献目録や本文中の引用の書式については指定せず、志願者の学校の担当者または教師に判断を委ねています。幅広い科目を提供していることや、英語、フランス語、スペイン語の3言語に対応していること、そして多様な参考文献目録の書式があることから、特定の書式を要求することは非合理的かつ制限的です。実際には、ある特定の書式が最も頻繁に使われるかもしれませんが、学校はその科目と使用言語に適した書式を自由に選ぶことができます。その科目のために学校が選ぶ参考文献目録の書式にかかわらず、著者名、発行日、書名、ページ番号などの最低限の情報は明記する必要があります。

志願者は標準的とされる書式を用い、言い換えや要約を含むすべての参考資料の出典を一貫した書式で明示することが求められます。文章執筆の際、生徒は引用符（または、字下げなどのその他の方法）を用いて自分自身の言葉と他人の言葉を明確に区別し、適切な形で引用を示して参考文献目録に明記してください。電子情報を引用した場合、参考文献目録にアクセス日を明記してください。志願者に期待されているのは、参考文献目録の作成の完璧さではありません。すべての出典を明らかに示すことが求められているのです。志願者は、自分自身のものではない出版物や電子情報として公表された視聴覚資料、文章、図表、画像、データなどもすべて出典を明らかにするように必ず指導を受けなければなりません。この場合も参照・引用の適切な書式を用いてください。

学習の多様性と学習支援の必要な生徒への取り組み

IB資格取得志願者で学習支援を必要とする生徒に対して、学校は平等に評価を受けるための配慮と妥当な調整を行わなければなりません。配慮や調整は、IB資料『受験上の配慮の必要な志願者について』および同（英語版）『*Learning diversity in the International Baccalaureate programmes: Special educational needs within the IB programmes*（IB教育と学習の多様性：IBプログラムにおける特別な教育的ニーズ）』に沿って行わなければなりません。

「数学」の学習

はじめに

数学の特徴を簡潔に言い表した表現はいくつもあります。「矛盾なく定義された知識の体系」、「アイデアの抽象的な体系」、「便利な道具」などはその一例です。多くの人々にとってはおそらく、それらが渾然一体となったものが数学といえるでしょう。しかし、私たちが暮らすこの世界を理解するうえで数学の知識が重要な鍵となることは疑いのない事実です。市販の商品を購入するとき、時刻表を調べる時、新聞を読むとき、工程時間を計るとき、長さを目測するときなど、数学は生活のさまざまな場面に顔を出します。また大半の人にとっては、それぞれの職業にも数学が関わっています。視覚芸術を職業とする人は遠近法を学ぶ必要があり、音楽家はさまざまなリズムに内在もしくは介在する数学的な関係を捉えなければなりません。経済学者ならば金融取引の動向を把握する必要がある一方、エンジニアは材料の歪みのパターンを考慮しなければなりません。また科学者であれば、自然界に起こる現象を理解するうえで中心的な役割を担う言語として数学を捉えるでしょう。そのほか、数学の論理的な手法がもたらす難題を楽しむ人、数学的論証が与える知的な刺激を味わう人、数学を美的経験と捉える人もいれば、中には哲学の土台とすら考える人もいます。このように数学が私たちの生活に広く浸透していることに加え、数学とその他の学問分野とのあらゆる学際的なつながりを考えるならば、ディプロマプログラム（DP）を履修する生徒に対して数学を必修教科として課すことは、いたって当然だといえるでしょう。

「数学」の各科目について

個々の生徒のニーズ、関心の対象、および能力はそれぞれ異なります。この点を考慮して、DPの「数学」には4種類の科目が用意されています。これらの科目の対象となる生徒は、数学そのものを深く掘り下げて学習したい生徒や、数学に関連した分野への興味を追求するため数学への理解を深めたい生徒、数学への理解をある程度深めると同時に他の教科への数学的なアプローチをもっとよく理解できるようになりたい生徒、自らの学習や日常生活と数学との関わりをよく認識できていない生徒などさまざまです。各科目は、特定の生徒集団のニーズに対応することを念頭に構成されています。そのため、個々の生徒にとって最も適切な科目が選択されるよう十分に配慮することが必要です。

科目の選択に際しては、以下の点を考慮するよう個々の生徒に指導します。

- ・ 生徒本人の数学の学力と、その生徒が学習成果を上げることが可能な数学のタイプ

- ・ 生徒本人の数学に対する関心と、その生徒が強い関心をもち続けられそうな数学の分野
- ・ DPの枠組みの中でその生徒が選択した他の科目
- ・ 生徒本人の学修計画（特に、将来学びたい科目）
- ・ 生徒本人が希望する職業

教師は、科目の選択を手助けするとともに生徒に助言を与えることが求められます。

数学スタディーズSL

「数学スタディーズSL」は、標準レベル（SL）の内容のみを扱う科目です。レベルの位置づけは「数学SL」と同等ですが、対応するニーズは異なります。この科目では数学を応用することに重点が置かれ、統計的手法の学習に最も多くの時間があてられます。対象となるのは、数学に関する予備知識や能力がさまざまなレベルの生徒たちです。生徒はこの科目を通じて、重要な概念や手法を学ぶと同時に、数学の多彩なトピックについて理解を深めることができます。また、さまざまな状況設定の下で問題を解く能力や、より精練された数学的推論を発達させる能力を身につけることができるほか、批判的思考の力を高めることも可能です。さらに個別的な課題では、データの収集、分析、評価などの個人研究を基に課題レポートの作成に取り組みます。この科目を履修する生徒は主に、社会科学、人文科学、語学、芸術といった方面を進路として考えています。そうした生徒には、「数学スタディーズSL」の中で学習した統計学や論理的な推論を、将来の研究において必要とする機会があるかもしれません。

数学SL

「数学SL」は、数学の基本的な概念に関する知識がすでにあり、かつ簡単な数学的手法を正しく応用するための技能を備えた生徒を対象としたものです。この科目を履修する生徒の多くは、将来、化学や経済学、心理学、経営学といった分野を専攻するのに備えて、数学の予備知識が一定程度必要になることを念頭に置いていると考えられます。

数学HL

「数学HL」は、数学に関する予備知識が豊富であり、かつ優れた解析技能や専門的技能を幅広く身につけた生徒を対象としたものです。履修者の大半は、将来、大学で数学そのもの、または物理学や工学、応用科学など数学を扱う比重が大きい学科を専攻することを希望していると考えられます。ただし、中には数学に強い関心があり、数学の難題に挑戦することや問題に取り組むことに楽しみを覚えるという理由でこの科目を履修する生徒もいるでしょう。

発展数学HL

「発展数学HL」は、上級レベルの内容のみを扱う科目です。数学に関する予備知識がきわめて豊富で、優れた解析技能や専門的スキルを幅広く身につけており、なおかつ数学に対する関心が非常に強い生徒が対象となります。履修者の多くは、将来、大学で数学そのもの、または数学を扱う比重が大きい学科において、数学を研究することを希望していると考えられます。この科目は、生徒が数学のさまざまな分野について深く学ぶと同時に、数学の実用性についても捉えることができるよう意図されています。この科目を履修する生徒は、「数学HL」も履修することが推奨されます。

注：「数学HL」は、大学で数学そのもの、または物理学や工学、応用科学など数学を扱う比重が大きい学科を専攻しようと考えている生徒のための典型的な科目です。必ずしも「発展数学HL」を履修する必要はありません。「発展数学HL」は、数学に対する才能や関心が特に高い生徒を対象とした選択科目です。数学をより広く深く学習することはできますが、数学を専攻するうえで必須の科目ではありません。

「数学SL」について

「数学SL」では、数学的な手法の発達を通じて数学の重要な概念を紹介することに重点が置かれます。これらの概念を生徒に紹介するにあたっては、「数学HL」で要求される数学的な厳密さにはこだわらず、わかりやすく明快に説明することが尊重されます。生徒は、これまでに習得した数学の知識を可能な限り動員して、適切な文脈の下に設定された現実的な問題を解決することが求められます。

一方、数学に対する自立的な学習姿勢を身につける機会として、生徒には内部評価の対象である「数学探究」が課されます。生徒は、吟味された方法でさまざまな数学的活動に取り組み、種々の数学的アイデアを探究することが奨励されます。またこの数学探究を通して生徒は、筆記試験のような時間的制約を受けることなく数学に取り組むことができるほか、数学的アイデアを伝えるために必要なスキルを習得することもできます。

この科目では、「数学HL」のように数学を深く学習することはありません。そのため、数学的に高度な内容の教科の履修を希望する生徒は、「数学SL」ではなく「数学HL」を選択することが推奨されます。

事前の学習経験

数学は積み重ねの教科です。当然ながら、DPの数学科目を履修する生徒の大半は、すでに10年以上にわたって数学を学習してきているでしょう。これまでに学習したトピックは多岐にわたり、指導や学習の方法もさまざまでしょう。そのため生徒は「数学SL」の学習を開始する時点で、すでに幅広いスキルや知識を身につけています。生徒の多くは、

算術、代数、幾何、三角法、確率・統計について、かなりの予備知識があると考えられます。中には、普段から探究的な学習に取り組み、数学においてまとまったレポートなどを仕上げた経験のある生徒もいるかもしれません。

シラバスの冒頭には、「数学SL」を履修するにあたって、あらかじめ学習しておくべきとされるトピックの一覧が記載されています。この一覧の中には一部の生徒にとってなじみのないトピックが含まれることも考えられますが、逆にそれらの生徒にとって学習済みのトピックがシラバスの方に含まれている可能性もあります。教師は、一部の生徒になじみのないトピックを授業計画に組み入れるようにしてください。

MYPとの接続

DPの数学科目を履修するにあたって事前に学習しておくべきトピックは、中等教育プログラム(MYP)の「数学」の指導の手引きにも併記されています。DPの「数学」における指導や学習の方法は、MYPでの方法が土台となっています。具体的には、調査や探究のほか、さまざまな評価方法が含まれます。

OCC上にあるDPの「数学」のページからは、IB資料(英語版)『*Mathematics: The MYP-DP continuum* (数学: MYPからDPへの一貫教育)』(2010年11月)を入手することができます。この資料は、MYPの「数学」からDPの「数学」への移行方法を明確化する必要があるとするIB認定校からの意見を踏まえたもので、MYPとDPとの整合に焦点をあてています。また、MYPの「数学」とDPの「数学」の類似点および相違点についても強調されており、教師にとっては有益な資料です。

「数学」と「知の理論」

IB資料(英語版)『*Theory of knowledge guide* (「知の理論」指導の手引き)』(2006年3月刊)によると、「知るための方法」(ways of knowing)は4種類あるとされますが、いずれの方法も数学の知識を習得するうえで一定の役割を担っているといえます(〔訳注〕2013年刊行の『「知の理論」指導の手引き』では、8つの「知るための方法」が設定されています)。数学の営みは、着想こそ感覚的な認識によってデータから得られるかもしれませんが、その大半を占めるのは推論です。数学者の中には、数学の主題は言語であり、ある意味では普遍的なものであると主張する人もいます。ただ、数学者が数学の中に美しさを見出すことは確かであって、数学の知識を求める際に感性が強力な推進力となり得ることは間違いないようです。

「知識の領域」(areas of knowledge)の1つとして数学が提供しているのは、他の学問分野にはおそらく見られないような確実性だと考えられます。それは数学がもつ「純粹さ」と関わりがあるのかもしれませんが、数学は、その「純粹さ」ゆえに時として現実からかけ離れているようにも見えますが、この世界に関する重要な知見をもたらしてきたこともまた事実です。科学技術の分野では、数学を駆使することがその発展の原動力となってきました。

世界を理解し変革するための手段として強力であることは疑い得ないにせよ、数学は結局のところ、難解な事象です。数学を学習する者は誰もが、ある根本的な疑問に突きあたります。それは、数学の知識が人間の思考とは独立して実在するのかどうかという疑問です。数学の知識は、もともとそこにあって「発見されるのを待っている」のでしょうか、それとも人間が創造したものなのでしょうか。

「知の理論」(TOK)と「数学」に関わるさまざまな問題に生徒の関心を引きつけるだけでなく、「数学」や「TOK」の授業の中で生徒がこうした問題を自ら提起できるよう働きかけることが必要です。その中には、上述のような主張に対する疑問も含まれます。TOKに関わる問題については、シラバスの「関連事項」の欄にその具体例が記載されています。教師は、『「知の理論」指導の手引き』の「知識の領域」で取り上げられている問題について論じてよいでしょう。

数学とその国際的側面

数学はある意味で世界共通の言語です。表記法には若干の違いがありますが、それを別にするれば世界のどの国の数学者もそれぞれの分野でお互いにコミュニケーションをとることができます。数学は政治や宗教、国籍を超越した存在ですが、歴史を振り返ってみると、巨大文明ではその繁栄の一端を数学者が担っていたといえます。数学者がいればこそ、複雑な社会構造や建造物を生み出し、それを維持することができたのです。

情報通信技術の開発が進歩を遂げたのは最近のことですが、数学の情報やアイデアがグローバルに交換されることは新しい事象ではなく、それが数学の発展に重要な役割を果たしてきました。実際、現代数学の基礎を成す概念の中には、はるか昔にアラビア、ギリシャ、インド、中国などの文明で芽生えたものが数多く存在します。教師は、ウェブサイトの年表を用いて、さまざまな文明がもたらした数学上の成果を紹介するとよいでしょう。これらの年表では、数学的な事柄だけでなく、関連する数学者の人物像や彼らが残した業績の歴史的背景にも言及されています。そのため、数学の人間的側面や文化的側面についても理解を深めることができます。

日常の世界における科学技術の重要性は指摘するまでもありませんが、数学が担っている重要な役割は十分に認識されているとはいえません。数学は科学にとっての言語であり、科学技術の発達を広く支えています。その好例がデジタル革命です。デジタル革命によっていま世界は変容しつつありますが、そのすべての基盤となるのが数学の2進法なのです。

現在、数学の普及を促進する国際的な組織は多数存在します。生徒は、数学の国際的な組織が運営しているさまざまなウェブサイトアクセスして、数学の国際的側面に対する理解をより深めるとともに、数学を取り巻くグローバルな問題に取り組むことが推奨されます。

「**国際的な視野**」に関連したグローバルな問題については、その具体例がシラバスの「関連事項」の欄に記載されています。

「数学」（グループ5）のねらい

「数学」（グループ5）に属する科目はいずれも、以下を学習のねらいとしています。

1. 数学を楽しむとともに、数学のもつ優雅さや力を感得する。
2. 数学の原理と本質に対する理解を深める。
3. さまざまな文脈の中で自分の考えを相手に自信をもって明確に伝えられるようにする。
4. 論理的、批判的、創造的な思考力とともに、問題解決に取り組む根気と粘り強さを養う。
5. 抽象化や一般化を実際に行うとともに、その能力を高める。
6. 異なる状況や他の知識の領域、将来の発展に、技能を応用または転移（transfer）できるようにする。
7. テクノロジーの発達と数学の発展が、どのように互いに影響し合ってきたかを捉える。
8. 数学者の業績や数学の応用によって生じる道徳的、社会的、および倫理的な影響を捉える。
9. 数学がもつ普遍性や、その多文化的視点および歴史的視点を認識することにより、数学の国際的側面を捉える。
10. 他の学問分野に対して数学がどのように貢献しているか、また「知の理論」（TOK）における「知識の領域」の1つとして数学がどのように貢献しているのかを捉える。

評価目標

ノンルーティンの問題やオープンエンドの問題、現実世界の問題を含む問題解決は、数学の学習の中心であり、広い範囲の状況における数学的な技能や概念を習得することにもつながります。DPの「数学SL」を履修した生徒は、以下の各項目についてその習熟度を具体的に示すことが求められます。

1. **知識と理解** 自分にとってなじみがあるかないかを問わず、さまざまな文脈の中で、数学に関する事実や概念、手法を頭に思い浮かべ、適切なものを選び、活用する。
2. **問題解決** 現実的な文脈および抽象的な文脈の中で、問題を解決するために、数学の技能や結果、モデルに関する知識を思い浮かべ、適切なものを選び、活用する。
3. **コミュニケーションと解釈** 一般的な現実の文脈を数学の文脈に置き換え、その文脈を説明し、紙と鉛筆またはテクノロジーを使って数学的な図式やグラフを描いたり、略図にしたり、作図したりして、解法、解答、および結論を標準化された表記法を用いて記録する。
4. **テクノロジー** 新しいアイデアを探究したり、問題を解決したりするために、テクノロジーを正確に、適切に、かつ効果的に使用する。
5. **推論** 正確な記述、論理的な演繹および推理の使用を通じて、数式の演算によって数学的議論を構成する。
6. **探究的方法** それまで自分にあまりなじみのなかった抽象的な状況および現実的な状況について、情報を整理して分析し、予想を立て、結論を導き、その妥当性を検証するなど、詳細な調査を行う。

シラバスの概要

シラバスの構成	授業時間
	S L
すべてのトピックが必修です。生徒は、シラバスにある各トピックにおいて、この手引きに記載されているサブトピックをすべて学習する必要があります。また、「事前に学習すべきトピック」に記載されているトピックになじんでいることも求められます。	
トピック1 代数	9
トピック2 関数と方程式	24
トピック3 三角関数と三角法	16
トピック4 ベクトル	16
トピック5 確率・統計	35
トピック6 微分・積分	40
「数学探究」 「数学S L」における内部評価は、生徒が個別に取り組む「数学探究」を対象に行われます。「数学探究」では、数学の1つの分野について研究を行い、その成果を課題レポートにまとめます。	10
総授業時間数	150

「数学SL」の指導の方法・学習の方法

DPの「数学SL」の学習全般を通じて、生徒が数学という学問分野の方法論や実践について理解を深めることができるよう働きかけることが求められます。そして、「**数学的探究**」「**数学的モデリングと応用**」「**テクノロジーの利用**」という3つの過程を適切に導入する必要があります。これらの過程は「数学SL」の学習全般に用いられるべきであり、それぞれの過程を別々に扱うべきではありません。

数学的探究

「IBの学習者像」では、実験、課題設定、発見を通じた学習が奨励されています。通常、IBの授業における生徒は、単に指示に従うのではなく、学習活動に主体的に参加することで、数学を学習するべきです。そのため教師は、数学的探究を通じて学習する機会を生徒に提供する必要があります。図2は、この方法を図式化したものです。

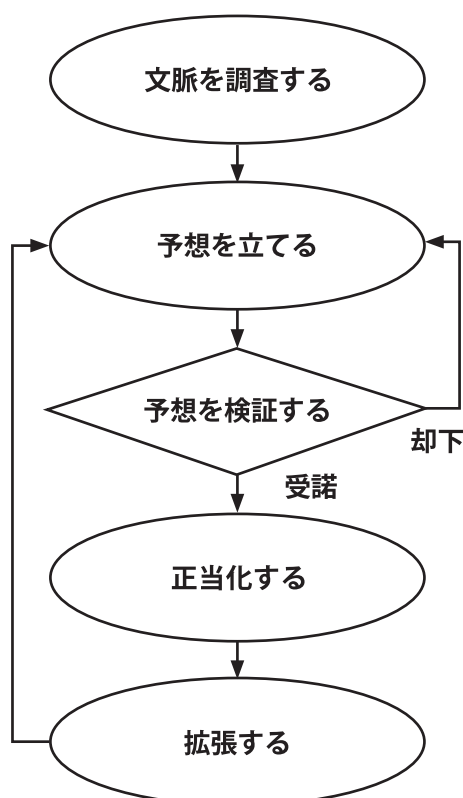


図2

数学的モデリングと応用

生徒は、現実世界の問題を解決するために、数学を用いることができるべきです。数学的モデリングの過程を生徒に推奨することが、こうした機会を提供することになります。生徒は、モデルを開発し、適用するとともに、そのモデルを批判的に分析します。図3は、その方法を図式化したものです。

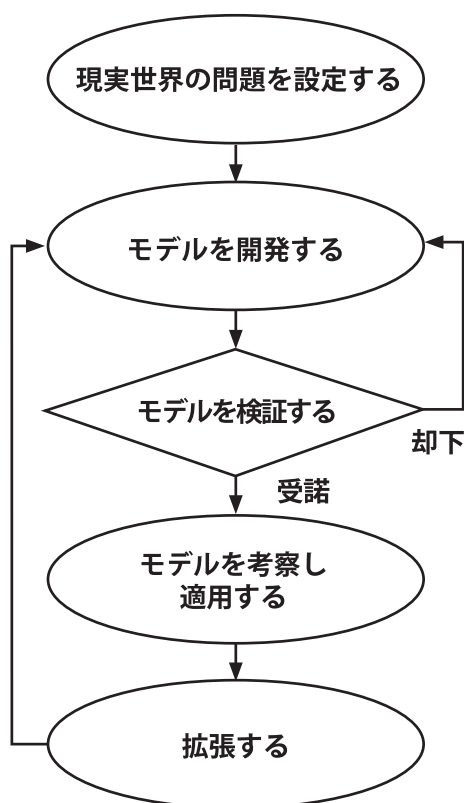


図3

テクノロジー

テクノロジーは、数学の指導や学習を進めるうえで強力な道具です。テクノロジーを利用すれば、物事を視覚化しやすくなり、生徒が数学的な概念を理解する手助けにもなります。また、データの収集や記録、整理、分析にも役立つほか、生徒はより幅広い問題状況に取り組むことができるようになります。テクノロジーの利用は、生徒が考察し、推論し、問題を解決し、意思決定をするような、興味のある問題の文脈における生徒の取り組みの可能性を広げるのです。

教師は、「**数学的探究**」「**数学的モデリングと応用**」「**テクノロジーの利用**」というつながり合ったテーマを相互に結びつけるにあたって、最初は十分な指導を行い、その後段階を追って、生徒がより自立的に探究と考察を行えるよう導いていくことが必要です。IBの生徒は、数学の言語を使ったコミュニケーション能力を高めるよう努めなければなりません。

ん。そのため教師には、生徒が失敗を恐れず新たな試みに挑戦しやすい学習環境をつくり出すことが求められます。

教師は、生徒が学習している数学の内容を、他の教科や現実の世界、中でも関連性の強いトピックや生徒の関心が高いトピックに関連づけて説明することが推奨されます。また、日常の問題や疑問を授業に取り入れることで、生徒の意欲をかき立てるとともに、学習の題材と日常との関わりを生徒に見失わせないようにすることも必要です。シラバスの「関連事項」の欄にはその提案が記載されています。「数学探究」は、現実世界における数学の有用性、現実世界と数学との関連性、および現実世界において数学が登場する場面について詳しく研究するためのもので、この科目のもう1つの特色を成しています。そこで重視されるのは、数学的な表現形式（例えば、公式、図式、グラフなど）とそれに付随する説明とを駆使したコミュニケーションです。そのためDPの「数学」では、特に、モデリング、調査、考察、個人の主体的な取り組み、および数学的コミュニケーションに重点を置いて授業を進める必要があります。

DP科目の「指導の方法」^{アプローチ}に関する詳細については、IB資料『DP：原則から実践へ』（2014年6月刊）を参照してください。教師を支援するため、OCCにはさまざまな資料が用意されています。また、IBのウェブサイトには、専門性を高めるための教員研修の詳細が記載されています。

シラバスの形式

- ・ **内容** この欄には、各トピックで扱われるサブトピックが列記されています。
- ・ **詳細** この欄には、「内容」の欄に列記されている個々のサブトピックについての詳細が記載されています。これが、最終試験の内容を明確にしています。
- ・ **関連事項** この欄には、「数学SL」のねらいに関連する有用な事柄に加え、議論のための提案、現実世界の具体例、さらなる調査のためのアイデアなどが記載されています。**これらの提案は、単にサブトピックの紹介や説明のための手引きであって、すべてを網羅したものではありません。**「関連事項」の欄には、次のような項目があります。

応用	現実世界の具体例や、関連するDPの他教科について
ねらい8	サブトピックの道徳的、社会的、倫理的な意図について
国際的な視野	国際的な視野との関連性
「知の理論」(TOK)	議論のための提案

「関連事項」の欄の中には、参照先として他教科の「指導の手引き」にあるシラバスが指定されている箇所がありますが、これらの参照先は2012年現在刊行されている版の手引きであることに留意してください。

シラバスに関する留意点

- ・ シラバスの中に公式が記載されるのは、曖昧さが生じるおそれのある箇所に限定されます。「数学SL」で必要な公式についてはすべて「数学公式集——数学SL」に記載されています。
- ・ 「テクノロジー」という表現は、利用可能なさまざまな電卓またはコンピューターに対して使用されます。ただし、試験での使用が許可されるテクノロジーについては制約があります。詳しくは、該当する資料を参照してください。
- ・ 「解析」および「解析的方法」という表現は原則として、テクノロジーを利用しない方法を指す場合に用いられます。

授業計画

シラバスに記載された6つのトピックすべてを指導する必要がありますが、必ずしも「指導の手引き」に記載されている順序どおりに指導を行う必要はありません。教師は、生徒のニーズに対応できるように授業計画を組み立てるとともに、「事前に学習すべきトピック」に記載されている項目を必要に応じてその授業計画の中に組み入れることが求められます。

「数学探究」の取り組み

「数学探究」(mathematical exploration)に関わる取り組みはすべて、授業時間の中に組み入れることが必要です。その詳しい方法については、内部評価に関するセクションおよび教師用参考資料に記載されています。

時間配分

標準レベル(SL)のために推奨されている授業時間は、150時間です。「数学SL」の場合、「数学探究」の取り組みに10時間を割りあてることになっています。この「指導の手引き」に示されている時間配分はおおよその目安であり、シラバスの各項目の指導に割りあてられる残りの140時間をどのように配分するかを一例として示したものです。ただし、それぞれのトピックに対し厳密にどれだけの時間を割りあてるのかについては、各生徒の予備知識や準備の程度などさまざまな要素に左右されます。そのため教師は、生徒のニーズに応じて時間調整を行うことが必要です。

電卓の使用

生徒には、履修期間中、グラフ電卓を使用することが求められます。その機能要件は技術の進歩に合わせて見直され、各学校には最新の情報が提供されます。教師および学校は、電卓の使用方針に則って電卓が使用されているかを監督しなければなりません。試験で使用が許可される電卓の種類については、その規定がIB資料『DP手順ハンドブック』に記載されています。その他の詳細情報については、IB資料（英語版）『*Mathematics HL/SL: Graphic display calculators teacher support material*（数学HL/SL：グラフ電卓に関する教師用参考資料）』（2005年5月刊）に記載されているほか、OCCでも閲覧できます。

IB資料『数学公式集——数学SL』

試験の際は、各生徒の手元にこの公式集の書き込みのされていないコピーが1部ずつ用意されていなければなりません。教師は履修開始当初から、生徒がこの公式集の内容に習熟できるよう配慮することが求められます。学校には、この公式集をIBISまたはOCCからダウンロードし、誤植がないかをチェックしたうえで、生徒全員分のコピーを用意する責任があります。

教師用参考資料

この「指導の手引き」は、「教師用参考資料」（TSM：teacher support material）と併せて活用してください。「教師用参考資料」は、教師を対象とした「数学探究」の概要と計画および評価に関する資料です。また、このほか、試験問題例、マークスキーム（採点基準）などがあります。

指示用語と表記法一覧

試験問題には、IBの表記法および指示用語が何の説明もなく使用されます。そのため教師と生徒は、それらの意味を十分に理解しておく必要があります。巻末の付録「指示用語の解説」と「表記法一覧」を参照してください。

事前に学習すべきトピック

「事前の学習経験」で述べたように、生徒は全員、数学について豊富な学習経験をもっていますが、その内容は生徒によって異なると考えられます。「数学SL」の試験では、下記のトピックに関する知識を前提とした問題が出題されるため、「数学SL」を履修する生徒は、試験に臨むまでに下記のトピックの内容になじんでいることが必要です。また教師は、履修開始時点で下記のトピックの中に生徒になじみのないトピックがある場合には、そのトピックを授業のできるだけ早い段階で取り上げるようにしなければなりません。さらに、生徒がすでに身につけている数学の知識を考慮しながら、「数学SL」の授業計画を適切に組み立てることも求められます。次の表は、「数学SL」を修了するうえで、シラバスの内容とともに習得することが必要不可欠な知識をまとめたものです。

なお生徒は、国際単位系（SI）における長さ、重さ、時間の単位、およびそれらから導出される単位になじんでいることが必要です。

トピック	内容
数	<ul style="list-style-type: none"> ・ 整数、小数、および分数に関する加減乗除について、計算の順序を含め、自在に行う ・ 簡単な正の指数 ・ 根号を含む式の簡略化 ・ 素数と因数（約数）（最大公約数と最小公倍数を含む） ・ 相似に関連した比、百分率、および割合の簡単な応用 ・ 絶対値 a の定義と基本的な扱い方 ・ 概数、小数の近似、および有効数字（誤差の評価を含む） ・ 標準的な記数法（科学的記数法）による数の表記：$a \times 10^k$ ($1 \leq a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$)
集合と数	<ul style="list-style-type: none"> ・ 集合、元、全体集合、空集合、補集合、部分集合、集合の相等、および互いに素である集合の各概念とその記法 ・ 集合の演算：和集合と共通集合 ・ 交換法則、結合法則、分配法則 ・ ベン図 ・ 数の体系：自然数、整数 (\mathbb{Z})、有理数 (\mathbb{Q})、無理数、実数 (\mathbb{R}) ・ 集合の表記法および不等式を用いた数直線上の区間を表現する方法。数直線および集合の表記法を用いて1次不等式の解集合を表現する方法 ・ ある集合から別の集合への写像。順序対の集合、表、図式、およびグラフを使った説明

トピック	内容
代数	<ul style="list-style-type: none"> ・ 簡単な代数式（2次式を含む）の変形（因数分解および展開） ・ 簡単な公式の置換、値計算、および組み合わせ（他の教科、特に理科で扱う事柄を例として取り上げる） ・ 一次関数とそのグラフ、傾き、およびy切片 ・ 分数式の加法および減法 ・ 順序関係：$<$、\leq、$>$、\geqの性質 ・ 1変数の方程式および不等式（有理数係数の場合も含む）の解法 ・ 2変数の連立方程式の解法
三角法	<ul style="list-style-type: none"> ・ 度を単位とする角度の測定、コンパスの方位と方位角 ・ 直角三角形の三角比、三角形の問題を解くための簡単な応用 ・ 三平方の定理とその逆
幾何	<ul style="list-style-type: none"> ・ 簡単な幾何学的変換：平行移動、対称移動、回転移動、拡大。倍率の概念を含む合同と相似 ・ 円、中心、半径、面積、円周。「弧」「扇形」「弦」「接線」「弓形」という用語 ・ 平面図形の周りの長さおよび面積。三角形および四角形（平行四辺形、ひし形、長方形、正方形、たこ形、台形を含む）の性質。複合図形 ・ 角柱、角錐、球、円柱、円錐の体積
座標幾何	<ul style="list-style-type: none"> ・ 点、直線、平面、および空間に対する次元の概念を含む初等的な平面幾何学。直線を表す方程式 $y = mx + c$ ・ 直線の平行と垂直 ($m_1 = m_2$, $m_1 m_2 = -1$) ・ 簡単な平面幾何学 ・ xy平面：座標 (x, y)、原点、座標軸 ・ xy平面および3次元における線分の中点と2点間の距離
確率・統計	<ul style="list-style-type: none"> ・ 記述統計学：生データの収集、図表（円グラフ、絵グラフ、樹葉図、棒グラフ、折れ線グラフなど）によるデータの表示 ・ 離散型データおよび連続型データから、平均値、中央値、最頻値、四分位数、範囲、四分位範囲などの簡単な統計値を求める方法 ・ 同様に確からしい事象の確率の計算

シラバスの内容

トピック1 ― 代数

9時間

このトピックでは、生徒に代数の基本的な概念や応用例を紹介することをねらいとします。

内容	詳細	関連事項
1.1 <ul style="list-style-type: none"> ・ 等差数列と等差級数、有限な等差級数の和、等比数列と等比級数、有限および無限な等比級数の和 ・ シグマの表記法 ・ 応用 	<ul style="list-style-type: none"> ・ いくつかの方法で数列をつくり出し、それを表示する場合には、テクノロジーを使ってもよい ・ 2.6の指数関数と関連づける ・ 具体例として、複利計算や人口増加などを挙げる 	国際的な視野 チェスにまつわる言い伝え (セッサ・イブン・ダヘル) 国際的な視野 アリヤバータが「代数の父」とされることもある。アル＝フワーリズミーと比較する。 「知の理論」(TOK) ガウスはどのような方法で1から100までの整数の和を求めたか。数学的直観が厳密な証明の基礎になるという考え方について話し合う。 「知の理論」(TOK) 「無限」の概念の妥当性について議論する。L・クロネッカーなどの有限主義者は、「数学の対象は、自然数に有限回の操作を施して構成されるもの以外には存在しない」と見なす。 (次ページへ続く)

内容	詳細	関連事項
1.2 <ul style="list-style-type: none"> ・ 指数および対数の初等的な扱い方 ・ 指数法則、対数法則 ・ 底の変換 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 例：$16^{\frac{3}{4}} = 8$, $\frac{3}{4} = \log_{16} 8$, $\log_2 32 = 5 \log_2 (2^3)^4 = 2^{12}$. ・ 例：$\log_4 7 = \frac{\ln 7}{\ln 4}$, $\log_{25} 125 = \frac{\log_5 125}{\log_5 25} \left(= \frac{3}{2} \right)$ ・ 2.6 の対数関数と関連づける 	(前ページからの続き) 「知の理論」(TOK) ゼノンの二分法のパラドックスとは何か。数学的な事実はどの程度、直観に由来し得るか。 応用 「化学」 18.1 (pHの計算) 「知の理論」(TOK) 対数は発明されたものか、それとも発見されたものか(このトピックは教師が「数学の本質」についてじっくり考える機会となる)。
1.3 <ul style="list-style-type: none"> ・ 二項定理：$(a+b)^n$, $n \in \mathbb{N}$ の展開 ・ パスカルの三角形と $\binom{n}{r}$ による二項係数の計算 <p>以下は必須ではない</p> <ul style="list-style-type: none"> - 順列の厳密な扱いと P_r に関する公式 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 定理を説明する中で、数え上げの原理を用いてもよい ・ $\binom{n}{r}$ は、公式とテクノロジーの両方を使って求めることができなければならない ・ 例：$y = 6^x C_r X$ と入力し、表から係数を読みとって $\binom{6}{r}$ を求める ・ 5.8 の二項分布と関連づける 	ねらい8 パスカルの三角形、ある数学的事実を最初に発見したとされている数学者が実際とは異なる事例。 国際的な視野 いわゆる「パスカルの三角形」は、パスカルが登場するはるか以前から中国で知られていた。

トピック2 ― 関数と方程式

24時間

このトピックでは、数学全体に共通するテーマとして関数の概念を詳しく説明すること、また関数の手法をさまざまな数学的状況に応用することをねらいとします。このトピックの内容を発展させたり応用したりする場合には、解析的手法について説明するよりも、できる限りテクノロジーを活用することが推奨されます。筆記試験では、シラバスの内容に明示されていない関数のグラフを図示するよう求める問題が出題されることがあり、その場合生徒は適切な表示画面を選択する必要があります。関数が陽関数の場合は、一次関数 $y = ax + b$ との合成関数に関する問題が出題されることもあります。

内容	詳細	関連事項
2.1 <ul style="list-style-type: none"> 関数の概念 $f: x \mapsto f(x)$ 定義域、値域、像 (値) 合成関数 恒等関数、逆関数 f^{-1} <p>以下は必須ではない</p> <ul style="list-style-type: none"> 定義域の制限 	<ul style="list-style-type: none"> $x \mapsto \sqrt{2-x}$ の場合、定義域は $x \leq 2$、値域は $y \geq 0$ グラフは、値域を視覚化する場合に有効 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$ 筆記試験で逆関数を求める問題が出題されるのは、1 対 1 対応の関数についてのみ 	<p>国際的な視野 関数概念の発達、ルネ・デカルト (フランス)、ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライブニッツ (ドイツ)、レオンハルト・オイラー (スイス)</p> <p>「知の理論」(TOK) 0 は「無し」と同義か。 「知の理論」(TOK) 数学は形式的な言語か。</p>

内容	詳細	関連事項
2.2 <ul style="list-style-type: none"> ・ 関数のグラフとその式 $y=f(x)$ ・ 関数グラフを描く技能 ・ 最大値と最小値、切片、切片、水平方向および垂直方向の漸近線、対称性、定義域と値域のようなグラフを特徴づける主要な要素を調べる ・ テクノロジーを使って、特に明示されていない関数も含むさまざまな関数のグラフを描く ・ 直線 $y=x$ に対する $y=f(x)$ のグラフの鏡像としての $y=f^{-1}(x)$ のグラフ 	<p>注： 2つの指示用語「描きなさい」(draw)と「略図を描きなさい」(sketch)との違いに言及する</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ トピック2に記載されているすべての関数を含む簡単な関数に対しては、解析的方法を用いることも求められる ・ 6.3の極大点および極小点と関連づける 	<p>応用 「化学」11.3.1 (大まかなグラフを描くことと解釈)、地理的技能</p> <p>「知の理論」(TOK) 数学的概念の視覚的な表現はどの程度正確か(一般的な関数や現象に関する情報を伝達する手段としてのグラフの限界。表現方法の妥当性)。</p>
2.3 <ul style="list-style-type: none"> ・ グラフの変換 ・ 平行移動：$y=f(x)+b$, $y=f(x-a)$ ・ 両方の軸に対する対称移動：$y=-f(x)$, $y=f(-x)$ ・ 垂直方向に p 倍：$y=pf(x)$ ・ x 軸方向に $\frac{1}{q}$ 倍：$y=f(qx)$ ・ 合成変換 	<ul style="list-style-type: none"> ・ テクノロジーを用いてこれらの変換を調べる ・ ベクトル $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ による平行移動とは、水平方向右側へ3だけ、垂直方向下側へ2だけ、それぞれ移動することを意味する ・ 例：$y=x^2$ を y 軸方向に3倍した後、ベクトル $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ による平行移動を行うと $y=3x^2+2$ が得られる 	<p>応用 「経済」1.1 (供給曲線と需要曲線のシフト)</p>
2.4 <ul style="list-style-type: none"> ・ 2次関数 $x \mapsto ax^2+bx+c$ のグラフと y 切片 $(0, c)$、対称軸 ・ $x \mapsto a(x-p)(x-q)$ のとき、x 切片は $(p, 0)$ と $(q, 0)$ ・ $x \mapsto a(x-h)^2+k$ のとき、頂点は (h, k) 	<ul style="list-style-type: none"> ・ I Bの試験を受ける生徒は、ある形式から別の形式に変形できることが求められる ・ 2.3の変換、2.7の二次方程式と関連づける 	<p>応用 「化学」17.2 (化学平衡の法則)</p> <p>応用 「物理」2.1 (運動学)</p> <p>応用 「物理」4.2 (単振動)</p> <p>応用 「物理」9.1 (HLのみ) (放物運動)</p>

	内容	詳細	関連事項
2.5	<ul style="list-style-type: none"> ・ 逆数関数 $x \mapsto \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) のグラフと自己逆元の性質 ・ 有理関数 $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$ とそのグラフ ・ 水平方向および垂直方向の漸近線 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 例: $h(x) = \frac{4}{3x-2}$ ($x \neq \frac{2}{3}$), $y = \frac{x+7}{2x-5}$ ($x \neq \frac{5}{2}$) ・ グラフを描く際は、漸近線と切片をすべて記入しなければならない 	
2.6	<ul style="list-style-type: none"> ・ 指数関数とそのグラフ: $x \mapsto a^x$ ($a > 0$), $x \mapsto e^x$ ・ 対数関数とそのグラフ: $x \mapsto \log_a x$ ($x > 0$), $x \mapsto \ln x$ ($x > 0$) ・ 指数関数と対数関数の関係: $a^x = e^{x \ln a}$, $\log_a a^x = x$, $a^{\log_a x} = x$ ($x > 0$) 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1.1の等比数列、1.2の指数法則と対数法則、2.1の逆関数、2.2の逆関数のグラフ、および6.1の極限と関連づける 	<p>国際的な視野 バビロニアにおける積の計算方法: $ab = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$。古代インドの『シュルバ・スートラ』や、『バクシャリー写本』には、二次方程式を解くための代数的な公式が記されている。</p>

	内容	詳細	関連事項
2.7	<ul style="list-style-type: none"> ・ グラフおよび解析的手法の両方を使って方程式を解く ・ テクノロジーを使って、解析的に解く方法がない方程式を含むさまざまな方程式を解く ・ $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) を解く ・ 二次方程式の解の公式 ・ 判別式 $\Delta = b^2 - 4ac$ と解の性質 (相異なる2つの実数解をもつ、実数の重解をもつ、実数解をもたない) ・ 指数方程式を解く 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 解のことを、方程式の根、または関数の零点と呼ぶこともある ・ 2.2の関数のグラフを描く技能、および2.3～2.6の特定の関数に関する方程式と関連づける 例：$e^x = \sin x$, $x^4 + 5x - 6 = 0$ ・ 例：方程式 $3kx^2 + 2x + k = 0$ が実数の重解をもつような k を求める ・ 例：$2^{x-1} = 10$, $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9^{x+1}$ ・ 1.2の指数および対数と関連づける 	
2.8	<ul style="list-style-type: none"> ・ グラフを描く技能の応用、現実の世界のさまざまな状況に関連する方程式を解く 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1.1の等比級数と関連づける 	<p>応用 複利計算、成長と減衰、放物運動、制動距離、電気回路</p> <p>応用 「物理」 7.2.7～7.2.9、13.2.5、13.2.6、13.2.8 (放射性崩壊と半減期)</p>

トピック3——三角関数と三角法

16時間

このトピックでは、三角関数について詳しく説明するとともに、三角法を使って問題を解くことをねらいとします。筆記試験では、指示が特
にない限り、角度の単位は弧度法（ラジアン）を使用します。

内容	詳細	関連事項
3.1 ・円：弧度法（ラジアン）による角度の測定、弧の長さ、扇形の面積	・弧度法では角度を π の倍数、または小数で表すことができる	国際的な視野 π の値を小数第10位まで計算した関孝和。 国際的な視野 ヒッパルコス、メネラウス、プトレマイオス。 国際的な視野 1周が360度であるのとはなぜか。バビロニア数学と関連づける。 「知の理論」(TOK) 角度の単位として優れているのは、ラジアンと度のどちらか。またそれを決めるための「最良」の基準は何か。 「知の理論」(TOK) ユークリッド幾何学の構成基盤としてのユークリッドの公理。非ユークリッド幾何学と関連づける。

	内容	詳細	関連事項
3.2	<ul style="list-style-type: none"> ・ 単位円による $\cos \theta$ および $\sin \theta$ の定義 ・ $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ による $\tan \theta$ の定義 ・ $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$, およびそれらの倍数の三角比の正確な値 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 原点を通る直線の方程式 $y = x \tan \theta$ ・ 例: $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan 210^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 	<p>ねらい8 「ピタゴラスの定理」を実際に発案したのは誰か。 国際的な視野 正弦を角度の関数としてはつきり取り上げた最初の文献は、アリヤバータが著した『アーリヤバタイヤーヤ』(西暦510年)。 「知の理論」(TOK) 三角法は、いくつもの文明や文化に受け継がれる中で発展した。社会文化的な視点で見えた場合、数学の知識はどのように捉えられるか。</p>
3.3	<ul style="list-style-type: none"> ・ ピタゴラスの公式 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ・ 正弦および余弦の2倍角の公式 ・ 三角比の関係 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2倍角の公式(および三角比に関するその他の公式)を説明する際には、簡単な幾何作図やテクノロジーを使うこともできる ・ 例: <ul style="list-style-type: none"> - $\sin \theta$ が与えられたとき、θ を求めることなく、$\tan \theta$ の取り得る値を求める - $\cos x = \frac{3}{4}$ で x が鋭角のとき、x を求めることなく $\sin 2x$ の値を求める 	

内容	詳細	関連事項
<p>3.4</p> <ul style="list-style-type: none"> 三角関数 $\sin x$, $\cos x$, および $\tan x$: 定義域と値域、振幅、周期性、グラフ $f(x) = a \sin(b(x+c)) + d$ という形の合成関数 変換 応用 	<ul style="list-style-type: none"> 例： $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, $f(x) = 2 \cos(3(x-4)) + 1$ 例：$y = \sin x$ を y 軸方向に 3 倍、x 軸方向に $\frac{1}{2}$ 倍すると $y = 3 \sin 2x$ が得られる 2.3 のグラフの変換と関連づける 具体例として、潮位や観覧車などを挙げる 	<p>応用 「物理」 4.2 (単振動)</p>
<p>3.5</p> <ul style="list-style-type: none"> 有界区間での三角方程式を、グラフおよび解析的方法を用いて解く $\sin x$, $\cos x$, または $\tan x$ に関する二次方程式に帰着される方程式 <p>以下は必須ではない - 三角方程式の一般解</p>	<ul style="list-style-type: none"> 例：$2 \sin x = 1$ ($0 \leq x \leq 2\pi$), $2 \sin 2x = 3 \cos x$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$), $2 \tan(3(x-4)) = 1$ ($-\pi \leq x \leq 3\pi$) 例：$2 \sin^2 x + 5 \cos x + 1 = 0$ ($0 \leq x < 4\pi$), $2 \sin x = \cos 2x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$) 	

	内容	詳細	関連事項
3.6	<ul style="list-style-type: none"> ・ 三角形問題の解法 ・ 余弦定理 ・ 角が一意に定まらない場合も含む、正弦定理 ・ 三角形の面積の公式 $\frac{1}{2}ab \sin C$ ・ 応用 	<ul style="list-style-type: none"> ・ ピタゴラスの定理は余弦定理の特別な場合である ・ 以下に言及しながら 4.2 の内積に関連づける ・ $c = a - b \Rightarrow c ^2 = a ^2 + b ^2 - 2a \cdot b$ ・ 具体例として、航海術や 2 次元と 3 次元の問題、仰角と俯角などを挙げる 	<p>ねらい 8 ある数学的事実を最初に発見したとされている数学者が実際とは異なる事例</p> <p>国際的な視野 余弦定理：アル＝カーシーとピタゴラス</p> <p>「知の理論」(TOK) 非ユークリッド幾何学：球面上にある三角形の内角の和は 180° より大きい。</p>

トピック4 ― ベクトル

16時間

このトピックでは、ベクトルの基本的な事柄を代数的アプローチと幾何学的アプローチの両面から紹介することをねらいとします。3次元におけるさまざまな状況を視覚化する際は、動的幾何学ソフトウェアが非常に有効です。

内容	詳細	関連事項
4.1 <ul style="list-style-type: none"> 平面および3次元における変位としてのベクトル ベクトルの成分 列ベクトル表現： $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$ <ul style="list-style-type: none"> 次の各概念への代数的アプローチと幾何学的アプローチ： <ul style="list-style-type: none"> 2つのベクトルの和と差、零ベクトル、ベクトル$-\mathbf{v}$ スカラー倍$k\mathbf{v}$、平行ベクトル ベクトルの大きさ\mathbf{v} 単位ベクトル、基底ベクトル$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 位置ベクトル$\vec{OA} = \mathbf{a}$ $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$ 	<ul style="list-style-type: none"> 3次元の幾何学、x軸、y軸、およびz軸と関連づける 単位ベクトル$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ (標準基底) に関する成分 <ul style="list-style-type: none"> 簡単な幾何学図形への応用は必須 \mathbf{v}と\mathbf{w}の差は$\mathbf{v} - \mathbf{w} = \mathbf{v} + (-\mathbf{w})$となる。ベクトルの和および差は、平行四辺形の対角線として表現することができる スカラー倍は拡大として説明することができる 点Aと点Bの間の距離は\vec{AB}の大きさ 	「物理」1.3.2 (ベクトルの和と差)、「物理」2.2.2、2.2.3 (ベクトルの合力) 「知の理論」(TOK) 私たちは理論とその創始者をどのように結びつけているか。ベクトル解析を発展させたのは誰か。J・W・ギブズか、O・ヘビサイドか。

	内容	詳細	関連事項
4.2	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2つのベクトルの内積 ・ 直交ベクトル、平行ベクトル ・ 2つのベクトルのなす角 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 内積は「ドット積」とも呼ばれる ・ 3.6の余弦定理と関連づける ・ 零ベクトルでない2つのベクトルについて、$\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = 0$であることと両者が直交することは同値である ・ 平行な2つのベクトルに対しては $\mathbf{w} = k\mathbf{v}$, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{v} \mathbf{w}$ が成り立つ 	
4.3	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2次元および3次元における直線のベクトル方程式：$\mathbf{r} = \mathbf{a} + t\mathbf{b}$ ・ 2つの直線のなす角 	<ul style="list-style-type: none"> ・ \mathbf{a} (位置) および \mathbf{b} (方向) の関連性 ・ t を時間、\mathbf{b} を速度と解釈する。\mathbf{b} は速さを表す 	<p>ねらい8 平和目的や軍事目的などで移動する物体を追跡するのにベクトルの理論が用いられる。</p> <p>「知の理論」(TOK) 代数学と幾何学は別々の知識領域か(ベクトル代数は、代数的手法を用いることで幾何学的性質がどのように記述され、どのように一般化されるかを議論する良い機会となる)。</p>
4.4	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2つの直線が一致することと平行であることを区別する ・ 2つの直線の交点を求める ・ 2直線が交点をもつかどうかを判定する 		

トピック5 ― 確率・統計

35時間

このトピックでは、基本的な概念を紹介することをねらいとします。必要な計算の多くはテクノロジーを用いて実行することになりますが、手計算の説明を記述すれば理解はさらに深まるでしょう。状況設定に応じて、得られた結果そのものを理解すると同時に、それを解釈することに重点が置かれます。試験の際、統計表の使用は認められません。試験で要求される計算の多くは概算値を求めますが、その場合でも「書き出しなさい」(write down)、「求めなさい」(find)、「計算しなさい」(calculate)という指示用語が用いられることがあります。

内容	詳細	関連事項
5.1 <ul style="list-style-type: none"> 母集団、標本、無作為標本、離散型データと連続型データの各概念 データの表現：度数分布（表）、階級の幅が等しい度数ヒストグラム 箱ひげ図、外れ値 グループ分けされたデータ：区間の中央の値を計算に使用、区間幅、区間の上下の境界、最頻値階級 <p>以下は必須ではない</p> <ul style="list-style-type: none"> 度数密度ヒストグラム 	<ul style="list-style-type: none"> 連続型データと離散型データ 外れ値は、第1四分位数から下、または第3四分位数から上にIQRの1.5倍以上離れた値として定義される ヒストグラムや箱ひげ図を作成する際はテクノロジーを使用してもよい 	<p>応用 「心理学」記述統計学、無作為標本（「指導の手引き」内の各該当箇所）</p> <p>ねらい8 統計データの誤解釈</p> <p>国際的な視野 サンクトペテルブルクのパラドックス、チェビシェフ、パブプロフスキー</p>

	内容	詳細	関連事項
5.2	<ul style="list-style-type: none"> さまざまな統計値とその解釈 代表値：平均、中央値、最頻値 四分位数、百分位数 	<ul style="list-style-type: none"> 試験では、データを母集団として扱う 公式およびテクノロジーを用いた平均の計算。生徒は、区間の中央の値を使用して、グループ分けされたデータの平均を見積もることが求められる テクノロジーのみによる標準偏差および分散の計算 2.3のグラフの変換と関連づける例： <ul style="list-style-type: none"> すべてのデータ項目の値から5を差し引いた場合、平均は5だけ減少するが、標準偏差は変わらない すべてのデータ項目の値を2倍にした場合、中央値は2倍になるが、分散は4倍になる 	<p>応用 「心理学」記述統計学（「指導の手引き」内の各該当箇所）</p> <p>応用 パターンや変化を示す統計的計算、地理的技能、統計グラフ</p> <p>応用 「生物」1.1.2（平均および標準偏差の計算）、「生物」1.1.4（2つ以上の標本間での平均と散らばり具合の比較）</p> <p>国際的な視野 分散に関するさまざまな公式について議論する。</p> <p>「知の理論」(TOK) データ間で代表値が異なるということとは、データの性質に違いがあるということを表しているか。代表値は発明されたのか、それとも発見されたのか。それらの代わりとなる同等の式を数学によって導くことはできるだろうか。これらに対する結論から数学的な真理について何がいえるか。</p> <p>「知の理論」(TOK) 統計を使って嘘をつくことはどの程度容易か。</p>
5.3	<ul style="list-style-type: none"> 累積度数、累積度数グラフ。これらを用いて、中央値、四分位数、百分位数を求める 	<ul style="list-style-type: none"> テクノロジーで算出した中央値や四分位数の値は、累積度数グラフから得られる値とは異なる場合がある 	

	内容	詳細	関連事項
5.4	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2変数データの線型相関 ・ ピアソンの積率相関係数 r ・ 散布図、最良のあてはめ直線 ・ y の x に対する回帰直線の方程式 ・ 予測を目的とする方程式の使用 ・ 数学的な解釈と文脈上の解釈 <p>以下は必須ではない - 決定係数 R^2</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 独立変数 x、従属変数 y ・ r はテクノロジーを用いて計算することが求められる。ただし、r を手計算すれば、理解をより深めることができる ・ 正の相関、ゼロ相関、負の相関、強い相関、弱い相関、無相関 ・ 最良のあてはめ直線は平均の点を通る ・ 方程式を求めるときにはテクノロジーを用いることが求められる ・ 内挿、外挿 	<p>「化学」 11.3.3 (最良のあてはめ曲線) 「地理」 (地理的技能) 相関の尺度、地理的技能 「生物」 1.1.6 (相関関係は因果関係を含意しない) 「知の理論」 (TOK) この方程式を用いて、y の値から x の値を予測することができるか。 「知の理論」 (TOK) すべてのデータを、(すでに知られている) 数学の関数によってモデル化することはできるか。現実の世界の現象を記述することに対する数学モデルの信頼性と妥当性について検討する。</p>

	内容	詳細	関連事項
5.5	<ul style="list-style-type: none"> ・ 試行、結果、同様に確からしい、標本空間 (U)、事象の各概念 ・ 事象 A の確率 $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$ ・ 事象 A の余事象 A' (A でない) ・ ベン図、樹形図、および結果の表の使用 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 標本空間を図表で表現する方法はいくつもある ・ 硬貨、サイコロ、カードなどを使った実験を行うことで、(実験上の) 相対頻度と(理論上の) 確率との違いをより明確に理解することができる ・ このトピックの理解を深めることができるよう模擬実験を行ってもよい ・ 5.1 の度数、5.3 の累積度数と関連づける 	<p>「知の理論」(TOK) 現実の世界は数学によってどの程度モデル化されるか。データの挙動をモデル化するのに適した関数は常に存在するか。</p>
5.6	<ul style="list-style-type: none"> ・ 和事象、$P(A \cup B)$ ・ 互いに排反な事象、$P(A \cap B) = 0$ ・ 条件つき確率とその定義 $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ・ 独立事象とその定義 $P(A B) = P(A) = P(A B')$ ・ 復元抽出の確率と非復元抽出の確率 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 「または」は必ずしも排反性を表さない ・ 問題を解く際は、公式を前面に出さず、ベン図や樹形図を利用するのが最良の方法であることが多い 	<p>ねらい8 賭博の問題：賭博場での確率の活用。数学は、賭博の配当金を増やすのに役立つか、また役立つべきか。</p> <p>「知の理論」(TOK) リスクを測るうえで数学は有効な手段であるか。</p> <p>「知の理論」(TOK) 賭博を数学の応用と見なすことはできるか(数学の応用という視点から、その本質、役割、および倫理について議論する良い機会となる)。</p>

内容	詳細	関連事項
5.7 ・ 離散型確率変数とその確率分布の概念 ・ 離散型データに関する期待値（平均） $E(X)$ ・ 応用	・ 以下のような簡単な例のみ紹介する： $P(X=x) = \frac{1}{18}(4+x) \quad x \in \{1, 2, 3\}$ $P(X=x) = \frac{5}{18}, \frac{6}{18}, \frac{7}{18}$ ・ X があるゲームにおける一方のプレイヤーの得点を表しているとすると、 $E(X)=0$ はそのゲームが公平であることを示している ・ 具体例として、偶然性の要素が大きなゲームを挙げる	
5.8 ・ 二項分布 ・ 二項分布の平均および分散 以下は必須ではない - 平均および分散の正式な証明	・ 1.3の二項定理と関連づける ・ 確率変数がこの分布に従う条件 ・ テクノロジーは、通常、二項分布の確率計算を行う際の最良の手段である	
5.9 ・ 正規分布と正規曲線 ・ 正規確率変数の標準化（ z 値、 z スコア） ・ 正規分布の性質	・ 確率変数に対する確率と確率変数の値は、テクノロジーを使って求める必要がある ・ 2.3のグラフの変換と関連づける ・ 標準化された値（ z ）は平均からの隔たりが標準偏差いくつ分に相当するかを表す	・ 応用 「生物」 1.1.3（正規分布との関連事項） ・ 応用 「心理学」 記述統計学（「指導の手引き」内の各該当箇所）

トピック6 ― 微分・積分・積分

40時間

このトピックでは、生徒に微分・積分の基本的な概念と手法、およびそれらの応用を紹介することをねらいとします。

内容	詳細	関連事項
6.1 <ul style="list-style-type: none"> ・ 極限と収束のインフォーマルな理解（数学的に厳密な方法ではなく、感覚的にわかる方法によって捉える） ・ 極限の表記法 ・ 最も基本的な考え方に基づく導関数の定義 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$ 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 例：0.3, 0.33, 0.333, ... は $\frac{1}{3}$ に収束する ・ 数値やグラフを使って極限の考え方を考察する場合はテクノロジーを使用することが求められる ・ 例：$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{x-1} \right)$ ・ 1.1の無限等比級数、2.5～2.7の有理関数と指数関数、および漸近線と関連づける ・ この定義は簡単な多項式の導関数にのみ適用する ・ その他の導関数について説明する際はテクノロジーを使用してもよい ・ 1.3の二項定理と関連づける ・ $\frac{dy}{dx}$, $f'(x)$ という第1次導関数の2つの表記法を使用する 	応用 「経済」 1.5 (限界費用、限界収入、限界利益) 応用 「化学」 11.3.4 (曲線の勾配の解釈) ねらい8 微積分概念を発見したのはニュートンかライプニッツかについて議論する。 「知の理論」(TOK) 極限の知識にはどのような価値があるか。無限小の性質は現実の世界にもあてはまるか。 「知の理論」(TOK) 仮説形成と仮説検証、および厳密な証明について議論する場合は、特定のケースを比較することにより、探究的に考察することができる。

(次ページへ続く)

(次ページへ続く)

内容	詳細	関連事項
<p>(前ページからの続き)</p> <ul style="list-style-type: none"> 導関数は傾きとしても変化率としても解 積される 接線と法線、およびその方程式 <p>以下は必須ではない</p> <ul style="list-style-type: none"> 極限の計算の解析的方法 	<p>(前ページからの続き)</p> <ul style="list-style-type: none"> 関数が増加または減少している区間を特定 する 解析的手法とテクノロジーの両方の使用 グラフとその導関数を考察する際はテクノ ロジーを使用してもよい 	
<p>6.2</p> <ul style="list-style-type: none"> x^n ($n \in \mathbb{Q}$), $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, e^x, およ び $\ln x$ の導関数 上記の関数の和および実数倍の微分 合成関数に対する連鎖律 積および商の微分法 第2次導関数 高次導関数への拡張 	<ul style="list-style-type: none"> 2.1 の関数の合成に関連づける 連鎖律を調べる際はテクノロジーを使用し てもよい 次のような2つの表記法を用いる $\frac{d^2y}{dx^2} \text{ および } f''(x)$ $\frac{d''y}{dx^n} \text{ および } f^{(n)}(x)$	

	内容	詳細	関連事項
6.3	<ul style="list-style-type: none"> 極大点と極小点、極大・極小の判定 接線の傾きが0である変曲点と0でない変曲点 f, f', および f'' の各グラフ間の関係を含む関数のグラフの性質 最適化 応用 <p>以下は必須ではない</p> <ul style="list-style-type: none"> $-f''(x)$ が定義されていない変曲点 例えば $y = x^{1/3}$ における $(0, 0)$ 	<p>・ 第1次導関数の符号の変化と第2次導関数の符号の使用</p> <ul style="list-style-type: none"> $f''(x) > 0$ の場合に対応する「下に凸」という用語、および $f''(x) < 0$ の場合に対応する「上に凸」という用語の使い方 変曲点では $f''(x) = 0$ が成り立ち、なおかつ $f''(x)$ の符号が変わる（凸方向の上下が反転する） $f''(x) = 0$ は、変曲点に対する十分条件ではない。例えば $y = x^4$ における $(0, 0)$ 「大域的」な $(x$ が大きな場合の) 性質と「局所的」な性質 テクトロジーを使用すると、導関数を表す式を明示的に求めることなく導関数のグラフを表示することができる 第1次導関数の符号または第2次導関数の符号に基づいて、実際に極大値や極小値となることを確認する 具体例として利益、面積、体積などを挙げる 2.2の関数のグラフを描く技能と関連づける 	<p>応用 利益、面積、体積</p>

内容	詳細	関連事項
<p>6.4</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 微分の逆演算としての不定積分 ・ x^n ($n \in \mathbb{Q}$), $\sin x$, $\cos x$, $\frac{1}{x}$, e^x の不定積分 ・ これらの関数と一次関数 $ax + b$ との合成関数 ・ 微分の結果を利用した積分、または $\int f(g(x))g'(x) dx$ という形の置換積分 	<ul style="list-style-type: none"> ・ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x > 0$ ・ 例： $f'(x) = \cos(2x+3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin(2x+3) + C$ ・ 例： $\int 2x(x^2+1)^4 dx, \int x \sin x^2 dx \square \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$ 	<p>国際的な視野 古代エジプト人は、四角錐台の体積を正しく計算することができた（モスクワ数学パピルス）。</p> <p>古代ギリシヤの幾何学では無限小が扱われていた。</p> <p>中国、三国時代の数学者、劉徽は円柱の体積を正確に計算していた。</p> <p>国際的な視野 イブン・アル・ハイサム：放物面の体積を求めるために、「ある関数の積分」を計算した最初の数学者</p>
<p>6.5</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 定数項を決定するための境界条件のある微分の逆演算 ・ 解析的手法およびテクノロジーを用いた定積分 ・ 曲線の下側領域（曲線と軸とで囲まれた領域）の面積 ・ 2つの曲線で囲まれた領域の面積 ・ x 軸のまわりの回転体の体積 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 例： $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + x$ であり $x = 0$ のとき $y = 10$ ならば $y = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 10$ である ・ $\int_a^b g'(x) dx = g(b) - g(a)$ ・ 定積分の中には、テクノロジーを使わなければ値を求められないものもある ・ 生徒は、最初に正しい式を記述してから面積を計算することが求められる ・ 面積および体積の理解を深めることができよう、テクノロジーを用いてもよい 	<p>応用 「物理」 2.1 (運動学)</p>
<p>6.6</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 変位 s、速度 v、加速度 a に関する運動学の問題 ・ 総移動距離 	<ul style="list-style-type: none"> ・ $v = \frac{ds}{dt}, a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ ・ 総移動距離 $= \int_{t_1}^{t_2} v dt$ 	



ディプロマプログラムにおける評価

概要

評価は、指導および学習と一体化した要素です。DPでは、カリキュラム目標の達成を支援し、生徒に適切な学習を促すことを評価の最も重要なねらいとして位置づけています。DPでは、学校外で実施されるIBによる外部評価（external assessment）、および内部評価（internal assessment）の両方が実施されます。外部評価のための提出課題はIB試験官が採点します。一方、内部評価のための評価課題は教師が採点し、IBによるモデレーション（評価の適正化）を受けます。

IBが規定する評価には次の2種類があります。

- ・「形成的評価」（formative assessment）は、「指導」と「学習」の両方に指針を与えます。生徒の理解と能力の発達につながるよう、学びの種類や、生徒の長所と短所といった特徴について、生徒と教師に正確で役立つフィードバックを提供します。また、形成的評価からは、科目のねらいと目標に向けての進歩をモニタリングするための情報が得られるので、指導の質の向上にもつながります。
- ・「総括的評価」（summative assessment）は、生徒のこれまでの学習を踏まえて、生徒の到達度を測ることを目的としています。

DPでは、主に履修期間の終了時または終了間近の生徒の到達度を測る総括的評価に重点が置かれています。ただし、評価方法の多くは、指導および学習期間中に形成的に用いることもできます。教師はそうした評価を実施するよう推奨されています。総合的な評価計画は、指導、学習およびカリキュラム編成と一体を成すものです。より詳しくは、IB資料『プログラムの基準と実践要綱』を参照してください。

IBが採用する評価アプローチは、評価規準に準拠した「絶対評価」です。集団規準に準拠した「相対評価」ではありません。この評価アプローチは、生徒の成果を特定の到達の度合いを示す基準に照らし合わせ、そのパフォーマンスを判断するものであり、他の生徒の成果と比較するものではありません。DPにおける評価について、より詳しくはIB資料（英語版）「*Diploma Program assessment: Principles and practice*（ディプロマプログラムにおける評価：原則と実践）」を参照してください。

OCCでは、DPの科目のコースデザイン、指導、および評価の分野で教師を支援するための多様なリソースを入手できます。また、リソースをIBストア（<http://store.ibo.org>）で購入することもできます。試験問題の見本やマークスキーム（採点基準）、教師用参考資料、科目レポート、評価規準の説明など、その他の資料もOCCで取り扱っています。過去の試験問題やマークスキームはIBストアで購入できます。

評価方法

I Bは複数の方法を用いて、生徒の成果を評価します。

評価規準

評価規準 (assessment criterion) は、オープンエンド型の課題に対して適用されます。各規準は生徒が身につけることが期待されている特定の能力に重点を置いています。評価目標は「何ができるべきか」を明確にし、評価規準は「どの程度よくできるべきか」を到達の度合いを示す基準に照らし合わせて測ります。評価規準を採用することで、個々のさまざまな解答の違いを識別することが可能となり、多様な解答を奨励することにつながります。

各規準には、どのような基準を満たすと特定のレベルに到達していると判断されるのかが詳細に説明されています。その説明は到達レベル別に段階的に並べられ、レベルごとに1つまたは複数の点数が設けられています。また、採点ではベストフィット (適合) モデルを用いて、各規準を個別に適用します。何点かその規準の満点となるかは規準の重要度に応じて異なる場合があります。各規準での得点を合計したものを、その課題に対する総合点とします。

マークバンド (採点基準表)

マークバンド (採点基準表) は、求められる学習成果の基準を一覧にまとめた表です。教師はマークバンドに照らし合わせて、生徒の到達度を判断します。規準ごとに、到達レベルに沿って段階的に到達の度合いを示す基準が並べられています。生徒の学習成果の違いを識別するために、各レベルの点数には幅をもたせてあります。個々の学習成果物について、どの点数をつけるかを確定するには、ベストフィット (適合) アプローチを用います。

マークスキーム (採点基準)

この用語は特定の試験問題のために用意された分析的マークスキーム (採点基準) のことを指します。分析的マークスキームは、生徒の最終的な解答や、その他特定の種類の答案を要求する試験問題のために作成されます。これらは、各設問に対する総合点を生徒の解答の異なる部分についてどのように配分するかについて試験官に詳細な指示を与えるものです。このマークスキームには、試験問題の解答で求められる内容や、評価規準をどのように適用するかについての手引きとなる採点のための注意事項などが含まれます。

評価の概要

2014年 第1回試験

評価要素	配点比率
外部評価（3時間） 試験問題1（1時間30分） 電卓の使用は不可（90点） セクションA シラバス全体の内容に基づいた短答式の必答問題 セクションB シラバス全体の内容に基づいた論述式の必答問題	80% 40% 40%
試験問題2（1時間30分） グラフ電卓が必要（90点） セクションA シラバス全体の内容に基づいた短答式の必答問題 セクションB シラバス全体の内容に基づいた論述式の必答問題	40%
内部評価 内部評価は学校内の教師が行い、科目修了時にIBによる外部モデレーション（評価の適正化）を行います。 「数学探究」 「数学SL」における内部評価は、生徒が個別に取り組む「数学探究」を対象に行われます。「数学探究」では、数学の1つの分野について研究を行い、その成果を課題レポートにまとめます。（20点）	20%

外部評価

概要

いずれの筆記試験においても生徒の評価はマークスキーム（採点基準）に基づいて行われます。マークスキーム（採点基準）は、試験ごとに定められています。

外部評価の詳細

試験問題 1、2

筆記試験は、問題作成も採点も I B によって行われます。筆記試験全体の得点は、科目に対する最終評価の 80% 分として算定されます。これらの筆記試験は、生徒がどの程度の知識と技能を身につけたかを示すためのものです。

電卓

「試験問題 1」

生徒の電卓使用は認められません。出題されるのは主に、グラフ電卓を使用しなくても解析的方法を用いれば解答を導くことができる問題です。この筆記試験の目的は、ケアレスミスの可能性がある複雑な計算を行わせることにはありませんが、設問によっては、ある程度の算術計算が含まれる場合もあります。

「試験問題 2」

生徒は試験中、グラフ電卓をいつでも使える状態になければなりません。すべての問題にグラフ電卓が必要というわけではありません。使用が許可される電卓の種類については、その規定が I B 資料『DP 手順ハンドブック』に記載されています。

『数学公式集——数学 S L』

試験の際は、書き込みのされていない公式集のコピーが各生徒の手元に 1 部ずつ用意されていなければなりません。学校には、この公式集を I B I S または O C C からダウンロードし、生徒全員分を用意する責任があります。

採点の対象

採点の対象となるのは、方法、正確性、答え、解釈、推論です。

「試験問題1」および「試験問題2」では、答えが正しい場合でも答えに至る過程が記されていないと減点されることがあります。答えにはその裏づけとなる過程や説明を(図式、グラフ、計算などの形で)必ず示されていなければなりません。逆に答えが正しくない場合でも、それを導くための正しい方法が示されていれば、部分点が与えられることがあります。そのため、いずれの生徒に対しても、答えに至る過程を明示するように指導することが必要です。

試験問題1

試験時間：1時間30分

配点比率：40%

- ・「試験問題1」には、短答式の問題からなるセクションAと論述式の問題からなるセクションBがあります。
- ・この試験では、生徒が電卓を使用することは認められません。

出題範囲

- ・この試験には、必修項目の**すべての**トピックに関する知識が必要です。ただし、毎回の試験セッションにおいて、すべてのトピックが出題されるわけではありません。

配点

- ・この筆記試験は**90**点満点で、最終評価の**40%**分として算定されます。
- ・出題される問題の難易度や分量はさまざまです。そのため、必ずしも各問題の配点と同じというわけではありません。配点は、設問の冒頭に記載されています。

セクションA

このセクションでは、シラバスの必修項目の内容に基づいた短答式の必答問題が出題されます。配点は45点前後です。

このセクションの目的は、シラバスの内容全般にわたる生徒の知識と理解度を評価することです。ただし、各トピックがすべて同じ比重で出題されるというわけではありません。

問題の形式

- ・各問題を解くにあたっては、若干の手順を踏む必要があります。
- ・問題は、単語、記号、図式、もしくは表の形式、またはそれらを組み合わせた形式で出題される場合があります。

セクションB

このセクションでは、シラバスの必修項目の内容に基づいた論述式の必答問題が数問出題されます。配点は45点前後です。1つの問題に対し、2つ以上のトピックに関する知識が必要となる場合もあります。

このセクションの目的は、必修項目に関する生徒の知識と理解度をより詳しく評価することです。このセクションの出題対象となるシラバスのトピックは、セクションAよりも狭い範囲に絞られる場合があります。

問題の形式

- ・ 一貫性のある推論に基づいた論述解答が要求されます。
- ・ それぞれの問題は、ある1つのテーマに沿って構成されています。
- ・ 問題は、単語、記号、図式、もしくは表の形式、またはそれらを組み合わせた形式で出題される場合があります。
- ・ 通常、各問題には難易度の傾斜が設けられています。問題の導入部での解答作業は比較的容易で、後半になるにつれて解答作業は難しくなります。重視されるのは問題解決の能力です。

試験問題 2

試験時間：1時間30分

配点比率：40%

- ・ 「試験問題2」には、^{ペーパー}短答式の問題からなるセクションAと論述式の問題からなるセクションBがあります。この試験ではグラフ電卓が必要ですが、必ずしもすべての問題にグラフ電卓を使用する必要はありません。

出題範囲

- ・ この試験には、必修項目の**すべての**トピックに関する知識が必要です。ただし、毎回の試験セッションですべてのトピックが出題されるわけではありません。

配点

- ・ この筆記試験は**90**点満点で、最終評価の**40%**分として算定されます。
- ・ 出題される問題の難易度や分量はさまざまです。そのため、必ずしも各問題の配点と同じというわけではありません。配点は、設問の冒頭に記載されています。

セクションA

このセクションでは、必修項目に関するシラバスの内容に基づいた短答式の必答問題が出題されます。配点は45点前後です。

このセクションの目的は、シラバスの内容全般にわたる生徒の知識と理解度を評価することです。ただし、各トピックがすべて同じ比重で出題されるというわけではありません。

問題の形式

- ・ 各問題を解くにあたっては、若干の手順を踏む必要があります。
- ・ 問題は、単語、記号、図式、もしくは表の形式、またはそれらを組み合わせた形式で出題される場合があります。

セクションB

このセクションでは、シラバスの必修項目の内容に基づいた論述式の必答問題が数問出題されます。配点は45点前後です。1つの問題に対し、2つ以上のトピックに関する知識が必要となる場合もあります。

このセクションの目的は、必修項目に関する生徒の知識と理解度をより詳しく評価することです。このセクションの出題対象となるシラバスのトピックは、セクションAよりも狭い範囲に絞られる場合があります。

問題の形式

- ・ 一貫性のある推論に基づいた論述解答が要求されます。
- ・ それぞれの問題は、ある1つのテーマに沿って構成されています。
- ・ 問題は、単語、記号、図式、もしくは表の形式、またはそれらを組み合わせた形式で出題される場合があります。
- ・ 通常、各問題には難易度の傾斜が設けられています。問題の導入部での解答作業は比較的容易で、後半になるにつれて解答作業は難しくなります。重視されるのは問題解決の能力です。

内部評価

内部評価の目的

内部評価は授業と一体を成す要素であり、SLとHLのいずれのレベルの生徒も必ず取り組まなければなりません。内部評価課題では、筆記試験でのように時間の制限やその他の制約に左右されることなく、それぞれの興味を追い求めつつ、知識と技能の活用を示すことができます。内部評価はできる限り通常の授業に織り込まれるべきであり、履修期間の終了後に別途実施されるべきではありません。

「数学SL」では、生徒が個別に取り組む「数学探究」(mathematical exploration)が内部評価の対象となります。「数学探究」では、数学の1つの分野について研究を行い、その成果を課題レポートにまとめます。5つの評価規準に照らし合わせて採点されます。

指導と「生徒本人が取り組んだものであること」の認証

内部評価のために提出される学習成果物は生徒自身が取り組んだものでなければなりません。しかし、学習成果物が「生徒本人が取り組んだものである」ことは、生徒自身がタイトルやトピックを決め、教師からの支援を一切受けずに、独自に内部評価課題に取り組まなければならないということではありません。教師は、生徒が内部評価課題を計画する段階と取り組む段階で重要な役割を果たします。生徒に以下の点について確実に理解させるのは、教師の責任です。

- ・ 内部評価の対象となる課題についての要件
- ・ IBの「学問的誠実性」に関する方針(OCCで関連文書を入手可能)
- ・ 評価規準——評価課題を通じて、生徒は与えられた評価規準に効果的に取り組むべきであること

教師と生徒は「数学探究」について話し合わなければなりません。生徒がアドバイスや情報を得るために率先して教師と話し合うよう促してください。また、生徒が指導を求めたことで減点してはなりません。ただし、課題を完成させるにあたって教師から相当量の助けを要した場合には、IB資料『DP手順ハンドブック』に記載されている該当する書類にその旨を記入するようにしてください。

教師には、学問的誠実性に関連する概念、特に知的財産と生徒本人が課題に取り組むことについての基本的な意味および重要性をすべての生徒に確実に理解させる責任があります。教師は必ず、すべての評価課題が要件に沿って取り組まれていることを確認しなけれ

ばなりません。また、内部評価課題が完全に生徒自身によるものでなければならないことを生徒に対して明確に説明しなければなりません。

学習プロセスの一環として、生徒は「数学探究」の**第1稿**を作成した後、教師からアドバイスを受けることができます。ただし、ここで与えられるアドバイスは、どうすれば生徒の取り組みの質を高めることができるかについてであり、教師が第1稿に細かいコメントを大量に書き込んだり、編集を加えたりすることは認められません。なお、この第1稿の次に教師に提出される課題が最終稿となります。

モデレーション（評価の適正化）、または評価のためにIBに提出されるすべての学習成果物は、本当に生徒本人が取り組んだものであることを教師が認証しなければなりません。また、規則違反の事実またはその疑いがあることはありません。各生徒は学習成果物が自分自身のものであること、またそれが最終版であることを正式に認め、内部評価課題のカバーシートに署名をします。なお、署名済みのカバーシートと内部評価課題の最終版を正式に教師（もしくはコーディネーター）に提出した後は、これを撤回することはできません。

生徒本人が取り組んだものであるかどうかは、生徒と課題の内容について議論すること、次のいずれか（または2項目以上）を精査することを通じて確認します。

- ・ 生徒の最初の案
- ・ 記述課題の1回目の草稿
- ・ 引用・参考文献
- ・ 生徒自身が書いたものであることが確認されている他の課題との文体の比較

教師と生徒によって署名されたカバーシートは、IB試験官によるモデレーション（評価の適正化）のために提出されるサンプルの課題だけではなく、すべての生徒の課題に添付されなければなりません。教師と生徒がカバーシートに署名をした場合でも、その成果物が生徒本人が取り組んだものでない可能性がある趣旨のコメントがある場合には、生徒はその課題の評価を受ける資格を失います。したがって、その課題に対しては、成績も与えられません。詳細については、IB資料『学問的誠実性』と同（英語版）『*General regulations: Diploma Programme*（総則：DP編）』を参照してください。

同一の課題を、内部評価と「課題論文」（EE）の両方の要件を満たすものとして重複して提出することはできません。

グループ作業

「数学研究」では、グループ作業は認められません。それぞれが個人の作業です。

また、書くことや研究を含む「数学研究」に関連するすべての作業は、生徒自身が取り組んだものであるべきだということを生徒に理解させるようにしてください。そのために、教師は、生徒が自分自身の学習に対して責任感をもつよう働きかけ、学びを主体的に自分自身のものとして受け入れて、自分自身の研究と作業に誇りをもつよう生徒を促すようにしてください。

時間配分

内部評価は「数学SL」におけるきわめて重要な要素です。最終評価の20%を占めます。この配点比率を踏まえて、課題に取り組むのに必要な知識、技能、理解の指導にあてる時間、および課題を進めるために必要な時間を配分する必要があります。

作業には、約10時間を割りあてることが推奨されています。この中には、以下の時間を含めるようにしてください。

- ・ 教師が生徒に「数学探究」の要件について説明する時間
- ・ 授業中に生徒が「数学探究」に取り組む時間
- ・ 教師と各生徒が話し合う時間
- ・ 課題に目を通し、進行状況を確認する時間、および生徒本人が取り組んだ課題であるかどうかをチェックする時間

内部評価への評価規準の適用

内部評価には、多くの評価規準が設けられています。各評価規準には、学習成果物が特定のレベルに到達している場合にその成果物に見られる特徴を記述した「レベルの説明」と、それに対応する点数が明示されています。「レベルの説明」では、基本的に学習の成果として捉えられる肯定的な側面を判断基準として取り上げています。ただし、下位の到達レベルでは、達成できなかった点を判断基準としている場合もあります。

教師がSLおよびHLの内部評価課題を採点する際は、評価規準の「レベルの説明」に照らし合わせて判断しなければなりません。

- ・ 教師は、各評価規準について、生徒の学習成果物のレベルを最も的確に示している説明を探します。
- ・ 生徒の学習成果物を評価する際、教師は、到達度「0」から始めて、評価規準で学習成果物のレベルよりも高いレベルを示していると思われる説明に行きあたるまで、各レベルの説明を読まなければなりません。生徒の到達度は、最後のレベルよりも1つ手前のものとなります。そのレベルを生徒の到達度として記録します。
- ・ 整数のみを用います。分数や小数を用いた点は認められません。
- ・ 教師は合格・不合格の線引きをするような考え方をせずに、各評価規準において、学習成果物を最も適切に表すレベルを判別することに専念しなければなりません。
- ・ 「レベルの説明」にある最上位レベルは、欠点のない完璧な学習成果を意味するものではありません。基準は、生徒が最上位レベルに達することができるように設定されています。その学習成果物が最上位レベルの説明内容にあてはまるのであれば、教師は最高点をつけることを躊躇してはなりません（最低点についても同様です）。
- ・ 1つの規準において到達レベルの高かった生徒が、他の規準においても到達レベルが高いとは限りません。同様に、1つの規準において到達レベルの低かった生

徒が、他の規準においても到達レベルが低いとは限りません。教師は、生徒の全体的な評価からある特定の点数をその生徒の得点として想定するべきではありません。

- ・ 評価規準を生徒に示すことが推奨されています。

内部評価の詳細

数学探究

配当時間：10時間

配点比率：20%

はじめに

「数学SL」では、「数学探究」(mathematical exploration)が内部評価の対象となります。「数学探究」は、生徒が自ら選択したトピックに基づいて課題レポートを作成するもので、数学の特定の分野に的を絞って取り組むことが求められます。ここで重視されるのは、数学的なコミュニケーション(式、図式、グラフなどを含む)のほか、付記された注釈、適切な数学的記述、よく練られたアイデアなどです。生徒は、話し合いや面談などを通じて教師から意見や評価を聞きながら、自らの興味の対象を発展させることが必要です。これによって生徒は、試験のときのような時間的制約を受けることなく興味のある分野について理解を深めることができるとともに、達成感を得ることができるでしょう。

課題レポートは最終的に、6～12ページ程度の長さにまとめる必要があります。ワープロで作成しても手書きで作成しても構いません。生徒は作業の各段階の内容について、それを明確に理解していることがわかるような形で説明できなければなりません。課題レポートは、授業の中で発表する必要はありませんが、同じ授業を受けている他の生徒が容易に理解できるような形でまとめることが必要です。課題レポートには詳細な参考文献目録を付し、原典はIBが定める学問的誠実性の方針に則って参照する必要があります。また直接引用した情報は、その出典を明らかにしなければなりません。

「数学探究」の目的

「数学SL」のねらいに即して生徒が学習に取り組んだ成果は、最終試験や「数学探究」により正式に評価されます。「数学探究」の目的は、「数学SL」の目標に関して評価を行うだけでなく、生徒が数学の概念やプロセスに対する理解を深め、数学に対する理解の幅を広げるための機会を提供することにあります。この点については、「ねらい」でも触れられています〔特に、ねらい6～9(応用、テクノロジー、道徳的、社会的、および倫理的な影響、国際的側面)〕。また「数学探究」を通じて、生徒が数学的活動から何か有益なものを学び取ると同時に、数学的活動に刺激ややりがいを見いだすことも目的の1つで

す。生徒は「数学探究」に取り組むことで、「IBの学習者像」に掲げられた人物像に近づくことができるでしょう。

「数学探究」の具体的な目的は次のとおりです。

- ・ 数学に対する生徒個人の洞察を深めるとともに、数学に関して自ら問いを立てる能力を養う。
- ・ 長い時間をかけて数学的成果をまとめあげる機会を生徒に提供する。
- ・ 数学的なプロセスを独力で応用したときの達成感を生徒に経験させる。
- ・ 数学のもつ美しさや力、有用性を自ら体験するための機会を生徒に提供する。
- ・ 必要であれば、テクノロジーが数学のツールとして強力であることを認識したうえで、それを利用し、その力を十分理解するよう生徒に促す。
- ・ 生徒の根気と粘り強さを養うとともに、自らが取り組んだ作業の重要性をあらためて考えさせる。
- ・ 数学についてどのような進歩があったのかを生徒が自信をもって述べる機会を提供する。

「数学探究」の進め方

必要な技能を習得する機会が生徒に与えられるよう、「数学探究」の作業は授業に組み入れなければなりません。そのため授業の時間を、取り組む分野についての全般的な話し合いや、生徒に対する評価規準の詳細な説明にもあてることができます。

数学探究のより詳しい進め方については、教師用参考資料に記載されています。

要件と推奨事項

生徒が選択できる数学的活動は、数学的モデリング、数学に関する調査、数学の応用など多種多様です。教師用参考資料では、教師および生徒がトピックを選択する際の手掛かりとなるようなキーワードを一覧にまとめて紹介しています。ただし、生徒はその内容とは関係のないトピックを選択しても構いません。

「数学探究」の課題レポートは通常、図式やグラフを含めて12ページ以内にまとめる必要があります。ただし、参考文献目録は除きます。重視されるのは記述の量ではなく、その質です。

教師は、生徒に対してより生産的な探究の道筋を示したり、適切な情報源について示唆を与えたり、課題レポートの作成段階で探究の内容や明確さについて助言を与えたりするなど、「数学探究」のすべての段階で適切な指導を行うことが求められます。

生徒の作成する課題レポートに何らかの誤りがある場合、その旨を指摘するのは教師の役割ですが、その誤りを教師自身が具体的に修正することは避けるべきです。また、生徒は「数学探究」全般にわたって教師に助言を求めることが望ましいということを強調しておく必要があります。

生徒は全員、「数学探究」を進めるうえでの要件と評価規準を十分に把握していなければなりません。まず生徒は各自の「数学探究」について履修開始後のできるだけ早い段階

で計画を立て始める必要があります。また、各作業について期限を厳格に定めることも重要です。具体的には、「数学探究」で扱うトピックと概要説明の提出期限、課題レポートの草稿の提出期限、および最終提出期限を定めるようにします。

「数学探究」を進めていく際、生徒は授業の中で学習した数学の内容を活用するよう心掛けることが求められます。活用する内容は、シラバスに記載されているような、授業のレベルに見合ったものであることが必要です。「数学SL」のシラバスにはない内容をテーマとした課題レポートを作成することは期待されていません。ただし、そのような課題レポートであっても減点の対象にはなりません。

内部評価の規準

「数学探究」は、「数学SL」の学習目標に関する評価規準に基づいて学校の科目担当教師によって評価され、その後IBによるモデレーション（評価の適正化）を受けます。

個々の「数学探究」は、以下に示す5つの評価規準に照らして評価されます。各評価規準に応じた得点の合計が、「数学探究」の最終評価となります。最終評価は20点満点です。

「数学探究」の課題レポートを提出しなかった生徒は、「数学SL」を修了することができません。

評価規準A	コミュニケーション
評価規準B	数学的表現
評価規準C	主体的な取り組み
評価規準D	振り返り
評価規準E	数学の活用

評価規準A：コミュニケーション

この評価規準は、「数学探究」の課題レポートの構成と論理的な一貫性を評価するためのものです。構成の整った課題レポートとは、「導入部」があり、「理由づけ」（トピックの選択理由の説明を含む）がなされ、「探究の目的」が述べられ、「結論」があるものを指します。また論理的な一貫性のある課題レポートとは、展開が理路整然として容易に理解できるものを指します。

グラフや表、図式は、付録として添付するのではなく、課題レポート内の適切な箇所に配置する必要があります。

到達度	レベルの説明
0	下記のいずれの水準にも達していない。
1	それなりの論理的一貫性がある。
2	それなりの論理的一貫性があり、構成もある程度整っている。
3	論理的一貫性がある程度整っている。
4	論理的一貫性がある程度整っており、簡潔で完成度が高い。

評価規準 B：数学的表現

この評価規準は、生徒が以下の技能をどの程度身につけているかを評価するためのものです。

- ・適切な数学的言語（表記、記号、専門用語）を用いることができる。
- ・重要な用語を必要に応じて定義することができる。
- ・公式、図式、表、グラフ、モデルなど、さまざまな形式の数学的表現を必要に応じて用いることができる。

生徒は、数学的なアイデアや推論、結論を述べる場合には、数学的言語を用いることが求められます。

生徒は、グラフ電卓、スクリーンショットソフト、グラフ作成ソフト、表計算ソフト、データベースソフト、描画ソフト、ワープロソフトなど、目的に合った ICT ツールを適切に使用することにより、数学的コミュニケーションの質を高めることが推奨されます。

到達度	レベルの説明
0	下記のいずれの水準にも達していない。
1	適切な数学的表現がある程度用いられている。
2	用いられている数学的表現はおおむね適切である。
3	用いられている数学的表現はすべての箇所で適切である。

評価規準 C：主体的な取り組み

この評価規準は、生徒がどの程度の主体性をもって「数学探究」に取り組み、それをどの程度自分自身のものにしているかを評価するためのものです。主体的な取り組みは、さまざまな側面や技能を通して評価することができます。具体的には、独自の考察あるいは独創的な考え方ができているか、自分自身の興味に向き合っているか、数学的概念を独自の方法で提示できているかなどです。

到達度	レベルの説明
0	下記のいずれの水準にも達していない。
1	限定的または表面的な主体的な取り組みが認められる。
2	ある程度の主体的な取り組みが認められる。
3	十分に主体的な取り組みが認められる。
4	顕著な主体的な取り組みが豊富に認められる。

評価規準D：振り返り

この評価規準は、生徒が「数学探究」の見直し、分析、および検証をどのように行っているかを評価するためのものです。振り返りの内容は、「数学探究」の結論の中に見て取ることができますが、「数学探究」全体に見出すこともできます。

到達度	レベルの説明
0	下記のいずれの水準にも達していない。
1	限定的または表面的な振り返りが認められる。
2	有意義な振り返りが認められる。
3	きわめて重要な振り返りがはっきり認められる。

評価規準E：数学の活用

生徒は、授業のレベルに見合った課題レポートを作成することが求められます。

「数学探究」では、シラバスに記載されたトピックか、それと同等以上のトピックを対象にする必要があります。ただし、「事前に学習すべきトピック」に記載されている内容をすべて踏まえている必要はありません。活用されている数学が授業のレベルに見合っていない場合、この評価規準に基づいて与えられる点数は最高で2点です。

数学的な内容については、その中にごく小さな誤りがあったとしても、それが数学の論理展開を損なったり不合理な結果を導く原因になったりしていなければ、誤りはないと見なしても構いません。

到達度	レベルの説明
0	下記のいずれの水準にも達していない。
1	適切な数学が一部に用いられている。
2	適切な数学が一部に用いられているが、理解度はごく限られていると認められる。
3	授業のレベルに見合った適切な数学が用いられているが、理解度はごく限られていると認められる。
4	授業のレベルに見合った適切な数学が用いられており、探究した数学の内容には正しい部分もある。知識、理解度ともある程度には達していると認められる。
5	授業のレベルに見合った適切な数学が用いられており、探究した数学の内容にほぼ誤りはない。知識、理解度ともに十分だと認められる。
6	授業のレベルに見合った適切な数学が用いられており、探究した数学の内容に誤りはない。知識、理解度ともに申し分ないと認められる。

指示用語の解説

「数学」のための指示用語

生徒は、試験問題で用いられる次の重要な用語や表現に習熟する必要があります。それぞれの意味は以下に示すとおりです。試験問題には、これらの用語が用いられますが、それ以外の用語を用いて、生徒に考えを述べるよう求める場合もあります。

計算しなさい Calculate	作業の過程を適切に示しながら、答えとなる数値を求めなさい。
コメントしなさい Comment	与えられた記述または計算結果に基づき、見解を述べなさい。
比較しなさい Compare	2つ（またはそれ以上）の事柄または状況の類似点について、常に双方（またはすべて）について言及しながら、説明しなさい。
比較・対比しなさい Compare and contrast	2つ（またはそれ以上）の事柄または状況の類似点および相違点について、常に双方（またはすべて）について言及しながら、説明しなさい。
作成しなさい Construct	図表形式または論理形式で情報を示しなさい。
対比しなさい Contrast	2つ（またはそれ以上）の事柄または状況の相違点について、常に双方（またはすべて）について言及しながら、説明しなさい。
推論しなさい Deduce	与えられた情報から結論を導き出しなさい。
論証しなさい Demonstrate	具体例や実際の応用例を挙げながら、推論または根拠に基づいて明らかにしなさい。
詳しく述べなさい Describe	詳細に述べなさい。
決定しなさい Determine	考えられる唯一の答えを求めなさい。

微分しなさい Differentiate	関数の導関数を求めなさい。
区別しなさい Distinguish	2つまたはそれ以上の概念または事柄の相違点を明確にしなさい。
描きなさい、作図しなさい Draw	鉛筆を用いて、名称がつけられた正確な図またはグラフとして表しなさい。直線には直定規を用いること。図表は一定の縮尺で描きなさい。グラフは（該当する場合）正確に点を書き入れ、直線または滑らかな曲線でつなぎなさい。
概算しなさい、見積もりなさい Estimate	およその値を求めなさい。
説明しなさい Explain	理由や要因などを詳しく述べなさい。
求めなさい Find	作業の過程を適切に示しながら答えを得なさい。
前問の結果を用いて Hence	前問の結果を利用して、要求されている結果を得なさい。
必要ならば前問の結果を用いて Hence or otherwise	前問の結果を利用してもよいが、それ以外の方法を用いてもよい。
特定しなさい Identify	数ある可能性の中から答えを確定しなさい。
積分しなさい Integrate	関数の積分を求めなさい。
解釈しなさい Interpret	与えられた情報から傾向をつかんで結論を引き出すため、知識と理解を用いなさい。
調べなさい Investigate	事実を立証し新たな結論に到達するため、観測、調査、または詳細かつ体系的な検証を行うこと。
正当化しなさい Justify	答えや結論を裏づける妥当な理由や根拠を述べなさい。
名称をつけなさい Label	図表に名称をつけなさい。
列挙しなさい List	説明をつけ加えずに、簡潔な答えを並べなさい。

プロットしなさい Plot	図表上に点の位置を書き入れなさい。
予測しなさい Predict	予想されている結果を示しなさい。
示しなさい Show	計算過程や結果の導出過程を示しなさい。
～であることを示しなさい Show that	証明の手順を踏まず（場合によっては与えられた情報を用いて）要求された結果を出しなさい。「～であることを示しなさい」という問題は通常、電卓は必要ありません。
略図を描きなさい、 大まかな図やグラフを描きなさい Sketch	（必要に応じて名称をつけ）図表またはグラフで表しなさい。略図は、求められる形または関係の概観を示し、特徴を表したものでなければなりません。
解きなさい Solve	代数、計算、グラフのいずれか、またはいずれかの組み合わせを用いて答えを求めなさい。
述べなさい State	説明または計算することなしに、特定の名称、数値、またはその他の簡潔な答えを示しなさい。
提案しなさい Suggest	解決策、仮説、またはその他の考えられる答えを示しなさい。
確かめなさい Verify	結果の正当性を示す根拠を提示しなさい。
書き出しなさい Write down	主に情報を抜き出すことによって答えを得なさい。計算はほとんど必要なく、過程を記す必要もありません。

表記法一覧

現在使用されている表記法にはさまざまなものがありますが、IBでは国際標準化機構（ISO）の勧告に基づいた表記法を採用することとしており、「数学SL」の試験問題ではその表記法が何の説明もなく使用されます。この手引きに記載されていない表記が試験問題に使用される場合は、その問題の中で表記を定義することになっています。

生徒は、試験問題に用いられるIBの表記法を必ずしも使用する必要はありませんが、理解していることは求められます。そのため教師は、可能な限り早い段階にこの表記法を生徒に紹介することが推奨されます。試験の際、生徒がこの表記法について質問したり調べたりすることは**認められません**。

生徒は常に、電卓で使用されている表記法ではなく、数学の表記法を正しく用いることが求められます。

\mathbb{N}	すべての正整数および0からなる集合 $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Z}	整数全体のなす集合 $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
\mathbb{Z}^+	正整数全体のなす集合 $\{1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Q}	有理数全体のなす集合
\mathbb{Q}^+	正の有理数全体のなす集合 $\{x \mid x \in \mathbb{Q}, x > 0\}$
\mathbb{R}	実数全体のなす集合
\mathbb{R}^+	正の実数全体のなす集合 $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\}$
$\{x_1, x_2, \dots\}$	元 x_1, x_2, \dots からなる集合
$n(A)$	有限集合 A の元の個数
$\{x \mid \}$	縦棒 () の右側に記された条件を満たす x 全体の集合
\in	(左辺は右辺の) 元である
\notin	(左辺は右辺の) 元ではない
\emptyset	空集合
U	全体集合
\cup	集合の和

\cap	共通部分
\subset	(左辺は右辺の) 真部分集合である
\subseteq	(左辺は右辺の) 部分集合である
A'	集合 A の補集合
$a b$	a は b を割り切る
$a^{1/n}, \sqrt[n]{a}$	a の $\frac{1}{n}$ 乗, a の n 乗根 ($a \geq 0$ ならば $\sqrt[n]{a} \geq 0$)
$ x $	x の絶対値, すなわち $\begin{cases} x \geq 0, x \in \mathbb{R} \text{ のとき } x \\ x < 0, x \in \mathbb{R} \text{ のとき } -x \end{cases}$
\approx	近似的に等しい
$>$	より大きい
\geq	以上
$<$	より小さい
\leq	以下
\nlessgtr	大きくない
\nlessgtr	小さくない
u_n	数列または級数の第 n 項
d	等差数列の公差
r	等比数列の公比
S_n	数列の最初の n 項の和 $u_1 + u_2 + \dots + u_n$
S_∞	数列の無限和 $u_1 + u_2 + \dots$
$\sum_{i=1}^n u_i$	$u_1 + u_2 + \dots + u_n$
$\binom{n}{r}$	$(a+b)^n$ の展開式の r 番目 ($r=0, 1, 2, \dots$) の二項係数
$f: A \rightarrow B$	f は集合 A の各元を集合 B の元へ写す関数
$f: x \mapsto y$	f は x を y に対応させる関数

$f(x)$	関数 f による x の像
f^{-1}	関数 f の逆関数
$f \circ g$	f と g の合成関数
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	x を a に近づけたときの $f(x)$ の極限
$\frac{dy}{dx}$	x に関する y の導関数
$f'(x)$	x に関する $f(x)$ の導関数
$\frac{d^2y}{dx^2}$	x に関する y の第 2 次導関数
$f''(x)$	x に関する $f(x)$ の第 2 次導関数
$\frac{d^n y}{dx^n}$	x に関する y の第 n 次導関数
$f^{(n)}(x)$	x に関する $f(x)$ の第 n 次導関数
$\int y dx$	x に関する y の不定積分
$\int_a^b y dx$	$x = a$ から $x = b$ の範囲の x に関する y の定積分
e^x	(e を底とする) x の指数関数
$\log_a x$	a を底とする x の対数関数
$\ln x$	x の自然対数 $\log_e x$
\sin, \cos, \tan	三角関数
$A(x, y)$	座標が (x, y) である平面上の点 A
$[AB]$	点 A および B を端点とする線分
AB	$[AB]$ の長さ
(AB)	点 A, B を通る直線
\hat{A}	A での角度
\hat{CAB}	$[CA]$ と $[AB]$ のなす角

$\triangle ABC$	A, B, C を頂点とする三角形
\boldsymbol{v}	ベクトル \boldsymbol{v}
\vec{AB}	大きさと方向を A から B への有向線分で表したベクトル
\boldsymbol{a}	位置ベクトル \vec{OA}
$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$	座標軸方向の単位ベクトル
$ \boldsymbol{a} $	\boldsymbol{a} の大きさ
$ \vec{AB} $	\vec{AB} の大きさ
$\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w}$	\boldsymbol{v} と \boldsymbol{w} の内積
$P(A)$	事象 A の確率
$P(A')$	「 A でない」という事象の確率
$P(A B)$	事象 B が起こったときに事象 A が起こる確率
x_1, x_2, \dots	実測値
f_1, f_2, \dots	実測値 x_1, x_2, \dots が得られる頻度
$\binom{n}{r}$	n 個の要素から r 個の要素を選ぶ選び方の総数
$B(n, p)$	n および p をパラメーターとする二項分布
$N(\mu, \sigma^2)$	μ を平均、 σ^2 を分散とする正規分布
$X \sim B(n, p)$	確率変数 X は n および p をパラメーターとする二項分布に従う
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	確率変数 X は μ を平均、 σ^2 を分散とする正規分布に従う
μ	母平均
σ^2	母分散
σ	母標準偏差
\bar{x}	データ集合 x_1, x_2, x_3, \dots の平均

z	標準化正規確率変数 $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
Φ	分布 $N(0, 1)$ に従う標準化正規確率変数の累積分布関数
r	ピアソンの積率相関係数