International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Programme du diplôme

Guide de mathématiques NS

Premiers examens en 2014

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Programme du diplôme

Guide de mathématiques NS

Premiers examens en 2014

Programme du diplôme
Guide de mathématiques NS

Version française de l'ouvrage publié originalement en anglais
en juin 2012 sous le titre *Mathematics HL guide*

Publié en juin 2012
Mis à jour en août 2013
Mis à jour en mai 2014
Mis à jour en août 2014
Mis à jour en mai 2016

Baccalauréat International
Peterson House, Malthouse Avenue, Cardiff Gate
Cardiff, Pays de Galles GB CF23 8GL
Royaume-Uni
Téléphone : +44 29 2054 7777
Télécopie : +44 29 2054 7778
Site Web : http://www.ibo.org

Le Baccalauréat International (IB) propose trois programmes d'éducation stimulants et de grande qualité à une communauté mondiale d'établissements scolaires, dans le but de bâtir un monde meilleur et plus paisible.

L'IB est reconnaissant d'avoir reçu l'aimable autorisation de reproduire et/ou de traduire, totalement ou partiellement, les documents protégés par des droits d'auteur utilisés dans la présente publication. Les remerciements sont inclus, le cas échéant. En outre, sur demande expresse, l'IB rectifiera dès que possible toute erreur ou omission.

Le générique masculin est utilisé ici sans aucune discrimination et uniquement pour alléger le texte.

Dans le respect de l'internationalisme cher à l'IB, le français utilisé dans le présent document se veut mondial et compréhensible par tous, et non propre à une région particulière du monde.

Vous pouvez vous procurer les articles et les publications de l'IB via le magasin en ligne de l'IB sur le site http://store.ibo.org. Toute question d'ordre général concernant les commandes doit être adressée au service des ventes et du marketing à Cardiff.

Téléphone : +44 29 2054 7746
Télécopie : +44 29 2054 7779
Courriel : sales@ibo.org

Imprimé au Royaume-Uni par Antony Rowe Ltd, Chippenham, Wiltshire

5037

Déclaration de mission de l’IB

Le Baccalauréat International a pour but de développer chez les jeunes la curiosité intellectuelle, les connaissances et la sensibilité nécessaires pour contribuer à bâtir un monde meilleur et plus paisible, dans un esprit d’entente mutuelle et de respect interculturel.

À cette fin, l’organisation collabore avec des établissements scolaires, des gouvernements et des organisations internationales pour mettre au point des programmes d’éducation internationale stimulants et des méthodes d’évaluation rigoureuses.

Ces programmes encouragent les élèves de tout pays à apprendre activement tout au long de leur vie, à être empreints de compassion, et à comprendre que les autres, en étant différents, puissent aussi être dans le vrai.

Profil de l’apprenant de l’IB

Tous les programmes de l’IB ont pour but de former des personnes sensibles à la réalité internationale, conscientes des liens qui unissent entre eux les humains, soucieuses de la responsabilité de chacun envers la planète et désireuses de contribuer à l’édification d’un monde meilleur et plus paisible.

Les apprenants de l’IB s’efforcent d’être :

Des investigateurs Ils développent leur curiosité naturelle. Ils acquièrent les compétences nécessaires à la conduite d’investigations et de recherches et font preuve d’autonomie dans leur apprentissage. Ils ont vraiment envie d’apprendre et ce plaisir d’apprendre les accompagnera tout au long de leur vie.

Informés et instruits Ils explorent des concepts, des idées et des problèmes qui sont d’importance à l’échelle locale et mondiale. Ce faisant, ils acquièrent des connaissances approfondies et développent une bonne compréhension dans un éventail de disciplines vaste et équilibré.

Des penseurs Ils s’exercent à appliquer leurs capacités de réflexion de façon critique et créative, afin d’identifier et d’aborder des problèmes complexes et de prendre des décisions réfléchies et éthiques.

Des communicateurs Ils comprennent et expriment des idées et des connaissances avec assurance et créativité dans plus d’une langue ou d’un langage et en utilisant une variété de modes de communication. Ils collaborent efficacement et volontairement avec les autres.

Intègres Ils adhèrent à des principes d’intégrité et d’honnêteté, et possèdent un sens profond de l’équité, de la justice et du respect de la dignité de chaque individu, des groupes et des communautés. Ils sont responsables de leurs actes et de leurs conséquences.

Ouverts d’esprit Ils comprennent et apprécient leurs propres cultures, racines et vécus, mais n’en sont pas moins réceptifs aux points de vue, valeurs et traditions d’autres individus et communautés. Ils ont l’habitude de rechercher et d’évaluer un éventail de points de vue et sont disposés à en tirer des enrichissements.

Altruistes Ils font preuve d’empathie, de compassion et de respect envers les besoins et sentiments des autres. Ils accordent une grande importance au service et ils œuvrent concrètement à l’amélioration de l’existence d’autrui et de l’état de l’environnement.

Audacieux Ils abordent situations inhabituelles et incertitudes avec courage et discernement et ils ont l’indépendance d’esprit nécessaire pour explorer de nouveaux rôles, idées et stratégies. Ils sont courageux et savent défendre leurs convictions avec éloquence.

Équilibrés Ils comprennent l’importance d’un bon équilibre intellectuel, physique et affectif dans l’atteinte de leur bien-être personnel et de celui des autres.

Réfléchis Ils opèrent un retour sur eux-mêmes et examinent de façon critique leur propre apprentissage et leurs expériences. Ils sont capables d’évaluer et de comprendre leurs points forts et leurs limites afin d’appuyer leur apprentissage et leur développement personnel.

Table des matières

Objet de ce document

Cette publication a pour but de guider la planification, l’enseignement et l’évaluation de cette matière dans les établissements scolaires. Elle s’adresse avant tout aux enseignants concernés, même si ces derniers l’utiliseront également pour fournir aux élèves et à leurs parents des informations sur la matière.

Ce guide est disponible sur la page du Centre pédagogique en ligne (CPEL) consacrée à cette matière. Le CPEL est un site protégé par mot de passe, conçu pour aider les enseignants des programmes de l’IB. Il est consultable à l’adresse http://occ.ibo.org. Ce guide est également en vente sur le site du magasin de l’IB, accessible à l’adresse http://store.ibo.org.

Ressources complémentaires

D’autres publications, telles que du matériel de soutien pédagogique, des rapports pédagogiques, des instructions concernant l’évaluation interne et des descripteurs de notes finales se trouvent également sur le CPEL. Par ailleurs, des spécimens d’épreuves d’examen, des épreuves de sessions précédentes ainsi que des barèmes de notation sont en vente sur le site du magasin de l’IB.

Les enseignants sont encouragés à consulter régulièrement le CPEL où ils pourront trouver des ressources complémentaires créées ou utilisées par d’autres enseignants. Ils pourront également y ajouter des informations sur des ressources, telles que des sites Web, des ouvrages de référence, des vidéos, des revues ou des idées d’ordre pédagogique.

Premiers examens en 2014

Le Programme du diplôme

Le Programme du diplôme est un programme d'études pré-universitaires rigoureux qui s'étend sur deux ans et s'adresse aux jeunes de 16 à 19 ans. Il couvre une grande sélection de domaines d'études et a pour but d'encourager les élèves non seulement à développer leurs connaissances, mais également à faire preuve de curiosité intellectuelle ainsi que de sensibilité et de compassion. Ce programme insiste fortement sur le besoin de favoriser chez les élèves le développement de la compréhension interculturelle, de l'ouverture d'esprit et des attitudes qui leur seront nécessaires pour respecter et évaluer tout un éventail de points de vue.

La structure du Programme du diplôme

Le programme est divisé en six domaines d'études, répartis autour d'un noyau de composantes obligatoires ou tronc commun (voir figure 1). Cette structure en hexagone favorise l'étude simultanée d'une palette de domaines d'études. Ainsi, les élèves étudient deux langues vivantes (ou une langue vivante et une langue classique), une matière de sciences humaines ou de sciences sociales, une science expérimentale, les mathématiques et une discipline artistique. C'est ce vaste éventail de matières qui fait du Programme du diplôme un programme d'études exigeant conçu pour préparer efficacement les élèves à leur entrée à l'université. Une certaine flexibilité est accordée aux élèves dans leur choix de matières au sein de chaque domaine d'études. Ils peuvent ainsi opter pour des matières qui les intéressent tout particulièrement et qu'ils souhaiteront peut-être continuer à étudier à l'université.

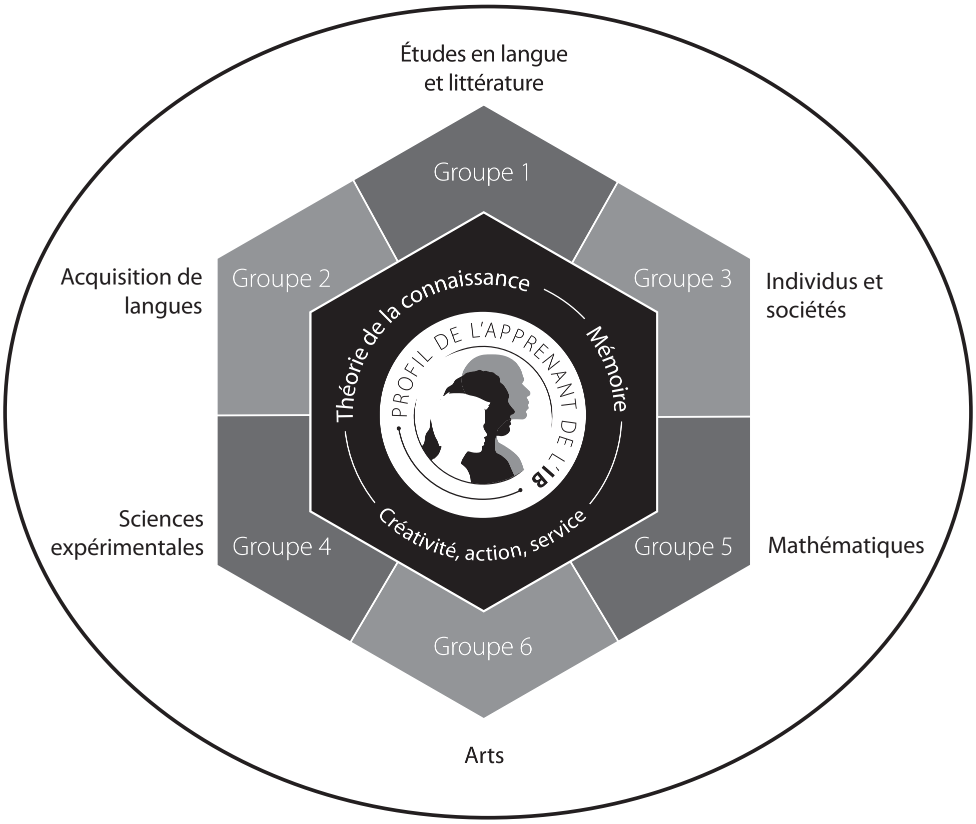

Figure 1

Structure du Programme du diplôme

Choix de la bonne combinaison

Les élèves doivent choisir une matière dans chaque domaine d'études. Ils ont cependant la possibilité de choisir une deuxième matière dans les groupes 1 à 5 à la place d'une matière du groupe 6. En principe, trois matières (et quatre au plus) doivent être présentées au niveau supérieur (NS) et les autres au niveau moyen (NM). L'IB recommande 240 heures d'enseignement pour les matières du NS et 150 heures pour celles du NM. Au niveau supérieur, l'étude des matières est plus étendue et plus approfondie qu'au niveau moyen.

De nombreuses compétences sont développées à ces deux niveaux, en particulier les compétences d'analyse et de réflexion critique. À la fin du programme, les aptitudes des élèves sont évaluées au moyen d'une évaluation externe. Dans de nombreuses matières, l'évaluation finale comprend également une part de travaux dirigés évalués directement par les enseignants. Les élèves peuvent présenter les examens en anglais, en français ou en espagnol, à l'exception des matières des groupes 1 et 2, pour lesquelles les examens doivent être passés dans la langue étudiée.

Le tronc commun du programme

Tous les élèves du Programme du diplôme prennent part aux trois composantes obligatoires qui constituent le tronc commun du programme. Le travail de réflexion attendu des élèves au cours de toutes ces activités est l'un des principes sous-tendant le Programme du diplôme.

Le cours de théorie de la connaissance invite les élèves à réfléchir sur la nature de la connaissance et sur le processus d'apprentissage de toutes les matières qu'ils étudient dans le cadre du Programme du diplôme. Il les incite également à établir des liens entre les domaines d'études. Le mémoire, quant à lui, est un important travail écrit de 4 000 mots maximum permettant aux élèves d'étudier un sujet de leur choix qui les intéresse tout particulièrement. Il les amène également à développer les compétences de recherche autonome qui seront attendues d'eux à l'université. Enfin, le programme de créativité, action, service implique les élèves dans un apprentissage expérientiel d'activités artistiques, sportives, physiques et de services.

La déclaration de mission de l'IB et le profil de l'apprenant de l'IB

Le Programme du diplôme vise à développer chez les jeunes les connaissances, les compétences et les attitudes dont ils auront besoin pour atteindre les objectifs établis par l'IB, tels que définis dans la déclaration de mission de l'organisation et dans le profil de l'apprenant. Ainsi, l'enseignement et l'apprentissage dans le Programme du diplôme sont la concrétisation quotidienne de la philosophie pédagogique de l'organisation.

Nature du cours

Introduction

La nature des mathématiques peut être résumée de nombreuses façons : par exemple, comme un ensemble bien défini de connaissances, comme un système d'idées abstraites, ou comme un outil utile. Pour beaucoup, il s'agit probablement d'une combinaison de ces trois éléments, mais il n'y a aucun doute quant au fait que le savoir mathématique nous fournit une clé fondamentale pour comprendre le monde dans lequel nous vivons. Les mathématiques interviennent dans notre vie de nombreuses façons : lorsque nous faisons des achats au marché, consultons un horaire, lisons le journal, chronométrons un procédé ou estimons une longueur. Pour la plupart d'entre nous, les mathématiques interviennent également dans la profession que nous avons choisie : les artistes graphiques doivent apprendre la perspective, les musiciens doivent apprécier les relations mathématiques inhérentes à un rythme et entre des rythmes différents, les économistes doivent reconnaître les tendances dans les marchés financiers et les ingénieurs doivent prendre en considération les modèles de résistance des différents matériaux. Les scientifiques considèrent les mathématiques comme un langage essentiel à notre compréhension des phénomènes qui surviennent dans le monde naturel. Certains apprécient les défis que leur offre la logique mathématique et l'aventure qu'une preuve mathématique peut représenter du point de vue du raisonnement. D'autres apprécient le côté esthétique des mathématiques et les considèrent même comme une pierre angulaire de la philosophie. L'omniprésence des mathématiques dans nos vies, avec toutes ses connexions interdisciplinaires, suffit à justifier l'étude obligatoire de cette matière pour les élèves préparant le diplôme complet.

Résumé des cours proposés

Chaque élève ayant des besoins, des aptitudes et des intérêts différents, il y a quatre cours de mathématiques. Ces cours sont conçus pour différents types d'élèves : ceux qui désirent approfondir l'étude des mathématiques comme une matière à part entière ou par intérêt pour des domaines connexes aux mathématiques, ceux qui souhaitent atteindre un certain niveau de compréhension et de compétence en mathématiques afin d'améliorer leur compréhension d'autres disciplines et enfin, ceux qui ne réalisent peut-être pas encore l'importance des mathématiques pour leurs études et dans leur quotidien. Chaque cours est conçu pour satisfaire les besoins d'un groupe particulier d'élèves. Il est donc essentiel de choisir avec soin le cours qui convient le mieux à chaque élève.

Lors de ce choix, il est conseillé à chaque élève de tenir compte des points suivants :

- ses aptitudes personnelles en mathématiques et le type de mathématiques dans lesquelles il peut réussir ;
- son propre intérêt pour les mathématiques ainsi que pour les domaines particuliers de cette matière qui l'intéressent le plus ;
- les autres matières qu'il a choisies dans le cadre du Programme du diplôme ;
- ses projets d'études, en particulier, les matières qu'il souhaite étudier dans le futur ;
- ses choix de carrière.

On attend des enseignants qu'ils aident leurs élèves à faire leur choix et les conseillent dans ce sens.

Études mathématiques NM

Ce cours est offert uniquement au niveau moyen et son statut est équivalent au cours de mathématiques NM, mais il répond à des besoins différents. Il met l'accent sur les applications des mathématiques et la plus grande partie du cours porte sur les techniques statistiques. Il est conçu pour les élèves ayant des aptitudes et des acquis mathématiques variés. Il donne aux élèves l'occasion d'apprendre des techniques et des concepts importants et d'acquérir une compréhension d'une large variété de thèmes mathématiques. Il prépare les élèves à être capables de résoudre des problèmes dans diverses situations, de développer des raisonnements mathématiques plus sophistiqués et de développer leur sens critique. Le projet individuel est un travail important reposant sur une recherche personnelle impliquant le recueil, l'analyse et l'évaluation de données. Les élèves choisissant ce cours sont bien préparés pour une carrière dans les sciences sociales, les sciences humaines, les langues ou les arts. Ils auront peut-être besoin dans leurs études futures d'utiliser les statistiques et le raisonnement logique qu'ils auront appris dans le cadre du cours d'études mathématiques NM.

Mathématiques NM

Ce cours s'adresse à des élèves qui possèdent déjà une connaissance des concepts mathématiques de base et qui ont les compétences requises pour appliquer correctement des techniques mathématiques simples. La plupart de ces élèves pensent avoir besoin de solides connaissances en mathématiques puisqu'ils se préparent à poursuivre leurs études dans des domaines comme la chimie, l'économie, la psychologie et la gestion d'entreprise.

Mathématiques NS

Ce cours s'adresse à des élèves ayant de bonnes connaissances en mathématiques et qui possèdent une série de compétences techniques et analytiques. Pour la plupart de ces élèves, les mathématiques occuperont une place importante dans leurs études supérieures, comme matière d'étude à part entière ou dans d'autres matières comme la physique, l'ingénierie ou la technologie. D'autres élèves peuvent choisir ce cours parce qu'ils ont un intérêt très marqué pour les mathématiques et qu'ils aiment relever les défis et résoudre les problèmes propres à cette matière.

Mathématiques complémentaires NS

Ce cours est offert uniquement au niveau supérieur. Il s'adresse à des élèves qui ont de très bonnes connaissances en mathématiques, qui possèdent un éventail de compétences techniques et analytiques de haut niveau et qui manifestent un intérêt considérable pour cette matière. La plupart de ces élèves ont l'intention de poursuivre l'étude des mathématiques à l'université, soit en tant que matière à part entière, soit en tant que composante majeure d'une matière connexe. Ce cours est spécialement conçu pour permettre aux élèves d'étudier diverses branches des mathématiques en profondeur et d'en apprécier les applications pratiques. Il est attendu des élèves qui suivent ce cours qu'ils suivent également le cours de mathématiques NS.

Remarque : le cours de mathématiques NS est une matière idéale pour des élèves pour qui les mathématiques occuperont une place importante dans leurs études supérieures, soit comme matière à part entière, soit dans le cadre d'autres matières comme la physique, l'ingénierie ou la technologie. Ces élèves ne doivent pas obligatoirement suivre le cours de mathématiques complémentaires NS ; cette matière doit plutôt être considérée comme une option pour des élèves particulièrement doués et intéressés par les mathématiques, leur permettant d'étudier des aspects plus étendus et approfondis de cette discipline. Il ne s'agit en aucun cas d'une qualification nécessaire pour poursuivre des études en vue d'obtenir un diplôme universitaire en mathématiques.

Description détaillée du cours de mathématiques NS

Ce cours se concentre sur le développement de concepts mathématiques importants d'une manière compréhensible, cohérente et rigoureuse. C'est au moyen d'une approche soigneusement équilibrée que cela est réalisé. Les élèves sont encouragés à mettre en application leurs connaissances mathématiques au profit de la résolution de problèmes posés dans un éventail de contextes significatifs. Le développement de chaque thème doit mettre en valeur la justification et la preuve des résultats. Les élèves qui décident de suivre ce cours doivent s'attendre à développer une compréhension des formes et des structures mathématiques et doivent posséder les capacités intellectuelles nécessaires pour déterminer les liens existant entre les différents thèmes. Ils doivent être également encouragés à développer les compétences nécessaires pour continuer à améliorer leurs connaissances mathématiques dans d'autres environnements d'apprentissage.

L'exploration, composante évaluée en interne, donne aux élèves l'occasion de développer leur autonomie dans leur apprentissage des mathématiques. Les élèves sont encouragés à adopter une approche réfléchie face à des activités mathématiques variées et à explorer différentes idées mathématiques. L'exploration permet également aux élèves de travailler sans les contraintes de temps des épreuves écrites et de développer les compétences nécessaires à la communication d'idées mathématiques.

Ce cours est très exigeant et demande aux élèves d'étudier un large éventail de thèmes mathématiques en adoptant diverses approches et différents degrés de profondeur. Il est conseillé aux élèves qui souhaitent étudier les mathématiques dans un environnement moins rigoureux d'opter pour des cours de niveau moyen, à savoir le cours de mathématiques NM ou d'études mathématiques NM. Les élèves qui souhaitent suivre un cours encore plus rigoureux et exigeant doivent envisager de suivre le cours de mathématiques complémentaires NS en plus du cours de mathématiques NS.

Acquis préliminaires

Les mathématiques sont une matière dont le programme est linéaire et on attend de la plupart des élèves qui commencent un cours de mathématiques du Programme du diplôme qu'ils aient étudié les mathématiques pendant au moins dix années. Les thèmes qu'ils ont étudiés seront très variés, tout comme les méthodes d'enseignement et d'apprentissage auxquelles ils ont été exposés. Ainsi, les élèves disposent de compétences et de connaissances variées lorsqu'ils débutent le cours de mathématiques NS. La plupart des élèves ont des connaissances en arithmétique, algèbre, géométrie, trigonométrie, probabilités et statistiques. Certains ont déjà emprunté une approche reposant sur la recherche et ont peut-être déjà eu la possibilité de réaliser un projet important en mathématiques.

Au début de la section détaillant le programme figure une liste de thèmes considérés comme des acquis préliminaires pour le cours de mathématiques NS. Il est possible que cette liste contienne des thèmes que certains élèves ne connaissent pas, mais il est escompté que ces derniers soient familiarisés avec d'autres thèmes du programme même. Les enseignants doivent planifier leurs cours pour y inclure les thèmes signalés qui ne sont pas connus de leurs élèves.

Liens avec le Programme de premier cycle secondaire

Les thèmes liés aux acquis préliminaires pour le cours du Programme du diplôme ont été écrits en conjonction avec le guide de mathématiques du Programme de premier cycle secondaire (PPCS). Les méthodes d'enseignement et d'apprentissage pour les mathématiques dans le Programme du diplôme sont développées dans la continuité des approches utilisées dans le PPCS. Elles comprennent la recherche, l'exploration et un éventail d'outils d'évaluation.

Le document intitulé *Le continuum de mathématiques de l'IB : du PPCS au Programme du diplôme* (novembre 2010) est disponible sur les pages du Centre pédagogique en ligne (CPEL) consacrées aux cours de mathématiques du Programme du diplôme. Cette publication approfondie est focalisée sur l'alignement des mathématiques entre le PPCS et le Programme du diplôme. Elle a été élaborée en réponse aux retours d'information reçus de la part des établissements scolaires du monde de l'IB qui ont exprimé le besoin d'articuler la transition du PPCS au Programme du diplôme pour les mathématiques. Cette publication souligne également les similarités et les différences entre les mathématiques du PPCS et celles du Programme du diplôme. Il s'agit d'une ressource précieuse pour les enseignants.

Mathématiques et théorie de la connaissance

Le guide *Théorie de la connaissance* (mars 2006) identifie quatre modes de la connaissance, qui sont considérés comme jouant tous un rôle dans l'acquisition des connaissances mathématiques. Bien qu'elles soient peut-être initialement inspirées par des données issues de la perception sensorielle, les mathématiques sont dominées par la raison, et certains mathématiciens affirment que leur matière est un langage, qui est, en quelque sorte, universel. Il n'y a également aucun doute sur le fait que les mathématiciens perçoivent la beauté dans les mathématiques et que l'émotion peut jouer un rôle déterminant dans la recherche des connaissances mathématiques.

En tant que domaine de la connaissance, les mathématiques semblent proposer une certitude qui peut être absente des autres disciplines. Cela peut être en lien avec la « pureté » de cette matière, qui semble parfois être éloignée de la réalité. Cependant, les mathématiques fournissent également des connaissances importantes sur le monde, et la pratique des mathématiques en science et technologie est l'une des forces motrices du progrès scientifique.

En dépit de toute la puissance indiscutable de cette discipline dans les domaines de la compréhension et du progrès, les mathématiques sont au fond un phénomène troublant. L'une des questions fondamentales pour tout savant est de savoir si les connaissances mathématiques existent réellement indépendamment de notre réflexion. Sont-elles « en attente d'être découvertes » ou sont-elles une création humaine ?

L'attention des élèves doit être attirée sur les questions associant théorie de la connaissance (TdC) et mathématiques et ils doivent être encouragés à soulever de telles questions eux-mêmes en cours de mathématiques et en cours de théorie de la connaissance. Cela implique notamment de remettre en question toutes les affirmations énoncées plus haut dans cette section du guide. Des exemples de problématiques liées à la TdC sont donnés dans la colonne « Liens » des tableaux de la section « Contenu du programme ». Les enseignants peuvent également discuter de questions telles que celles soulevées dans la section « Domaines de la connaissance » du guide de TdC.

Les mathématiques et la dimension internationale

Les mathématiques sont, en un sens, un langage international et, hormis des notations légèrement différentes, les mathématiciens du monde entier peuvent communiquer dans leur domaine. Les mathématiques transcendent les politiques, les religions et les nationalités. Tout au long de l'Histoire, les grandes civilisations ont dû leur succès en partie à la capacité de leurs mathématiciens à créer et maintenir des structures sociales et architecturales complexes.

Certes les technologies de l'information et de la communication ont bénéficié de récentes avancées, mais l'échange d'informations et d'idées mathématiques à l'échelle mondiale n'est pas un phénomène nouveau et a été essentiel pour l'évolution des mathématiques. En effet, un certain nombre des fondements des mathématiques modernes ont été posés, entre autres, par les civilisations arabe, grecque, indienne et chinoise, il y a de cela plusieurs siècles. Les enseignants peuvent utiliser des sites Internet pour présenter de manière chronologique les contributions des différentes civilisations aux mathématiques, non seulement pour leur contenu mathématique, mais également pour illustrer les caractères et les personnalités des mathématiciens concernés, ainsi que le contexte historique au sein duquel ils ont travaillé, afin de mettre en évidence la dimension humaine et culturelle des mathématiques.

L'importance des sciences et de la technologie dans le quotidien est claire, mais le rôle primordial des mathématiques n'est pas aussi bien reconnu. Les mathématiques sont le langage de la science et sont à la base de la plupart des développements en science et technologie. La révolution digitale, qui est en train de transformer le monde, en est un bon exemple puisqu'elle s'appuie entièrement sur le système de numération binaire des mathématiques.

Il existe maintenant beaucoup d'organismes internationaux chargés de promouvoir les mathématiques. Les élèves sont encouragés à consulter les sites Internet d'organisations mathématiques internationales pour développer leur appréciation de la dimension internationale de cette matière et prendre part aux questions d'ordre mondial qui s'y rapportent.

Des exemples de questions d'ordre mondial concernant la sensibilité internationale sont donnés dans la colonne « Liens » des tableaux de la section « Contenu du programme ».

Objectifs globaux

Objectifs globaux du groupe 5

Les objectifs de tous les cours de mathématiques du groupe 5 visent à permettre aux élèves :

1. de prendre plaisir à faire des mathématiques et d'apprécier l'élégance et la puissance des mathématiques ;
2. de développer une compréhension des principes et de la nature des mathématiques ;
3. de communiquer de façon claire et avec assurance dans différents contextes ;
4. de développer une pensée logique, critique et créative ainsi que la patience et la ténacité dans la résolution de problèmes ;
5. d'utiliser et d'affiner leur capacité à l'abstraction et à la généralisation ;
6. d'appliquer et de transposer des compétences à d'autres situations, à d'autres domaines de la connaissance et à des développements futurs ;
7. d'apprécier comment les développements en technologie et en mathématiques s'influencent mutuellement ;
8. d'apprécier les implications morales, sociales et éthiques soulevées par les travaux des mathématiciens et les applications des mathématiques ;
9. d'apprécier la dimension internationale des mathématiques en prenant conscience de leur universalité et de leurs perspectives multiculturelles et historiques ;
10. d'apprécier la contribution des mathématiques à d'autres disciplines, et comme « domaine de la connaissance » à part entière dans le cadre du cours de TdC.

Objectifs d'évaluation

La résolution de problèmes est au cœur de l'apprentissage des mathématiques, et cela implique l'acquisition de concepts et de compétences mathématiques dans un large éventail de situations, y compris des problèmes ouverts, dans des contextes nouveaux et tirés du monde réel. Les élèves ayant suivi un cours de mathématiques NS du Programme du diplôme doivent être en mesure de démontrer les capacités suivantes.

1. **Connaissances et compréhension** : se souvenir, sélectionner et utiliser leurs connaissances des faits, concepts et techniques mathématiques dans une variété de contextes familiers ou nouveaux.
2. **Résolution de problèmes** : se souvenir, sélectionner et utiliser leurs connaissances des compétences, résultats et modèles mathématiques dans des contextes aussi bien réels qu'abstraits pour résoudre des problèmes.
3. **Communication et interprétation** : transposer des contextes courants du monde réel en mathématiques ; commenter ce contexte ; esquisser ou dessiner des diagrammes, représentations graphiques ou constructions mathématiques aussi bien sur papier qu'en utilisant la technologie ; prendre note des méthodes, solutions et conclusions en utilisant des notations standard.
4. **Technologie** : utiliser la technologie de façon appropriée, rigoureuse et efficace, à la fois pour explorer de nouvelles idées et pour résoudre des problèmes.
5. **Raisonnement** : formuler une argumentation mathématique en utilisant des affirmations précises, des déductions et des inférences logiques, et par la manipulation d'expressions mathématiques.
6. **Approche par investigation** : explorer des situations inhabituelles, aussi bien abstraites que venant du monde réel, nécessitant l'organisation et l'analyse d'informations, l'élaboration de conjectures, de conclusions et la critique de leur validité.

Résumé du programme

Composantes du programme	Heures d'enseignement NS
Tous les thèmes sont obligatoires. Les élèves doivent étudier tous les sujets de chacun des thèmes du programme tels que présentés dans ce guide. Les élèves doivent également connaître l'ensemble des thèmes liés aux acquis préliminaires.	
Thème 1 Algèbre	30
Thème 2 Fonctions et équations	22
Thème 3 Fonctions trigonométriques et trigonométrie	22
Thème 4 Vecteurs	24
Thème 5 Statistiques et probabilités	36
Thème 6 Analyse	48
Programme des options Les élèves doivent étudier tous les sujets d'une des options suivantes tels qu'indiqués dans le programme. **Thème 7** Statistiques et probabilités **Thème 8** Ensembles, relations et groupes **Thème 9** Analyse **Thème 10** Mathématiques discrètes	48
Exploration mathématique L'évaluation interne en mathématiques NS est une exploration individuelle. Il s'agit d'un travail écrit impliquant une investigation dans un domaine des mathématiques.	10
Nombre total d'heures d'enseignement	240

Manières d'aborder l'enseignement et l'apprentissage du cours

Tout au long du cours de mathématiques du Programme du diplôme, les élèves sont encouragés à développer leur compréhension de la méthodologie et de la pratique des mathématiques. Les processus d'**investigation mathématique,** de **modélisation** et des **applications mathématiques** ainsi que **l'utilisation de la technologie** doivent être introduits opportunément. Ces processus doivent être utilisés tout au long du cours et non pas traités de manière isolée.

Investigation mathématique

Dans le profil de l'apprenant de l'IB, l'apprentissage par l'expérimentation, le questionnement et la découverte sont encouragés. Dans une classe de l'IB, les élèves apprendront généralement les mathématiques en étant des participants actifs d'activités d'apprentissages plutôt que les auditeurs passifs d'instructions. Les enseignants doivent donc fournir aux élèves des occasions d'apprendre à travers une investigation mathématique. Cette approche est illustrée par la figure 2.

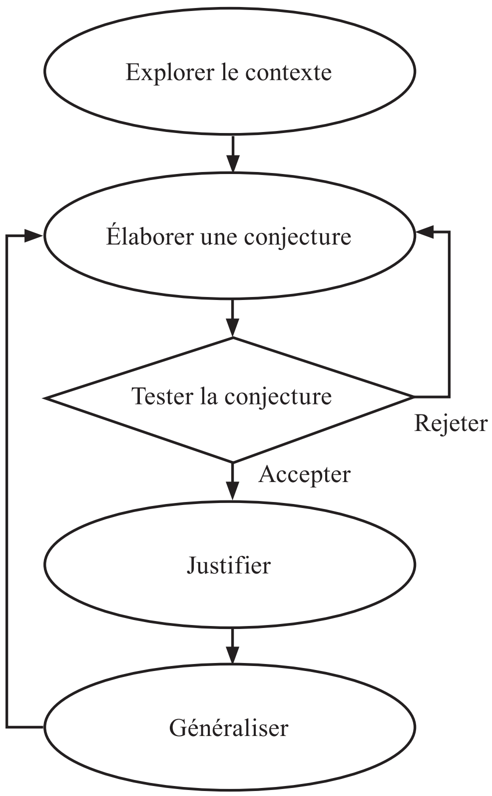

Figure 2

Modélisation et applications mathématiques

Les élèves doivent être capables d'utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes du monde concret. Impliquer les élèves dans un processus de modélisations mathématiques leur en donne l'occasion. Les élèves doivent développer, appliquer et analyser de façon critique des modèles. Cette approche est illustrée par la figure 3.

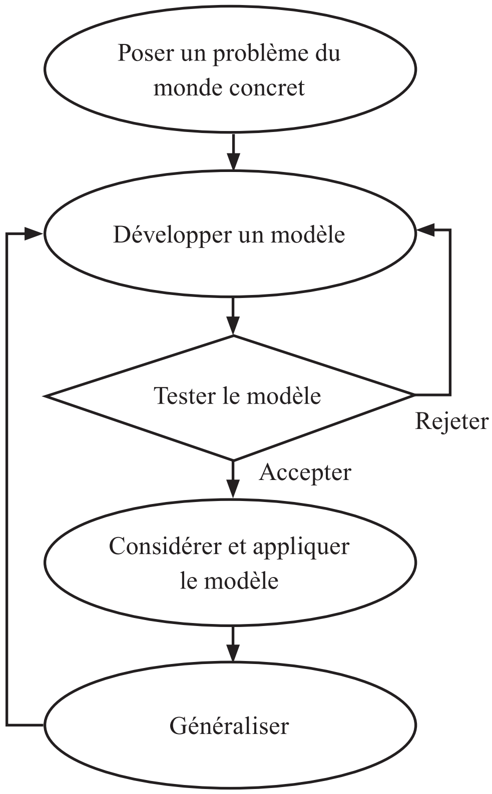

Figure 3

Technologie

La technologie est un moyen puissant d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. On peut utiliser la technologie pour améliorer la visualisation et renforcer la compréhension qu'ont les élèves des concepts mathématiques. La technologie peut aussi aider lors du recueil, de l'enregistrement, de l'organisation et de l'analyse de données. Elle permet d'élargir le champ des situations que les élèves peuvent aborder dans les problèmes. L'utilisation de la technologie augmente les possibilités pour que les élèves abordent des problèmes dans des contextes intéressants où les élèves peuvent réfléchir, raisonner, résoudre des problèmes et prendre des décisions.

Lorsque les enseignants associent les thèmes unificateurs que sont **l'investigation mathématique, la modélisation et les applications mathématiques,** et **l'utilisation de la technologie**, ils doivent commencer par conseiller leurs élèves, puis progressivement les encourager à devenir des penseurs et chercheurs plus indépendants. Les élèves de l'IB doivent apprendre à communiquer avec aisance dans le langage des mathématiques. Les enseignants doivent créer un environnement d'apprentissage sécurisant dans lequel les élèves n'ont pas peur de prendre des risques.

Les enseignants sont encouragés à faire des liens entre les mathématiques qui sont étudiées, les autres matières et le monde réel, et particulièrement les thèmes qui, pour leurs élèves, ont un intérêt ou une signification particulière. Des problèmes et des questions de la vie de tous les jours peuvent être introduits dans les leçons pour motiver les élèves et donner du sens à la matière ; des suggestions sont fournies dans la colonne « Liens » du programme. L'exploration mathématique offre la possibilité d'étudier l'utilité, la pertinence et l'occurrence des mathématiques dans le monde réel et elle ajoutera une dimension supplémentaire au cours. L'accent est mis sur la communication avec l'utilisation d'outils de présentation mathématique (par exemple, formules, diagrammes, représentations graphiques, etc.) accompagnés de commentaires. La modélisation, l'investigation, la réflexion, la communication mathématique et l'engagement personnel doivent dès lors être mis en avant dans la classe de mathématiques du Programme du diplôme.

Pour obtenir des informations complémentaires concernant les « Méthodes d'enseignement d'un cours du Programme du diplôme », veuillez vous référer à la publication *Le Programme du diplôme : des principes à la pratique* (avril 2009). Les enseignants trouveront des ressources variées sur le CPEL ainsi que des informations concernant les ateliers de perfectionnement professionnel sur le site Web public de l'IB.

Présentation du programme

- **Contenu :** la première colonne liste les sujets qui doivent être enseignés pour chaque thème.
- **Recommandations supplémentaires :** cette colonne contient des informations plus détaillées sur les sujets spécifiques listés dans la colonne « Contenu ». Elle précise le contenu pour les épreuves écrites.
- **Liens :** cette colonne fournit des liens utiles vers les objectifs globaux du cours de mathématiques NS ainsi que des suggestions de débat, des exemples de la vie quotidienne et des idées d'explorations. **Ces suggestions sont seulement données à titre indicatif pour introduire et illustrer le sujet et ne sont pas exhaustives.** Ces liens sont titrés de la manière suivante.

Application	exemples de la vie quotidienne et liens avec d'autres matières du Programme du diplôme
Objectif global 8	implications morales, sociales et éthiques de ce sujet
Dimension internationale	sensibilité internationale en lien avec le thème
Théorie de la connaissance	suggestions de sujets à débattre

Veuillez noter que toute référence à des guides pédagogiques d'autres matières dans la colonne « Liens » correspond à l'édition de ces guides en vigueur en 2012.

Notes à propos du programme

- Les formules qui se trouvent dans ce document y apparaissent uniquement pour lever d'éventuelles ambiguïtés. Toutes les formules nécessaires pour ce cours sont dans le livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS.
- Le terme « technologie » est utilisé pour signifier tout type de calculatrices ou d'ordinateurs mis à la disposition des élèves. Il y aura cependant des restrictions sur le type de technologie autorisée en examen. Elles seront précisées dans les documents appropriés.
- Les termes « analytique » et « approche analytique » sont généralement utilisés en référence à une approche qui n'utilise pas la technologie.

Programme d’études

Le contenu de l’ensemble des six thèmes du programme et d’un des thèmes optionnels doit être enseigné, mais pas nécessairement dans l’ordre dans lequel ils apparaissent dans ce guide. On attend des enseignants qu’ils élaborent un programme d’études qui couvre les besoins de leurs élèves et qui comprenne, si nécessaire, les thèmes cités parmi les acquis préliminaires.

Intégration du travail mené dans le cadre de l’exploration mathématique

Le travail mené dans le cadre de l’exploration doit être intégré au sein du programme d’études. De plus amples informations sur la marche à suivre sont présentées dans la section sur l’évaluation interne et dans le matériel de soutien pédagogique.

Volume horaire

Le nombre d’heures d’enseignement recommandé pour les cours au niveau supérieur est de 240 heures. Pour les mathématiques NS, il est prévu de consacrer 10 heures à l’exploration mathématique. La répartition des heures d’enseignement donnée dans ce guide est approximative et vise simplement à suggérer comment répartir les 230 heures d’enseignement restantes. Cependant, le temps exact consacré à chaque thème dépendra d’un certain nombre de facteurs, notamment des acquis préliminaires et du niveau de préparation de chaque élève. Les enseignants devront donc adapter ces durées aux besoins de leurs élèves.

Utilisation de calculatrices

Les élèves doivent disposer d’une calculatrice à écran graphique à tout moment durant le cours. Les capacités minimales requises sont révisées en parallèle avec les avancées technologiques. Les informations mises à jour seront fournies aux établissements scolaires. Les enseignants et les établissements scolaires doivent contrôler l’usage des calculatrices en se référant à la politique qui régit leur utilisation. Les règles concernant les types de calculatrices autorisées pour les examens sont détaillées dans le *Manuel de procédures pour le Programme du diplôme*. Des informations supplémentaires et des conseils sont disponibles dans la publication *Mathématiques NS/NM (calculatrices à écran graphique) – Matériel de soutien pédagogique* (septembre 2005) et sur le CPEL.

Livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS

Chaque élève doit disposer d’un exemplaire non annoté de ce livret pendant les épreuves d’examen. Il est recommandé aux enseignants de s’assurer que leurs élèves connaissent le contenu de ce document dès le début du cours. Il est de la responsabilité des établissements scolaires d’en télécharger un exemplaire depuis IBIS ou depuis le CPEL, de vérifier qu’il n’y a pas d’erreur d’impression et de s’assurer que suffisamment d’exemplaires sont disponibles pour tous les élèves.

Matériel de soutien pédagogique

Du matériel de soutien pédagogique varié accompagnera ce guide. Il contient des conseils pour les enseignants sur l’introduction, la planification et l’évaluation des explorations ainsi que des spécimens d’épreuves d’examen et de barèmes de notation.

Mots-consignes et liste des notations

Les enseignants et les élèves doivent se familiariser avec les notations et les mots-consignes de l’IB, puisque ceux-ci seront utilisés sans explication dans les sujets d’examen. Le « Glossaire des mots-consignes » et la « Liste des notations » sont donnés en annexe de ce guide.

Thèmes liés aux acquis préliminaires

Comme indiqué dans la section précédente sur les acquis préliminaires, tous les élèves doivent déjà posséder des connaissances approfondies en mathématiques, mais les enseignants doivent s'attendre à ce que ces connaissances soient diverses. Les élèves de mathématiques NS doivent connaître les thèmes suivants avant de passer les épreuves d'examen, car les questions d'examen sont élaborées en partant du principe que ces connaissances sont acquises. Les enseignants doivent donc s'assurer que tous les thèmes mentionnés ici qui ne sont pas maîtrisés par leurs élèves au début du cours soient introduits très tôt. Ils doivent également prendre en compte les connaissances mathématiques acquises par leurs élèves afin de concevoir un programme d'études approprié pour le cours de mathématiques NS. Ce tableau liste les connaissances qui, avec le contenu du programme, sont essentielles pour suivre avec succès le cours de mathématiques NS.

Les élèves doivent connaître le Système international (SI) d'unités de longueur, de masse et de temps, ainsi que les unités qui en sont dérivées.

Thème	Contenu
Nombres	Utilisation élémentaire de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division sur les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions simples, y compris l'ordre des opérations. Exposants rationnels. Simplification d'expressions comportant des racines (nombres irrationnels ou radicaux), y compris la rationalisation du dénominateur. Nombres premiers et facteurs premiers (diviseurs), y compris le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple. Applications simples des rapports, pourcentages et proportions liées au concept de similarité. Définition et traitement élémentaire de la valeur absolue (module), $\|a\|$. Arrondis, approximations décimales et chiffres significatifs, y compris l'appréciation des erreurs. Expression des nombres sous la forme standard (notation scientifique), c'est-à-dire, $a \times 10^k$, $1 \le a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$.
Ensembles et nombres	Concept d'ensemble, d'élément, d'ensemble universel (référence), d'ensemble vide, de complémentaire, de sous-ensemble, d'égalité d'ensembles, d'ensembles disjoints et les notations associées à ces concepts. Opérations sur les ensembles : union et intersection. Commutativité, associativité et distributivité. Diagrammes de Venn. Les ensembles de nombres : entiers naturels, $\mathbb{N}$; entiers relatifs, $\mathbb{Z}$; nombres rationnels, $\mathbb{Q}$, et irrationnels ; nombres réels, $\mathbb{R}$. Intervalles sur la droite des nombres réels en utilisant la notation des ensembles et les inégalités. Expression de l'ensemble-solution d'une inéquation du premier degré sur la droite numérique et avec la notation des ensembles. Application des éléments d'un ensemble dans un autre ; ensembles de couples ordonnés.

Thème	Contenu
Algèbre	Manipulation d'expressions du premier et du second degré, y compris la factorisation, le développement, la forme canonique (complétion du carré) et l'utilisation de la formule pour trouver les zéros d'une fonction du second degré. Réarrangement, calcul et combinaison de formules simples. Des exemples d'autres matières, particulièrement des matières scientifiques, doivent être inclus. La fonction affine et sa représentation graphique, sa pente et son ordonnée à l'origine. Propriétés des relations d'ordre : $<$, $\leq$, $>$, $\geq$. Résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à une inconnue, y compris celles avec coefficients rationnels. Résolution d'équations et d'inéquations du second degré, par factorisation ou par la complétion du carré. Résolution de systèmes d'équations linéaires à deux inconnues.
Trigonométrie	Mesure des angles en degrés. Directions et données au compas. La trigonométrie dans le triangle rectangle. Applications simples pour la résolution de problèmes impliquant des triangles. Le théorème de Pythagore et sa réciproque.
Géométrie	Transformations géométriques simples : translation, réflexion, rotation, homothétie. Congruence et similarité, y compris le concept de rapport d'une homothétie. Le cercle, son centre et son rayon, son aire et sa circonférence. Les termes « arc », « secteur », « corde », « tangente » et « segment ». Périmètre et aire de figures planes. Propriétés des triangles et quadrilatères, y compris les parallélogrammes, losanges, rectangles, carrés, cerfs-volants et trapèzes ; figures composées. Volume des parallélépipèdes droits, pyramides, sphères, cylindres et cônes. Classification des prismes et pyramides, y compris les tétraèdres.
Géométrie analytique	Géométrie élémentaire du plan, y compris les concepts de dimension pour le point, la droite, le plan et l'espace. L'équation d'une droite sous la forme $y = mx + c$. Droites parallèles et perpendiculaires, y compris $m_1 = m_2$ et $m_1 m_2 = -1$. Le plan cartésien : couples ordonnés (x, y), origine, axes. Le milieu d'un segment de droite et la distance entre deux points du plan cartésien.
Statistiques et probabilités	Statistiques descriptives : recueil de données brutes, représentation des données sous forme de représentations graphiques ou de diagrammes (par exemple histogrammes des effectifs, et courbes des effectifs cumulés). Obtenir des statistiques simples à partir de données discrètes et continues, y compris moyenne, médiane, mode, quartiles, étendue, intervalle interquartile. Calculer les probabilités d'événements simples.

Contenu du programme

Thème 1 – Tronc commun : algèbre

30 heures

L'objectif de ce thème est d'initier les élèves à certains concepts et applications algébriques de base.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
1.1	Suites et séries arithmétiques ; somme des séries arithmétiques finies ; suites et séries géométriques ; somme des séries géométriques finies et infinies. La notation sigma. Applications.	Des suites peuvent être générées et affichées de plusieurs façons, y compris par des fonctions récursives. Lien entre les séries géométriques infinies et les notions de limite et de convergence en 6.1. Les exemples comprennent les intérêts composés et la croissance d'une population.	**Dimension internationale :** la légende du jeu d'échecs (Sissa ibn Dahir). **Dimension internationale :** Aryabhatta est quelquefois considéré comme le « père de l'algèbre ». Comparer avec al-Khawarizmi. **Dimension internationale :** l'utilisation de plusieurs alphabets dans les notations mathématiques (le premier terme et la raison d'une suite arithmétique). **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Jusqu'à quel point les connaissances mathématiques doivent-elles être cohérentes avec notre intuition ? **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** Certaines constantes mathématiques (π ,e, ϕ , les nombres de Fibonacci) se retrouvent systématiquement dans la nature. Qu'est-ce que cela nous dit concernant les connaissances mathématiques ? *(Suite en page suivante)*

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
			(Voir les liens de la page précédente) **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Comment l'intuition mathématique est-elle à la source des démonstrations formelles ? (La méthode Gauss pour faire la somme des entiers de 1 à 100.) **Objectif global 8 :** les taux d'intérêts élevés pour des prêts à court terme. Comment la connaissance des mathématiques conduit des individus à être exploités ou protégés de l'exploitation ? **Application :** physique 7.2, 13.2 (désintégration radioactive et physique nucléaire).
1.2	Exposants et logarithmes. Lois des exposants ; lois des logarithmes. Changement de base.	Les exposants et les logarithmes sont développés en 2.4.	**Application :** chimie 18.1, 18.2 (calcul du pH et les solutions tampons). **Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques et de la science. Les logarithmes sont-ils une invention ou une découverte ? (Ce thème offre aux enseignants une opportunité de développer une réflexion sur la « nature des mathématiques ».)

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
1.3	Principes de dénombrement, y compris les permutations et les combinaisons. Formule du binôme de Newton : Développement de $(a+b)^n$, $n \in \mathbb{N}$. **Non exigé :** Les permutations où certains objets sont indiscernables. Les permutations circulaires. La preuve de la formule du binôme.	$\binom{n}{r}$ et ${}^nP_r$ doivent pouvoir être trouvés **aussi bien** par la formule **qu'**avec la technologie. Lien avec 5.4. Lien avec 5.6, la distribution binomiale.	**Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Les liens inattendus entre le triangle de Pascal, les méthodes de dénombrement et les coefficients de polynômes. Peut-on découvrir une vérité sous-jacente commune à ces concepts ? **Dimension internationale :** les propriétés du triangle de Pascal étaient connues dans un certain nombre de cultures bien avant Pascal (par exemple, le mathématicien chinois Yang Hui). **Objectif global 8 :** combien y a-t-il de numéros différents possibles dans une loterie ? Qu'est-ce que cela nous indique concernant l'éthique de la vente de billets de loterie à ceux qui ne comprennent pas les implications de ces grands nombres ?
1.4	Preuve par récurrence.	Liens avec une grande variété de thèmes comme, par exemple, les nombres complexes, les matrices, la dérivation, les sommes de séries, la divisibilité.	**Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques et de la science. Quelles sont les différents sens du mot induction en mathématiques et en sciences ? **Théorie de la connaissance :** les prétentions à la connaissance en mathématiques. Les preuves nous fournissent-elles des connaissances absolument certaines ? **Théorie de la connaissance :** les communautés scientifiques. Qui décide de la validité d'une preuve ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
1.5	Les nombres complexes : le nombre $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$; les concepts suivants : partie réelle, partie imaginaire, conjugué, module et argument. La forme cartésienne $z = a + \mathrm{i}b$. Sommes, produits et quotients de nombres complexes.	Dans la résolution de problèmes, les élèves peuvent avoir besoin d'utiliser la technologie.	**Application :** concepts en génie électrique. L'impédance comme une combinaison de résistance et de réactance ; la puissance apparente comme une combinaison de puissances réelle et réactive. Ces combinaisons prennent la forme $z = a + \mathrm{i}b$. **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Est-ce que les mots « imaginaire » et « complexe » rendent les concepts plus difficiles que s'ils avaient des noms différents ? **Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Est-ce que le nombre « i » a été inventé ou découvert ? **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** Pourquoi le nombre « i » apparaît-il dans tant de lois fondamentales de la physique ?
1.6	Forme module–argument (forme polaire) $z = r(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta) = r\,\mathrm{cis}\,\theta = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.	L'expression $r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ est aussi connue comme la forme d'Euler. Les élèves doivent être capables de passer d'une forme à l'autre.	**Application :** concepts en génie électrique. La phase, le facteur puissance et la puissance apparente comme un nombre complexe sous forme polaire. **Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Est-ce que le plan complexe existait avant d'être utilisé pour représenter les nombres complexes géométriquement ? **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Pourquoi peut-on dire que l'égalité $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} + 1 = 0$ est belle ?
	Le plan complexe.	Le plan complexe est aussi connu sous le nom de diagramme d'Argand.	
1.7	Puissances des nombres complexes : le théorème de De Moivre. $n^{\text{ième}}$ racine d'un nombre complexe.	Preuve par récurrence pour $n \in \mathbb{Z}^+$.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et la raison. Qu'est-ce que le raisonnement mathématique et quel est le rôle des preuves dans cette forme de raisonnement ? Y a-t-il des exemples de preuves qui ne soient pas mathématiques ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
1.8	Les racines conjuguées d'une équation polynomiale à coefficients réels.	Liens avec 2.5 et 2.7.	
1.9	Résolution de systèmes d'équations linéaires (au plus trois équations à trois inconnues), y compris les cas où il y a une solution unique, une infinité de solutions ou aucune solution.	Tout système doit pouvoir être résolu aussi bien par le calcul que par la technologie, c'est-à-dire, par la méthode de Gauss. Les systèmes qui ont une solution unique ou une infinité de solutions sont dits compatibles. Lorsqu'un système a une infinité de solutions, la solution générale peut être demandée. Lien avec les vecteurs en 4.7.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques, sens, perception et raison. Si nous pouvons trouver des solutions dans des dimensions supérieures, pouvons-nous raisonner et dire que ces espaces existent au-delà de la perception de nos sens ?

Thème 2 – Tronc commun : fonctions et équations — 22 heures

Les objectifs de ce thème sont d'explorer la notion de fonction en tant que thème unificateur en mathématiques et d'utiliser les fonctions dans des situations mathématiques variées. On s'attend à une importante utilisation de la technologie tant pour le développement que pour l'application de ce thème.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
2.1	Le concept de fonction : $f : x \mapsto f(x)$; domaine ; image de f ; image (valeur). Fonctions paires et impaires. Fonctions composées $f \circ g$. Fonction identité. Fonctions injectives et fonctions non injectives. Fonction réciproque f^{-1}, y compris la restriction du domaine, les involutions (fonctions qui sont leur propre inverse).	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$. Lien avec 6.2. Lien avec 3.4. Lien avec 6.2.	**Dimension internationale :** diverses notations pour les fonctions ont été développées par un certain nombre de mathématiciens différents au XVII^{e} et XVIII^{e} siècles. Comment les notations en usage aujourd'hui ont-elles été internationalement acceptées ? **Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Les mathématiques sont-elles simplement une manipulation de symboles dans un jeu de règles formelles ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
2.2	Représentation graphique d'une fonction ; son équation $y = f(x)$. La recherche des éléments-clés de courbes, maximums et minimums, abscisses et ordonnée à l'origine, asymptotes horizontales et verticales, symétries et considérations sur le domaine et l'image de la fonction. La représentation graphique des fonctions $y = \|f(x)\|$ et $y = f(\|x\|)$. La représentation graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$ étant donné la représentation graphique de $y = f(x)$.	Utilisation d'une calculatrice à écran graphique pour représenter graphiquement diverses fonctions.	**Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes. Est-ce que l'étude de la représentation graphique d'une fonction permet le même niveau de rigueur mathématique que l'étude de cette fonction par l'algèbre et l'analyse ? **Application :** esquisse et interprétation de courbes ; géographie NM/NS (compétences géographiques) ; chimie 11.3.1. **Dimension internationale :** l'approche formelle du groupe Bourbaki par opposition à l'approche visuelle de Mandelbrot.
2.3	Transformations des représentations graphiques : translations ; affinités ; symétries par rapport aux axes. La courbe de la fonction réciproque en tant que symétrie par rapport à la droite $y = x$.	Lien avec 3.4. On attend des élèves qu'ils comprennent l'effet des transformations autant sur l'expression algébrique que sur la représentation graphique de la fonction.	**Application :** économie NM/NS 1.1 (translation des courbes de l'offre et de la demande).
2.4	La fonction rationnelle $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$ et sa représentation graphique. La fonction $x \mapsto a^x$, $a > 0$ et sa représentation graphique. La fonction $x \mapsto \log_a x$, $x > 0$ et sa représentation graphique.	La fonction inverse en est un cas particulier. Les figures doivent inclure toutes les asymptotes et les intersections avec les axes. Les fonctions exponentielles et logarithmiques comme des réciproques l'une de l'autre. Lien avec 6.2 et la signification de e. Applications des concepts en 2.1, 2.2 et 2.3.	**Application :** géographie NM/NS (compétences géographiques) ; physique NM/NS 7.2 (désintégration radioactive) ; chimie NM/NS 16.3 (énergie d'activation) ; économie NM/NS 3.2 (taux de change).

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
2.5	Les fonctions polynomiales et leurs représentations graphiques. Les théorèmes du facteur et du reste. Le théorème de d’Alembert-Gauss (ou théorème fondamental de l'algèbre).	La signification géométrique de facteurs multiples. La relation entre le degré d'une fonction polynomiale et le nombre possible de ses abscisses à l'origine.	
2.6	La résolution d’équations du second degré à l'aide de la formule quadratique. L'utilisation du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$ pour déterminer la nature des racines. La résolution d’équations polynomiales aussi bien graphiquement qu’algébriquement. Somme et produit des racines d’équations polynomiales. Résolution de $a^x = b$ en utilisant les logarithmes. Utilisation de la technologie pour résoudre une variété d'équations, y compris celles pour lesquelles il n'y a pas d’approche analytique possible.	Les solutions sont appelées aussi les racines de l'équation ou les zéros de la fonction. Le lien entre la résolution d'équations polynomiales et les racines conjuguées en 1.8. Pour l'équation polynomiale $\sum_{r=0}^{n} a_r x^r = 0$, la somme des racines est $\frac{-a_{n-1}}{a_n}$, le produit des racines est $\frac{(-1)^n a_0}{a_n}$.	**Application :** chimie 17.2 (loi de l’équilibre). **Application :** physique 2.1 (cinématique). **Application :** physique 4.2 (changements d’énergie au cours d’un mouvement harmonique simple). **Application :** physique (NS seulement) 9.1 (mouvement d'un projectile). **Objectif global 8 :** l'expression « croissance exponentielle » est utilisée très fréquemment pour décrire un certain nombre de phénomènes. Est-ce un usage trompeur d'un terme mathématique ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
2.7	Solutions de $g(x) \geq f(x)$. Méthodes graphique ou algébrique pour des polynômes simples jusqu'au 3^{e} degré. L'utilisation de la technologie pour les fonctions ci-dessus et d'autres.		

Thème 3 – Tronc commun : fonctions trigonométriques et trigonométrie

22 heures

Les objectifs de ce thème sont d'explorer les fonctions trigonométriques, d'introduire quelques identités trigonométriques importantes et de résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles en utilisant la trigonométrie. Dans les épreuves d'examen, l'unité sera le radian sauf indication contraire, par exemple $x \mapsto \sin x^{\circ}$.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
3.1	Le cercle : mesure des angles en radians. Longueur d'un arc ; aire d'un secteur.	Les mesures en radians peuvent être exprimées comme des multiples de π, ou avec des nombres décimaux. Lien avec 6.2.	**Dimension internationale :** les origines des « degrés » dans les mathématiques en Mésopotamie et pourquoi nous mesurons le temps en minutes et secondes. **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Pourquoi utilisons-nous les radians ? (La nature arbitraire des mesures en degrés par opposition aux radians en tant que nombres réels et les conséquences de l'usage de ces deux mesures sur la forme des courbes sinusoïdales.) **Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** Si la trigonométrie est construite à partir de triangles rectangles, comment pouvons-nous honnêtement considérer les rapports trigonométriques d'angles supérieurs à l'angle droit ? **Dimension internationale :** l'origine du mot « sinus ».
3.2	Définition de $\cos\theta$, $\sin\theta$ et $\tan\theta$ à l'aide du cercle trigonométrique (cercle unité). Les valeurs exactes des sinus, cosinus et tangente pour les angles $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ et leurs multiples. Définition des rapports trigonométriques inverses $\sec\theta$, $\csc\theta$ et $\cot\theta$. Le théorème de Pythagore : $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$; $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$; $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$.		

(Suite en page suivante)

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
3.3	Les identités de la somme et de la différence de deux angles. Les identités de l'angle double. **Non exigé :** La preuve des identités de la somme et de la différence de deux angles.	La preuve des identités de l'angle double à partir des identités de la somme et de la différence de deux angles. Déterminer les valeurs possibles des rapports trigonométriques sans déterminer θ, par exemple déterminer $\sin 2\theta$ étant donné $\sin\theta$.	*(Voir les liens de la page pécédente)* **Application :** physique NM/NS 2.2 (forces et dynamique). **Application :** la triangulation utilisée dans le système GPS. **Dimension internationale :** pourquoi Pythagore associe-t-il l'étude de la musique et celle des mathématiques ? **Application :** concepts en génie électrique. Production d'un potentiel sinusoïdal.
3.4	Les fonctions composées de la forme $f(x) = a\sin(b(x+c)) + d$. Applications.		**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde. La musique peut être exprimée avec des mathématiques. Cela signifie-t-il que la musique est mathématique, que les mathématiques sont musicales ou que les deux sont les reflets d'une « vérité » commune ?
3.5	Les fonctions trigonométriques inverses $x \mapsto \arcsin x$, $x \mapsto \arccos x$, $x \mapsto \arctan x$; leur domaine et image ; leur représentation graphique.		**Application :** physique NM/NS 4.1 (cinématique et mouvement harmonique simple).
3.6	Méthodes algébriques et méthodes graphiques pour résoudre des équations trigonométriques sur un intervalle fini, y compris l'utilisation des identités trigonométriques et de la factorisation. **Non exigé :** La solution générale d'équations trigonométriques.		**Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes. Comment peut-il y avoir un nombre infini de solutions discrètes pour une équation ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
3.7	La loi des cosinus. La loi des sinus, y compris le cas ambigu. L'aire d'un triangle comme $\frac{1}{2}ab\sin C$.		**Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques**.** Si la somme des angles d'un triangle peut être inférieure à 180°, égale à 180° ou supérieure à 180°, qu'est ce que cela nous dit à propos du « fait » que représente la somme des angles d'un triangle et sur la nature des connaissances mathématiques ?
	Applications.	Exemples sur la navigation, problèmes en deux ou trois dimensions, avec des angles d'élévation et de dépression.	**Application :** physique NM/NS 1.3 (vecteurs et scalaires) ; physique NM/NS 2.2 (forces et dynamique). **Dimension internationale :** l'utilisation de la triangulation pour déterminer la courbure de la terre de façon à résoudre une dispute entre l'Angleterre et la France concernant la gravité selon Newton.

Thème 4 – Tronc commun : vecteurs

24 heures

L'objectif de ce thème est d’offrir une introduction sur l'utilisation des vecteurs en deux et trois dimensions, et de faciliter la résolution de problèmes faisant intervenir des points, des droites et des plans.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
4.1	Concept de vecteur. Représentation de vecteurs utilisant des segments orientés. Les vecteurs unitaires ; vecteurs de base ; $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ et $\boldsymbol{k}$. Les composantes d'un vecteur : $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = v_1\boldsymbol{i} + v_2\boldsymbol{j} + v_3\boldsymbol{k}$		**Objectif global 8 :** les vecteurs sont utilisés pour résoudre de nombreux problèmes de positionnement. Ils peuvent être utilisés pour sauver la vie d'un marin ou pour détruire un bâtiment avec une bombe guidée par laser. **Application :** physique NM/NS 1.3 (vecteurs et scalaires) ; physique NM/NS 2.2 (forces et dynamique). **Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** On peut trouver des preuves en utilisant différents concepts mathématiques. Qu'est-ce que cela nous dit à propos des connaissances mathématiques ?
	Approches algébrique et géométrique de notions suivantes : • la somme et la différence de deux vecteurs ; • le vecteur nul $\boldsymbol{0}$; le vecteur $-\boldsymbol{v}$; • la multiplication par un scalaire, $k\boldsymbol{v}$; • la norme d'un vecteur, $\lvert\boldsymbol{v}\rvert$; • les vecteurs-position , $\vec{\mathrm{OA}} = \boldsymbol{a}$.	Preuves des propriétés géométriques en utilisant des vecteurs.	
	$\vec{\mathrm{AB}} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}$	La distance entre les points A et B est la norme de $\vec{\mathrm{AB}}$.	

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
4.2	La définition du produit scalaire entre deux vecteurs. Propriétés du produit scalaire : $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{v}$; $\boldsymbol{u} \cdot (\boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}) = \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} + \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{w}$; $(k\boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{w} = k(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w})$; $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v} = \|\boldsymbol{v}\|^2$. L'angle entre deux vecteurs. Vecteurs perpendiculaires ; vecteurs parallèles.	$\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = \|\boldsymbol{v}\|\|\boldsymbol{w}\|\cos\theta$, où θ est l'angle entre $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$. Lien avec 3.6. Pour des vecteurs non nuls, $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = 0$ est équivalent à $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$ sont perpendiculaires. Pour des vecteurs parallèles, $\|\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w}\| = \|\boldsymbol{v}\|\|\boldsymbol{w}\|$.	**Application :** physique NM/NS 2.2 (forces et dynamique). **Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Pourquoi cette définition du produit scalaire ?
4.3	L'équation vectorielle d'une droite en deux et trois dimensions : $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + \lambda \boldsymbol{b}$. Applications simples à la cinématique. L'angle entre deux droites.	Pour les équations d'une droite, les élèves doivent connaître les formes suivantes. Forme paramétrique : $x = x_0 + \lambda l$, $y = y_0 + \lambda m$, $z = z_0 + \lambda n$. Forme cartésienne : $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$.	**Application :** modélisation d'un mouvement rectiligne en trois dimensions. **Application :** les systèmes de navigation, par exemple le GPS. **Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Pourquoi peut-on avancer que la représentation vectorielle des droites est meilleure que leur représentation symétrique ?
4.4	Droites confondues, parallèles, sécantes et gauches (c'est-à-dire non coplanaires) ; distinguer entre ces quatre cas. Points d'intersection.		

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
4.5	La définition du produit vectoriel entre deux vecteurs. Propriétés du produit vectoriel : $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{w} \times \boldsymbol{v}$; $\boldsymbol{u} \times (\boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}) = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{w}$; $(k\boldsymbol{v}) \times \boldsymbol{w} = k(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w})$; $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$. Interprétation géométrique de $\lvert \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \rvert$.	$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} = \lvert \boldsymbol{v} \rvert \lvert \boldsymbol{w} \rvert \sin\theta\, \boldsymbol{n}$, où θ est l'angle entre $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$ et $\boldsymbol{n}$ est le vecteur normal unitaire dont la direction est donnée par la règle de la main droite (ou du tire-bouchon). Aire de triangles et de parallélogrammes.	**Application :** physique NM/NS 6.3 (force et champ magnétiques).
4.6	Équation vectorielle d'un plan $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + \lambda\boldsymbol{b} + \mu\boldsymbol{c}$. Utilisation du vecteur normal pour obtenir la forme $\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{n}$. Équation cartésienne d'un plan $ax + by + cz = d$.		
4.7	Intersection de une droite et un plan ; entre deux plans ; entre trois plans. Angle entre une droite et un plan ; angle entre deux plans.	Lien avec 1.9. Interprétation géométrique des solutions.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Pourquoi des représentations symboliques d'objets en trois dimensions sont-elles plus faciles à gérer que des représentations visuelles ? Qu'est-ce que cela nous dit à propos des connaissances mathématiques dans d'autres dimensions ?

Thème 5 – Tronc commun : statistiques et probabilités — 36 heures

L'objectif de ce thème est d'offrir une introduction sur les concepts de base. On peut considérer trois parties : la manipulation et la présentation de données statistiques (5.1), les lois des probabilités (5.2 à 5.4.), et les variables aléatoires et leurs distributions de probabilité (5.5 à 5.7). On s'attend à ce que la plupart des calculs demandés soient effectués à l'aide d'une calculatrice à écran graphique. L'accent est mis sur la compréhension et l'interprétation des résultats obtenus. Les tables statistiques ne seront plus autorisées pendant les examens.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
5.1	Concepts de population, d'échantillon, d'échantillon aléatoire et de distribution statistique pour des données discrètes et continues. Données groupées : valeur centrale d'un intervalle, amplitude d'un intervalle, bornes inférieure et supérieure d'un intervalle. Moyenne, variance, écart type. **Non exigé :** Estimation de la moyenne et de la variance d'une population à partir d'un échantillon.	Dans les épreuves 1 et 2, les données seront considérées comme étant la population. Dans les épreuves d'examen, les formules suivantes doivent être utilisées : $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n}$, $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \mu)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2}{n} - \mu^2$.	**Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Pourquoi les mathématiques et la statistique sont parfois considérées comme des matières différentes ? **Théorie de la connaissance :** nature de la connaissance. Y a-t-il une différence entre information et données ? **Objectif global 8 :** l'usage des statistiques conduit-il à une survalorisation des caractéristiques facilement mesurables par rapport à celles qui ne peuvent pas être mesurées ? **Application :** psychologie NM/NS (statistique descriptive) ; géographie NM/NS (compétences géographiques) ; biologie NM/NS 1.1.2 (analyse statistique). **Application :** les méthodes pratiques pour recueillir des données réelles (recensement par opposition à échantillonnage). **Application :** statistiques trompeuses dans les moyens de communication.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
5.2	Les concepts d'essai, de résultat possible, de résultats équiprobables possibles, d'univers des possibles (U) et d'événement. La probabilité d'un événement définie par $\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$. Les événements contraires A et A' (non A). Utilisation de diagrammes de Venn, de diagrammes en arbre, de principes de dénombrement et de tableaux de résultats possibles pour résoudre des problèmes.		**Objectif global 8 :** pourquoi a-t-on avancé le fait que les théories basées sur les probabilités calculables dans les casinos deviennent néfastes lorsqu'on les applique à la vie quotidienne (c'est-à-dire à l'économie) ? **Dimension internationale :** le développement de la théorie mathématique des probabilités au XVII^{e} siècle en France.
5.3	Événements composés ; la formule pour : $\mathrm{P}(A \cup B)$. Événements incompatibles.		
5.4	Probabilité conditionnelle ; la définition $\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$. Événements indépendants ; la définition $\mathrm{P}(A \mid B) = \mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A \mid B')$. L'utilisation de la formule de Bayes pour un maximum de trois événements.	L'utilisation de $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ pour montrer l'indépendance.	**Application :** dans les études médicales, l'utilisation de méthodes probabilistes pour évaluer les facteurs de risque pour certaines maladies. **Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** Est-ce que l'indépendance telle qu'elle est définie en probabilités est la même que celle rencontrée dans l'expérience quotidienne ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
5.5	Concept de variable aléatoire discrète et continue et leurs distributions de probabilité. Définition et utilisation de fonctions de densité. Espérance mathématique (moyenne), mode, médiane, variance et écart type. Applications.	Dans le cas d'une variable aléatoire continue, une valeur correspondant à un maximum de la fonction de densité est appelée un « mode ». Des exemples de jeux de hasard.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Dans quelle mesure peut-on faire confiance à des échantillons de données ? **Application :** gains espérés pour les compagnies d'assurance.
5.6	La distribution binomiale, sa moyenne et sa variance. La distribution de Poisson, sa moyenne et sa variance. **Non exigé :** Preuve formelle des moyennes et des variances.	Lien avec la formule du binôme en 1.3. Les conditions sous lesquelles une variable aléatoire suit ces distributions.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde. La distribution binomiale est-elle un modèle utile pour une situation concrète dans le monde ?
5.7	La distribution normale. Propriétés de la distribution normale. Variable normale centrée réduite.	Les probabilités et les valeurs de la variable doivent être trouvées en utilisant la technologie. La cote z donne l'écart à la moyenne mesuré avec l'écart type comme unité. Lien avec 2.3.	**Application :** chimie NM/NS 6.2 (théorie des collisions) ; psychologie NS (statistiques descriptives) ; biologie NM/NS 1.1.3 (analyse statistique). **Objectif global 8 :** pourquoi une mauvaise utilisation de la distribution normale conduit-elle à des inférences et des conclusions dangereuses ? **Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** Dans quelle mesure peut-on faire confiance à des modèles mathématiques tels que la distribution normale ? **Dimension internationale :** l'étude de la distribution normale par De Moivre et son usage par Quetelet pour décrire *l'homme moyen*.

Thème 6 – Tronc commun : analyse 48 heures

L'objectif de ce thème est d'initier les élèves aux concepts et aux techniques de base du calcul différentiel et intégral ainsi qu'à leurs applications.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
6.1	Notions informelles sur les limites, la continuité et la convergence. Définition formelle de la dérivée comme $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$. Interprétation de la dérivée comme la fonction qui donne la pente (en un point) et comme un taux de variation instantané. Recherche des équations de tangentes et de normales. Identification des fonctions croissantes et décroissantes. La dérivée seconde. Les dérivées d'ordre supérieur.	Inclure le résultat $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$. Lien avec 1.1. Utilisation de cette définition de la dérivée uniquement pour des fonctions polynomiales. Lien avec la formule du binôme en 1.3. Utilisation des notations $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ et $f'(x)$ pour la dérivée première. Utilisation d'une approche aussi bien algébrique que technologique. Utilisation des notations $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$ et $f''(x)$ pour la dérivée seconde. Familiarité avec les notations $\frac{\mathrm{d}^ny}{\mathrm{d}x^n}$ et $f^{(n)}(x)$. Lien avec la récurrence en 1.4.	**Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques. Est-ce que le fait que Leibnitz et Newton aient travaillé sur l'analyse au même moment justifie l'argument que les mathématiques existent avant leur découverte ? **Dimension internationale :** comment la méfiance des Grecs vis-à-vis du zéro a fait que les travaux d'Archimède n'ont pas abouti à l'analyse ? **Dimension internationale :** étudier les tentatives par les mathématiciens indiens (500–1000 EC) d'expliquer la division par zéro. **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le sage. Qu'est-ce que la dispute entre Newton et Leibnitz nous dit à propos des émotions humaines et des découvertes mathématiques ? **Application :** économie NS 1.5 (théorie de l'entreprise) ; chimie NM/NS 11.3.4 (techniques graphiques) ; physique NM/NS 2.1 (cinématique).

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
6.2	Les dérivées de x^n, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, e^x et $\ln x$. Dérivation de la somme et du produit par une constante. Les règles de dérivation du produit et du quotient. La règle de dérivation des fonctions composées. Taux de variation liés. Dérivation implicite. Les dérivées de $\sec x$, $\csc x$, $\cot x$, a^x, $\log_a x$, $\arcsin x$, $\arccos x$ et $\arctan x$.		**Application :** physique NS 2.4 (mouvement circulaire uniforme) ; physique 12.1 (force électromotrice (f.é.m.) induite). **Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes. Euler a pu faire des progrès importants dans l'étude de fonctions mathématiques avant que l'analyse ait été établie sur des fondations théoriques solides par Cauchy et d'autres. Cependant certains travaux n'ont pas été possibles avant les réalisations de Cauchy. Qu'est-ce que cela nous dit à propos de l'importance des preuves et la nature des mathématiques ? **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde. Des concepts apparemment abstraits comme l'analyse nous permettent de créer des modèles mathématiques qui ont permis de grandes réalisations humaines telles qu'envoyer un homme sur la Lune. Qu'est-ce que cela nous dit à propos des liens entre les modèles mathématiques et la réalité physique ?
6.3	Maximums et minimums relatifs. Problèmes d'optimisation. Points d'inflexion avec des pentes nulles et non nulles. Le comportement graphique de fonctions, y compris les relations entre les courbes de f, f' et f''. **Non exigé :** Les points d'inflexion où $f''(x)$ n'est pas défini : par exemple, $y = x^{1/3}$ en $(0,0)$.	Test pour un maximum ou un minimum en utilisant le changement de signe de la dérivée première ou en utilisant le signe de la dérivée seconde. Utilisation des expressions « concavité vers le haut » pour $f''(x) > 0$, « concavité vers le bas » pour $f''(x) < 0$. En un point d'inflexion, $f''(x) = 0$ et change de signe (changement de concavité).	

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
6.4	Intégration indéfinie comme la réciproque de la dérivation. Les intégrales indéfinies de x^n, $\sin x$, $\cos x$ et e^x. Autres intégrales indéfinies à partir des résultats de 6.2. Les composées de ces intégrales avec une fonction affine.	L'intégrale indéfinie interprétée comme une famille de courbes. $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert + c$. Y compris par exemple : $\int (2x-1)^5\,dx$, $\int \frac{1}{3x+4}\,dx$ et $\int \frac{1}{x^2+2x+5}\,dx$.	
6.5	Intégration avec des conditions initiales pour déterminer la constante d'intégration. Intégrales définies. Aire de la région délimitée par une courbe et l'axe des abscisses Ox ou l'axe des ordonnées Oy sur un intervalle donné. Aires de régions délimitées par des courbes. Volumes de révolution autour de l'axe des abscisses Ox ou autour de l'axe des ordonnées Oy.	La valeur de certaines intégrales définies ne peut être trouvée qu'en utilisant la technologie.	**Application :** conception industrielle.
6.6	Problèmes de cinématique mettant en jeu la déplacement s, la vitesse v et l'accélération a. La distance totale parcourue.	$v = \frac{ds}{dt}$, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = v\frac{dv}{ds}$. La distance totale parcourue $= \int_{t_1}^{t_2} \lvert v\rvert\,dt$.	**Application :** physique MS 2.1 (cinématique). **Dimension internationale :** est-ce que l'inclusion de la cinématique dans le tronc commun des mathématiques reflète un héritage culturel particulier ? Qui décide ce qui est mathématique ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
6.7	Intégration par changement de variables.	Dans les questions d'examen, les changements de variables non-standards seront donnés.	
	Intégration par parties.	Lien avec 6.2. Exemples : $\int x \sin x \, \mathrm{d}x$ et $\int \ln x \, \mathrm{d}x$. Intégration par parties itérée. Exemples : $\int x^2 \mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x$ et $\int \mathrm{e}^x \sin x \, \mathrm{d}x$.	

Thème 7 – Option : statistiques et probabilités — 48 heures

Les objectifs de cette option sont de donner aux élèves l'occasion d'étudier la statistique par le biais d'une approche pratique ; de démontrer un bon niveau de compréhension de la statistique et de reconnaître des situations où la statistique peut s'appliquer et d'interpréter les résultats obtenus. On s'attend à ce qu'une calculatrice à écran graphique soit utilisée tout au long de l'étude de cette option et les capacités minimales de cette dernière devront être les suivantes : trouver des fonctions de densité, des fonctions de répartition, des fonctions de répartition inverses, des valeurs critiques et des statistiques provenant des tests, y compris des calculs pour les distributions binomiale, de Poisson, normale, t (de Student) et khi-carré. On s'attend à ce que les élèves posent mathématiquement le problème, pour ensuite trouver les réponses à l'aide d'une calculatrice à écran graphique, en indiquant ces réponses dans leurs démarches écrites. La notation spécifique aux calculatrices ou celle d'un modèle en particulier ne doivent pas être utilisées dans ces explications.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
7.1	Les fonctions de distribution pour les distributions discrètes et les distributions continues. La distribution géométrique. La distribution binomiale négative. La fonction génératrice pour une variable aléatoire discrète X. Utiliser les fonctions génératrices pour déterminer l'espérance, la variance et la distribution de la somme de n variables aléatoires indépendantes.	$G(t) = \mathrm{E}(t^X) = \sum_x P(X = x)t^x$.	**Dimension internationale :** aussi connue comme la distribution de Pascal. **Objectif global 8 :** la compression statistique de fichiers de données.
7.2	Transformations affines d'une seule variable aléatoire. L'espérance d'une combinaison linéaire de n variables aléatoires. La variance d'une combinaison linéaire de n variables aléatoires indépendantes. L'espérance du produit de variables aléatoires indépendantes.	$\mathrm{E}(aX + b) = a\mathrm{E}(X) + b$, $\mathrm{Var}(aX + b) = a^2\,\mathrm{Var}(X)$. $\mathrm{E}(XY) = \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$.	

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
7.3	Estimateurs sans biais et estimations. Comparaison d'estimateurs sans biais à partir des variances. $\overline{X}$ est un estimateur sans biais de μ. S^2 est un estimateur sans biais de σ^2.	T est un estimateur sans biais de paramètre θ si $\mathrm{E}(T)=\theta$. T_1 est un meilleur estimateur que T_2 si $\mathrm{Var}(T_1)<\mathrm{Var}(T_2)$. $\overline{X}=\sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{n}$. $S^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(X_i-\overline{X}\right)^2}{n-1}$.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** Si l'on ne connaît pas la valeur d'un paramètre, un estimateur sans biais sera-t-il toujours meilleur qu'un estimateur biaisé ?
7.4	Une combinaison linéaire de variables aléatoires normales indépendantes est normalement distribuée. En particulier, $X\sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)\Rightarrow \overline{X}\sim \mathrm{N}\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)$. Le théorème central limite.		**Objectif global 8 / Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** « Sans le théorème central limite, il ne pourrait y avoir de statistiques de quelque valeur que ce soit en sciences humaines ». **Théorie de la connaissance :** la nature des mathématiques**.** Le théorème central limite peut être démontré mathématiquement (formalisme), mais sa véracité peut être confirmée par ses applications (empirisme).
7.5	Intervalles de confiance pour la moyenne d'une population normale.	Utilisation de la distribution normale quand σ est connu et utilisation de la distribution *t* de Student quand σ est inconnu, quelque soit la taille de l'échantillon. Le cas de l'échantillonnage apparié doit être présenté comme un exemple de technique d'échantillonnage d'un échantillon unique.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** Prétendre que la marque A est « meilleure », en moyenne, que la marque B peut avoir très peu de signification si les intervalles de confiance des deux moyennes se chevauchent largement. **Application :** géographie.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
7.6	L'hypothèse nulle, H_0 et l'hypothèse alternative, H_1. Niveau de signification. Régions critiques, valeurs critiques, valeurs *p*, tests unilatéral et bilatéral. Erreurs de type I et de type II, y compris le calcul de leurs probabilités. Tests d'hypothèse pour la moyenne d'une population normale.	Utilisation de la distribution normale quand σ est connu et utilisation de la distribution *t* de Student quand σ est inconnu, quelque soit la taille de l'échantillon. Le cas de l'échantillonnage apparié doit être présenté comme un exemple de technique d'échantillonnage d'un échantillon unique.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** En pratique, est-ce la même chose de dire qu'un résultat est significatif que de dire qu'il est vrai ? **Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** Dans les sciences humaines, est-ce que la possibilité de tester seulement certains paramètres dans une population affecte la façon dont on valorise certaines affirmations ? **Application :** quand est-ce qu'il est plus important de ne pas faire une erreur de type I et quand est-ce qu'il est plus important de ne pas faire une erreur de type II ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
7.7	Introduction aux distributions à deux variables.	Discussions informelles sur des situations fréquentes, par exemple, les notes d'examens en mathématiques pures et en statistique des élèves d'une classe, le salaire et l'âge des enseignants dans une certaine école. Le besoin d'une mesure de la correspondance entre les deux variables et la possibilité de prédire la valeur de l'une des variables connaissant la valeur de l'autre variable.	**Application :** compétences géographiques. **Objectif global 8 :** la corrélation entre le fait de fumer et le cancer du poumon a été « découverte » grâce aux mathématiques. La science a dû justifier la cause.
	Covariance et coefficient de corrélation (dans une population) ρ.	$\mathrm{Cov}(X,Y) = \mathrm{E}[(X-\mu_x)(Y-\mu_y)]$ $= \mathrm{E}(XY) - \mu_x\mu_y$, où $\mu_x = \mathrm{E}(X), \mu_y = \mathrm{E}(Y)$. $\rho = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\mathrm{Var}(X)\mathrm{Var}(Y)}}$.	**Application :** l'utilisation de la technologie pour ajuster un ensemble de courbes à une série de données.
	Preuve que l'on a $\rho = 0$ dans le cas de l'indépendance entre X et Y et $\rho = 1$ dans le cas d'une relation affine entre X et Y.	L'utilisation de ρ comme une mesure de la correspondance entre X et Y, des valeurs proches de 0 signalant une faible correspondance et des valeurs proches de +1 ou de −1 signalant une forte correspondance.	**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** Étant donné qu'une série de données peut être approximativement ajustée à différentes courbes, où doit-on chercher la justification pour décider quelle équation constitue le « vrai » modèle ?
	Définition du coefficient de corrélation R (pour un échantillon) en fonction de n observations appariées de X et Y. Son application à l'estimation de ρ.	$R = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2}}$ $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_iY_i - n\overline{X}\,\overline{Y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}X_i^2 - n\overline{X}^2\right)\left(\sum Y_i^2 - n\overline{Y}^2\right)}}$.	**Objectif global 8 :** le physicien Frank Oppenheimer a écrit : « La prédiction dépend simplement de la supposition que ce qui a été observé se répétera ». C'est le danger des extrapolations. Il y a eu dans le passé de nombreux exemples de cette faiblesse, par exemple le cours des actions, la dissémination d'une maladie, le changement climatique. *(Suite en page suivante)*

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
	Interprétation informelle de r, la valeur observée de R. Diagramme de dispersion.	Des valeurs de r proches de 0 signalant une faible correspondance et des valeurs proches de +1 ou de −1 signalant une forte correspondance.	*(Voir les liens de la page précédente)*
	Ce qui suit suppose que l'on ait la normalité bivariée.	Il est attendu que la calculatrice à écran graphique sera utilisée chaque fois que possible dans le travail qui suit.	
	Utilisation de la statistique t de Student pour tester l'hypothèse nulle $\rho = 0$.	$R\sqrt{\dfrac{n-2}{1-R^2}}$ suit une distribution t de Student avec $(n-2)$ degrés de liberté.	
	Connaître le fait que les régressions de X en fonction de Y $\left(\mathrm{E}(X \mid Y = y)\right)$ et de Y en fonction de X $\left(\mathrm{E}(Y \mid X = x)\right)$ sont affines. Les estimations par les moindres carrés de ces droites de régression (preuve non exigée). L'utilisation de ces droites de régression pour prédire la valeur de l'une des variables connaissant la valeur de l'autre.	$x - \bar{x} = \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}\right)(y - \bar{y})$ $= \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2}\right)(y - \bar{y}),$ $y - \bar{y} = \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right)(x - \bar{x})$ $= \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}\right)(x - \bar{x}).$	

Thème 8 – Option : ensembles, relations et groupes 48 heures

Les objectifs de cette option sont de donner aux élèves l'occasion d'étudier quelques concepts mathématiques importants et de présenter les principes de preuve mathématique par le biais de l'algèbre abstraite.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
8.1	Ensembles finis et infinis. Sous-ensembles. Opérations sur les ensembles : union ; intersection ; complément ; différence ; différence symétrique.		**Théorie de la connaissance :** la théorie de Cantor sur les nombres transfinis, le paradoxe de Russell, le théorème d'incomplétude de Gödel.
	Loi de De Morgan ; distributivité, associativité et commutativité (pour l'union et l'intersection).	Illustration de ces lois en utilisant des diagrammes de Venn. On peut demander aux élèves de prouver que deux ensembles sont égaux en établissant que $A \subseteq B$ et $B \subseteq A$.	**Application :** la logique, l'algèbre de Boole, les circuits informatiques.
8.2	Couples ordonnés : le produit cartésien de deux ensembles.		
	Relations : relations d'équivalence ; classes d'équivalence.	Une relation d'équivalence sur un ensemble induit une partition de cet ensemble.	**Application** / **Dimension internationale :** les clans écossais.
8.3	Fonction : injections ; surjections ; bijections.	Le terme « ensemble d'arrivée ».	
	Composition de fonctions et fonctions réciproques.	Connaître le fait que la composition de fonctions n'est pas une opération commutative et que si f est une bijection de l'ensemble A sur l'ensemble B, alors f^{-1} existe et est une bijection de l'ensemble B sur l'ensemble A.	

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
8.4	Opérations binaires. Tables d'opération (tables de Cayley).	Une opération binaire $*$ sur un ensemble non vide S est une loi pour combiner deux éléments quelconques $a, b \in S$ pour donner un élément unique *c*. Cela signifie, d'après cette définition, qu'une opération binaire n'est pas nécessairement fermée.	
8.5	Les propriétés des opérations binaires : associativité, distributivité et commutativité.	Les opérations arithmétiques dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$. Des exemples de distributivité peuvent inclure le fait que dans $\mathbb{R}$ la multiplication est distributive sur l'addition mas l'addition n'est pas distributive sur la multiplication.	**Théorie de la connaissance :** qu'est-ce qui est le plus fondamental, les modèles généraux ou les exemples familiers ?
8.6	L'élément neutre *e*. L'élément symétrique a^{-1} d'un élément *a*. Démonstration du fait que l'on peut simplifier à gauche et à droite par un élément a, à condition que a possède un symétrique. Démonstration de l'unicité de l'élément neutre et de l'élément symétrique.	Les identités $a * e = a$ (neutre à droite) et $e * a = a$ (neutre à gauche) doivent être satisfaites pour que e soit un élément neutre. Les identités $a * a^{-1} = e$ et $a^{-1} * a = e$ doivent être satisfaites.	

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
8.7	La définition d'un groupe $\{G,*\}$.	Pour un ensemble G muni d'une opération $*$: • G est fermé pour $*$; • $*$ est associative ; • G contient un élément neutre ; • chaque élément de G à un élément symétrique dans G.	**Application :** existence de formules pour les racines de polynômes. **Application :**l théorie de Galois concernant l'impossibilité de telles formules pour les polynômes de degrés 5 ou plus.
	La table d'opérations d'un groupe est un carré latin, mais le contraire est faux.		
	Groupes abéliens.	$a*b=b*a$, pour tout $a,b\in G$.	
8.8	Exemple de groupes : • $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{C}$ sous l'addition ; • les entiers relatifs sous l'addition modulo *n ;* • les entiers relatifs non nuls sous la multiplication modulo p, où p est premier ;		**Application :** le Rubik's cube, les mesures du temps, la structure du cristal, les symétries de molécules, les constructions en barres et câbles ; physique H2.2 (relativité restreinte), la voie octuple, la supersymétrie.
	les symétries de figures planes, y compris des triangles équilatéraux et des rectangles ;	La composition $T_2 \circ T_1$ représente T_1 suivi de T_2.	
	les fonctions bijectives sous la composition des fonctions.		
8.9	L'ordre d'un groupe. L'ordre d'un élément d'un groupe.		
	Groupes cycliques.		**Application :** musique cycle des quintes, nombres premiers.
	Générateurs.		
	Preuve du fait que tout groupe cyclique est abélien.		

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
8.10	Les permutations sous la composition de permutations. Notation par cycle pour les permutations. Le fait que toute permutation peut s'écrire comme composition de cycles disjoints. L'ordre d'une combinaison de cycles.	Dans les épreuves d'examen, on écrira $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ou en notation par cycle $p =$ (132) pour représenter la permutation $p: 1 \to 3$, $2 \to 1$, $3 \to 2$.	**Application :** cryptographie, campanologie.
8.11	Sous-groupes, sous-groupes propres. Utilisation et démonstration de critères pour déterminer si un sous-ensemble d'un groupe est un sous-groupe. Définition et exemples de classes à gauche (ou à droite) d'un sous-groupe d'un groupe. Théorème de Lagrange. Utilisation et démonstration du résultat selon lequel l'ordre d'un groupe fini est divisible par l'ordre de n'importe lequel de ses éléments. (Corollaire du théorème de Lagrange)	Un sous groupe propre est un sous-groupe strictement inclus dans le groupe et non réduit à l'élément neutre. Soit $\{G, *\}$ un groupe et H un sous-ensemble non vide de G. Alors $\{H, *\}$ est un sous-groupe de $\{G, *\}$ si $a * b^{-1} \in H$ pour tout $a, b \in H$. Soit $\{G, *\}$ un groupe fini et H un sous-ensemble non vide de G. Alors $\{H, *\}$ est un sous-groupe de $\{G, *\}$ si H est fermé pour $*$.	**Application :** factorisation en facteurs premiers, symétrie brisée.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
8.12	Définition d'un homomorphisme de groupes.	Aussi bien des groupes infinis que des groupes finis. Soit $\{G, *\}$ et $\{H, \circ\}$ deux groupes, alors la fonction $f : G \to H$ est un homomorphisme si $f(a * b) = f(a) \circ f(b)$ pour tout $a, b \in G$.	
	Définition du noyau d'un homomorphisme. Preuve du fait que le noyau et l'image d'un homomorphisme sont des sous-groupes.	Si $f : G \to H$ est un homomorphisme de groupes alors $\mathrm{Ker}(f)$ est l'ensemble des $a \in G$ tels que $f(a) = e_H$.	
	Preuve des propriétés des homomorphismes pour l'élément neutre et l'élément symétrique.	Élément neutre : soit e_G et e_H les éléments neutres de $\{G, *\}$ et $\{H, \circ\}$, respectivement, alors $f(e_G) = e_H$. Élément symétrique : $f(a^{-1}) = \left(f(a)\right)^{-1}$ pour tout $a \in G$.	
	Isomorphisme de groupes.	Aussi bien des groupes infinis que des groupes finis. L'homomorphisme $f : G \to H$ est un isomorphisme si *f* est bijective.	
	L'ordre d'un élément est invariant par un isomorphisme.		

Thème 9 – Option : analyse 48 heures

Les objectifs de cette option sont d'introduire des théorèmes faisant intervenir des limites, d'étudier la convergence de séries infinies et d'utiliser des résultats du calcul différentiel et intégral pour résoudre des équations différentielles.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
9.1	Suites infinies de nombres réels, leur convergence ou divergence.	Traitement informel de la limite des sommes, différences, produits, quotients ; le théorème d'encadrement. Divergent signifie non convergent.	**Théorie de la connaissance :** le paradoxe de Zénon, l'impact des suites infinies et des limites sur notre compréhension du monde physique.
9.2	Convergence des séries infinies. Critère de convergence : critère de comparaison ; critère de comparaison de la limite ; critère de d'Alembert ; critère de l'intégrale.	La somme d'une série est la limite de la suite de ses sommes partielles. Les élèves doivent savoir que si $\lim_{n\to\infty} x_n = 0$, alors la série n'est pas nécessairement convergente, mais que si $\lim_{n\to\infty} x_n \neq 0$, alors la série diverge (condition nécessaire mais pas suffisante de convergence).	**Théorie de la connaissance :** l'idée d'Euler que $1-1+1-1+\ldots=\frac{1}{2}$. Était-elle une erreur ou juste un point de vue alternatif ?
	Les séries de Riemann (series *p*), $\sum \frac{1}{n^p}$.	$\sum \frac{1}{n^p}$ est convergente pour $p>1$ et divergente dans les autres cas. Pour $p=1$, il s'agit de la série harmonique.	
	Séries absolument convergentes (convergence absolue). Séries semi-convergentes (convergence conditionnelle).	Conditions de convergence.	
	Séries alternées. Séries entières : rayon de convergence et intervalle de convergence. Détermination du rayon de convergence par le critère de d'Alembert.	Le fait que l'erreur commise en utilisant une somme partielle en tant qu'approximation de la somme de la série est inférieure à la valeur absolue du terme suivant.	

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
9.3	Continuité et dérivabilité d'une fonction en un point. Fonctions continues et fonctions dérivables.	Test pour la continuité : $\lim\limits_{x \to a-} f(x) = f(a) = \lim\limits_{x \to a+} f(x)$. Test pour la dérivabilité : f et continue en a et $\lim\limits_{h \to 0-} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ et $\lim\limits_{h \to 0+} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ existent et sont égales. Les élèves doivent réaliser qu'une fonction peut être continue mais non dérivable en un point. Par exemple, $f(x)=\lvert x \rvert$ et des fonctions simples définies par parties.	
9.4	L'intégrale comme la limite d'une somme ; les sommes de Riemann inférieure et supérieure. Le théorème fondamental du calcul. Intégrale impropre de la forme $\int_a^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$.	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\int_a^x f(y)\,\mathrm{d}y\right] = f(x)$.	**Dimension internationale :** à quel point Archimède s'est-il approché du calcul intégral ? **Dimension internationale :** les contributions des mathématiciens arabes, chinois et indiens au développement du calcul. **Objectif global 8 :** Leibniz vis-à-vis de Newton vis-à-vis de ces « géants » sur les épaules desquels ils se tenaient – À qui appartient le mérite des progrès mathématiques ? **Théorie de la connaissance :** Considérer $f(x)=\frac{1}{x}$, $1 \le x \le \infty$. Une aire infinie engendre par rotation un volume fini. Ce fait peut-il se concilier avec notre intuition ? Qu'est-ce que cela nous dit à propos des connaissances mathématiques ?

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
9.5	Les équations différentielles de premier ordre. Interprétation géométrique comme un champ de vecteurs, y compris l'identification d'isoclines. Résolution numérique de $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f(x, y)$ en utilisant la méthode d'Euler. Variables séparables. Équation différentielle homogène $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f\left(\frac{y}{x}\right)$ en utilisant la substitution $y = vx$. Résolution de $y' + P(x)y = Q(x)$, en utilisant le facteur intégrant.	$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$, $x_{n+1} = x_n + h$, où h est une constante.	**Application :** les équations différentielles du monde réel, par exemple : la loi du refroidissement de Newton ; la croissance d'une population ; la datation par le carbone.
9.6	Théorème de Rolle. Théorème de la moyenne. Polynômes de Taylor ; le reste de Lagrange. Les séries de Maclaurin pour e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^p$, $p \in \mathbb{Q}$. L'utilisation de la substitution, du produit, de l'intégration et de la dérivation pour obtenir d'autres séries. Les séries de Taylor établies à partir d'équations différentielles.	Applications aux approximations de fonctions ; la formule pour le reste en fonction de la valeur de la $(n + 1)^{\text{ième}}$ dérivée en un point intermédiaire. Les élèvent doivent être conscients des intervalles de convergence de ces séries.	**Dimension internationale / Théorie de la connaissance :** l'influence de Bourbaki sur la compréhension et l'enseignement des mathématiques. **Dimension internationale :** comparer avec le travail de l'école du Kerala.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
9.7	L'évaluation de limites de la forme $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ et $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.	Les formes indéterminées $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$.	
	Utilisation de la règle de L'Hôpital ou des séries de Taylor.	Utilisation itérée de la règle de L'Hôpital.	

Thème 10 – Option : mathématiques discrètes — 48 heures

L'objectif de cette option est de donner aux élèves l'occasion de s'engager dans le raisonnement logique, la pensée algorithmique et ses applications.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
10.1	La récurrence forte. Le principe des tiroirs.	Par exemple, la preuve du théorème fondamental de l'arithmétique et le fait qu'un arbre avec n sommets a $n-1$ arêtes.	**Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** La différence entre preuve et conjecture, par exemple la conjecture de Goldbach. Un énoncé mathématique peut-il être vrai avant d'avoir été prouvé ? **Théorie de la connaissance :** preuve par l'absurde.
10.2	$a \mid b \Rightarrow b = na$ pour $n \in \mathbb{Z}$.		
	Le théorème $a \mid b$ et $a \mid c \Rightarrow a \mid (bx \pm cy)$, où $x, y \in \mathbb{Z}$.	L'algorithme de division euclidienne $a = bq + r$, $0 \le r < b$.	
	Division et algorithmes euclidiens. Le plus grand commun diviseur, $\text{pgcd}(a, b)$, et le plus petit commun multiple, $\text{ppcm}(a, b)$, des entiers a et b. Nombres premiers, nombres relativement premiers et le théorème fondamental de l'arithmétique.	L'algorithme euclidien pour déterminer le plus grand commun diviseur de deux entiers.	**Dimension internationale :** l'algorithme euclidien contenu dans les *Éléments* d'Euclide écrit à Alexandrie aux environs de 300 AEC. **Objectif global 8 :** l'utilisation des nombres premiers en cryptographie. L'impact possible de la découverte d'une technique puissante de factorisation sur Internet et la sécurité bancaire.

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
10.3	Les équations linéaires diophantiennes $ax + by = c$.	Solutions générales exigées ainsi que les solutions sous contrainte. Par exemple, toutes les solutions doivent être positives.	**Dimension internationale :** décrite dans *Arithmetica* de Diophante écrit à Alexandrie au III^{e} siècle EC. Lorsqu'il étudiait *Arithmetica*, un mathématicien français, Pierre de Fermat (1601–1665) écrivit dans la marge du livre qu'il avait découvert une preuve simple concernant les équations diophantiennes d'ordre supérieur – le dernier théorème de Fermat.
10.4	Arithmétique modulaire. Résolution de congruences linéaires. Résolution de systèmes de congruences linéaires (le théorème du reste chinois).		**Dimension internationale :** discuté par le mathématicien chinois Sun Tzu au III^{e} siècle EC.
10.5	Représentations des entiers dans différentes bases.	Dans les épreuves d'examen, il ne sera pas posé de questions allant au-delà de la base 16.	**Dimension internationale :** les babyloniens ont développé un système de numération de base 60 et les Mayas un système de numération de base 20.
10.6	Petit théorème de Fermat.	$a^p = a \pmod p$, où p est premier.	**Théorie de la connaissance :** nature des mathématiques. Un problème d'intérêt peut être étudié pendant des siècles avant de devenir « utile ».

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
10.7	Graphes, sommets, arêtes, faces. Sommets adjacents, arêtes adjacentes. Degré d'un sommet, suite des degrés. Lemme des poignées de main.	Deux sommets sont adjacents s'ils sont joints par une arête. Deux arêtes sont adjacentes si elles ont un sommet en commun.	**Objectif global 8 :** cartes symboliques, par exemple plan du Métro, formule développée en chimie, circuits électriques. **Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** La preuve du théorème des quatre couleurs. Si un théorème est prouvé par ordinateur, comment pouvons-nous prétendre qu'il est vrai ?
	Graphes simples ; graphes connexes, graphes complets ; graphes bipartis ; graphes planaires ; arbres ; graphe pondérés, y compris leur représentation sous forme de tableau. Sous-graphes ; compléments de graphes.	Il convient de préciser qu'on ne doit pas supposer qu'un graphe est simple si cela n'est pas spécifié explicitement. L'expression « table d'adjacence » peut être utilisée.	**Objectif global 8 :** l'importance des graphes planaires dans la construction de circuits intégrés.
	La relation d'Euler : $v-e+f=2$; les théorèmes sur les graphes planaires, y compris $e \le 3v-6$, $e \le 2v-4$, entraînant le fait que κ_5 et $\kappa_{3,3}$ ne sont pas planaires.	Si le graphe est simple et planaire, et que $v \ge 3$, alors $e \le 3v-6$. Si le graphe est simple, planaire, qu'il n'a aucun cycle de longueur 3 et que $v \ge 3$, alors $e \le 2v-4$.	**Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** Les applications de la caractéristique d'Euler $(v-e+f)$ aux dimensions supérieures. Son utilisation pour comprendre les propriétés des structures qui ne peuvent pas être visualisées.
10.8	Chaînes, chaînes simples, chaînes élémentaires, circuits, cycles.		
	Chaînes et circuits eulériens.	Un graphe connexe contient un circuit eulérien si et seulement si chaque sommet du graphe est de degré pair.	**Dimension internationale :** le problème des « Ponts de Königsberg ».
	Chaînes et cycles hamiltoniens.	Une approche élémentaire seulement.	
10.9	Algorithmes pour les graphes : Kruskal ; Dijkstra.		

	Contenu	Recommandations supplémentaires	Liens
10.10	Problème du facteur chinois. **Non exigé :** Graphes avec plus de quatre sommets de degré impair.	Déterminer la route la plus courte sur un graphe pondéré en passant au moins une fois sur chaque arête (algorithme d'inspection de routes).	**Dimension internationale :** problème posé par le mathématicien chinois Kwan Mei-Ko en 1962.
	Problème du voyageur de commerce. Algorithme des plus proches voisins pour déterminer une borne supérieure. Algorithme du sommet effacé pour déterminer une borne inférieure.	Déterminer le cycle hamiltonien de poids minimum sur un graphe pondéré complet.	**Théorie de la connaissance :** mathématiques et certitudes**.** Combien de temps faudrait-il à un ordinateur pour tester tous les cycles hamiltoniens dans un graphe pondéré complet de seulement 30 sommets ?
10.11	Relations de récurrence. Conditions initiales, définition récursive d'une suite.		**Théorie de la connaissance :** les mathématiques et le monde**.** Les liens des suites telles que la suite de Fibonacci avec les arts et la biologie.
	Résolution de récurrences linéaires simples et doubles homogènes à coefficients constants.	Y compris les cas où l'équation caractéristique a une racine double ou des racines complexes.	
	Suites arithmético-géométriques (relation de récurrence simple affine) $u_n = au_{n-1} + b$.		
	Modélisation avec des relations de récurrence.	Résolution de problèmes concernant les intérêts composés, le remboursement de dettes et des problèmes de dénombrement.	

Glossaire de terminologie : mathématiques discrètes

Introduction

Les enseignants et les élèves doivent être conscients de l'existence de nombreuses terminologies différentes en théorie des représentations graphiques et du fait que les combinaisons de termes utilisés peuvent différer d'un manuel à l'autre. En voici quelques exemples : sommet/nœud/jonction/point ; arête/route/arc ; degré/ordre d'un sommet ; arêtes multiples / arcs parallèles ; boucle / arc fermé.

Dans les questions d'examen de l'IB, la terminologie utilisée est celle qui apparaît dans le contenu du programme. Pour plus de clarté, ces termes sont définis ci-dessous.

Terminologie

Arbre — Un graphe connexe qui ne contient pas de cycle.

Arbre couvrant d'un graphe — Un sous-graphe qui contient chaque sommet du graphe et qui est lui-même un arbre.

Arbre couvrant minimal — Un arbre couvrant d'un graphe pondéré dont le poids total est minimal.

Arbre pondéré — Un arbre dans lequel un nombre ou un poids est associé à chaque arête.

Arêtes multiples — Dans le cas où plus d'une arrête joint la même paire de sommets.

Boucle — Une arête qui joint un sommet à lui-même.

Chaîne — Une suite d'arêtes consécutives.

Chaîne eulérienne — Une chaîne simple qui contient toutes les arêtes d'un graphe.

Chaîne hamiltonienne — Une chaîne élémentaire qui contient tous les sommets du graphe.

Chaîne simple — Une chaîne dans laquelle aucune arête n'apparaît plus d'une fois.

Chaînes élémentaires — Une chaîne n'ayant pas de sommets qui se répètent.

Circuit — Une chaîne qui commence et finit au même sommet et qui n'a pas d'arête répétée.

Circuit eulérien — Un circuit qui contient toutes les arêtes d'un graphe.

Complément d'un graphe *G* — Un graphe ayant les mêmes sommets que G, mais qui contient une arête entre deux sommets si et seulement si G ne la contient pas.

Cycle — Une chaîne qui commence et finit au même sommet et qui n'a pas d'autre sommet répété.

Cycle hamiltonien — Un cycle qui contient tous les sommets du graphe.

Degré d'un sommet	Le nombre d'arêtes qui rejoignent ce sommet, une boucle compte pour deux (une fois pour chacune des extrémités).
Graphe	Composé d'un ensemble de sommets et d'un ensemble d'arêtes.
Graphe biparti	Un graphe dont les sommets peuvent être divisés en deux ensembles tels qu'il n'existe pas deux sommets adjacents dans le même ensemble.
Graphe biparti complet	Un graphe biparti dans lequel chacun des sommets d'un ensemble est joint à chacun des sommets de l'autre ensemble.
Graphe complet	Un graphe simple dans lequel chaque paire de sommets est jointe par une arête.
Graphe connexe	Un graphe dans lequel chaque paire de sommets est jointe par une chaîne élémentaire.
Graphe non connexe	Un graphe qui contient au moins une paire de sommets qui ne sont pas joints par une chaîne élémentaire.
Graphe planaire	Un graphe qui peut être dessiné sur le plan sans qu'aucune arête n'en coupe une autre.
Graphe pondéré	Un graphe dans lequel un nombre ou un poids est associé à chaque arête.
Graphe simple	Un graphe sans boucle ni arête multiple.
Isomorphisme de graphes entre deux graphes simples G et H	Une correspondance bijective entre les sommets de G et ceux de H telle qu'une paire de sommets dans G est adjacente si et seulement si la paire correspondante dans H est adjacente.
Sous-graphe	Un graphe à l'intérieur d'un graphe.

L’évaluation dans le Programme du diplôme

Généralités

L’évaluation fait partie intégrante de l’enseignement et de l’apprentissage. Au Programme du diplôme, l’évaluation a avant tout pour but de soutenir les objectifs pédagogiques fixés et de favoriser chez les élèves un bon apprentissage. L’évaluation externe et l’évaluation interne sont toutes deux utilisées dans le Programme du diplôme. Les examinateurs de l’IB notent ainsi les travaux produits pour l’évaluation externe, tandis que ceux produits pour l’évaluation interne sont notés par les enseignants avant de faire l’objet d’une révision de notation externe par l’IB.

Deux types d’évaluation sont identifiés par l’IB.

- L’évaluation formative oriente l’enseignement et l’apprentissage. Elle fournit aux élèves et aux enseignants des commentaires utiles et précis, d’une part, sur le type d’apprentissage prenant place et, d’autre part, sur la nature des points forts et des points faibles des élèves, afin de développer la compréhension et les compétences de ces derniers. L’évaluation formative peut également contribuer à améliorer la qualité de l’enseignement car elle peut fournir des informations permettant de mesurer les progrès réalisés vers l’atteinte des objectifs du cours.
- L’évaluation sommative donne une vue d’ensemble des connaissances acquises avant le cours et permet de mesurer les accomplissements des élèves.

Dans le Programme du diplôme, l’évaluation est essentiellement de nature sommative et est utilisée afin de mesurer l’accomplissement des élèves à la fin ou vers la fin du cours. Toutefois, de nombreux outils d’évaluation du cours peuvent également être utilisés de manière formative pendant la période d’enseignement et d’apprentissage ; cette pratique est même vivement recommandée. Un plan d’évaluation complet doit faire partie intégrante de l’apprentissage, de l’enseignement et de l’organisation du cours. De plus amples renseignements sont fournis dans le document de l’IB intitulé *Normes de mise en œuvre des programmes et applications concrètes*.

Le mode d’évaluation utilisé par l’IB est critérié et non pas normatif. Ce mode d’évaluation juge donc le travail des élèves par rapport à des critères d’évaluation définis et non par rapport au travail des autres élèves. L’ouvrage *Principes et pratiques d’évaluation au Programme du diplôme* contient de plus amples renseignements sur l’évaluation dans le cadre du Programme du diplôme.

Afin d’aider les enseignants dans la planification, l’enseignement et l’évaluation des matières du Programme du diplôme, des ressources variées sont mises à leur disposition sur le CPEL ou en vente sur le site du magasin de l’IB (http://store.ibo.org). Du matériel de soutien pédagogique, des rapports pédagogiques, des instructions concernant l’évaluation interne, des descripteurs de notes finales et des ressources fournies par d’autres enseignants se trouvent également sur le CPEL. Par ailleurs, des spécimens d’épreuves d’examen, des épreuves de sessions précédentes ainsi que des barèmes de notation sont en vente sur le site du magasin de l’IB.

Méthodes d’évaluation

L’IB utilise différentes méthodes pour évaluer les travaux des élèves.

Critères d’évaluation

Les critères d’évaluation sont utilisés lorsque la tâche d’évaluation est dite « ouverte ». Chaque critère se concentre sur une compétence particulière que les élèves sont censés démontrer. Ainsi, si un objectif d’évaluation décrit ce que les élèves doivent être capables de faire, les critères d’évaluation décrivent de quelle manière et à quel niveau ils doivent le faire. L’utilisation des critères permet d’évaluer différemment des réponses différentes et encourage leur variété. Chaque critère d’évaluation est composé d’un ensemble de descripteurs de niveaux classés par ordre hiérarchique. Chaque descripteur de niveaux équivaut à un ou plusieurs points. Chaque critère est utilisé indépendamment en suivant un modèle qui consiste à trouver le descripteur qui résume le mieux le niveau atteint (approche dite de meilleur ajustement). Le total des points attribuables peut différer d’un critère à l’autre selon leur importance. Les points ainsi attribués pour chaque critère sont ensuite additionnés pour arriver à la note totale du travail évalué.

Bandes de notation

Les bandes de notation expliquent en détail les niveaux d’accomplissement attendus par rapport auxquels les travaux sont évalués. Ce sont des descripteurs de niveaux qui, ensemble, forment un critère global. À chaque descripteur de niveaux correspond une gamme de notes, ce qui permet de différencier les accomplissements des élèves. L’approche dite de meilleur ajustement est utilisée afin de déterminer quelle note en particulier doit être choisie parmi la gamme de notes proposées pour chaque descripteur de niveaux.

Barèmes de notation

Cette expression générique fait référence aux barèmes de notation analytiques qui sont élaborés pour des épreuves d’examen spécifiques. Les barèmes de notation analytiques sont conçus pour les questions d’examen pour lesquelles un certain type de réponse ou une réponse spécifique sont attendus des élèves. Ces barèmes donnent aux examinateurs des instructions détaillées sur la manière de décomposer le total des points correspondant à chaque question pour noter différentes parties de la réponse. Les barèmes de notation peuvent comprendre des indications du contenu attendu dans les réponses aux questions ou peuvent être constitués de pistes de notation donnant des conseils quant à l’utilisation des critères d’évaluation.

Résumé de l'évaluation

Premiers examens en 2014

Composantes d'évaluation	Pondération
Évaluation externe (5 heures)	**80 %**
Épreuve 1 (2 heures) Calculatrice non autorisée. (120 points) *Section A* Questions obligatoires à réponse courte portant sur le tronc commun du programme. *Section B* Questions obligatoires à réponse développée portant sur le tronc commun du programme.	**30 %**
Épreuve 2 (2 heures) Calculatrice à écran graphique obligatoire. (120 points) *Section A* Questions obligatoires à réponse courte portant sur le tronc commun du programme. *Section B* Questions obligatoires à réponse développée portant sur le tronc commun du programme.	**30 %**
Épreuve 3 (1 heure) Calculatrice à écran graphique obligatoire. (60 points) Questions à réponse développée portant principalement sur les options du programme.	**20 %**
Évaluation interne Cette composante est évaluée en interne par l'enseignant puis révisée en externe par l'IB à la fin du programme. **Exploration mathématique** L'évaluation interne en mathématiques NS est une exploration individuelle. Il s'agit d'un travail écrit impliquant une investigation dans un domaine des mathématiques. (20 points)	**20 %**

Évaluation externe

Généralités

Des barèmes de notation sont utilisés pour évaluer les élèves dans toutes les épreuves. Les barèmes de notation sont spécifiques à chaque examen.

Description détaillée de l’évaluation externe

Épreuves 1, 2 et 3

Ces épreuves sont rédigées et corrigées en externe. Ensemble, elles représentent 80 % de la note finale du cours. Ces épreuves sont conçues pour permettre aux élèves de démontrer leurs connaissances et leurs aptitudes.

Calculatrices

Épreuve 1

Les élèves ne sont pas autorisés à utiliser de calculatrice. Les questions demanderont principalement des élèves qu’ils adoptent une démarche analytique pour trouver des solutions au lieu d’utiliser une calculatrice à écran graphique. Le but n’est pas de faire réaliser aux élèves des calculs complexes dans lesquels ils risquent de commettre des fautes d’inattention. Les questions demanderont néanmoins la réalisation de quelques calculs arithmétiques si ceux-ci sont essentiels au développement de la réponse.

Épreuves 2 et 3

Les élèves doivent disposer d’une calculatrice à écran graphique à tout moment. Cependant, toutes les questions ne nécessiteront pas forcément l’utilisation d’une calculatrice à écran graphique. Les règles concernant les types de calculatrice à écran graphique autorisés sont détaillées dans le *Manuel de procédures pour le Programme du diplôme*.

Livret de formules pour le cours de mathématiques NS et pour le cours de mathématiques complémentaires NS

Chaque élève doit disposer d’un exemplaire non annoté de ce livret pendant les épreuves d’examen. Il est de la responsabilité des établissements scolaires d’en télécharger un exemplaire depuis IBIS ou depuis le CPEL et de s’assurer que suffisamment d’exemplaires sont disponibles pour tous les élèves.

Attribution des points

Des points peuvent être attribués pour la méthode, la précision, les réponses et le raisonnement, ainsi que pour l’interprétation des résultats.

Dans les épreuves 1, 2 et 3, le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte s’il n’y a pas de raisonnement écrit. Les réponses doivent être accompagnées d’un raisonnement et/ou d’explications (par exemple, sous forme de diagrammes, représentations graphiques ou calculs). En cas de réponse inexacte, des points peuvent être attribués lorsque l’élève a utilisé une méthode correcte et que le raisonnement est présenté par écrit. Tous les élèves doivent donc être encouragés à toujours indiquer leur raisonnement.

Épreuve 1

Durée : 2 heures

Pondération : 30 %

- Cette épreuve comprend une section A (questions à réponse courte) et une section B (questions à réponse développée).
- Les élèves ne sont pas autorisés à utiliser de calculatrice pour cette épreuve.

Programme couvert

- La connaissance de **tous** les thèmes du tronc commun est exigée pour cette épreuve. Cependant, tous les thèmes ne sont pas nécessairement évalués lors de chaque session d'examen.

Répartition des points

- Cette épreuve vaut **120** points et représente **30 %** de la note finale.
- La longueur et le niveau de difficulté des questions posées varient. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de celle-ci.

Section A

- Cette section comporte des questions obligatoires à réponse courte portant sur le tronc commun du programme. Elle vaut 60 points.
- Le but de cette épreuve est de tester les connaissances et la compréhension des élèves sur le tronc commun du programme. Cependant, il ne faut pas supposer que tous les thèmes se verront accorder la même importance.

Type de questions

- Un petit nombre d'étapes est nécessaire pour résoudre chaque question.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.

Section B

- Cette section comporte un petit nombre de questions obligatoires à réponse développée portant sur le tronc commun du programme. Elle vaut 60 points.
- Certaines questions peuvent exiger la connaissance de plusieurs thèmes.
- Le but de cette section est de tester en profondeur les connaissances et la compréhension des élèves sur le tronc commun du programme. L'étendue des thèmes testés dans cette section peut être plus limitée que celle des thèmes testés dans la section A.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées nécessitant un raisonnement soutenu.
- Chaque question portera sur un seul thème.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur la résolution de problèmes.

Épreuve 2

Durée : 2 heures

Pondération : 30 %

- Cette épreuve comprend une section A (questions à réponse courte) et une section B (questions à réponse développée).
- Une calculatrice à écran graphique est obligatoire pour cette épreuve, même si elle ne sera pas forcément utilisée pour toutes les questions.

Programme couvert

- La connaissance de **tous** les thèmes est exigée pour cette épreuve. Cependant, tous les thèmes ne sont pas nécessairement évalués lors de chaque session d'examens.

Répartition des points

- Cette épreuve vaut **120** points et représente **30 %** de la note finale.
- La longueur et le niveau de difficulté des questions posées varient. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de celle-ci.

Section A

- Cette section comporte des questions obligatoires à réponse courte portant sur le tronc commun du programme. Elle vaut 60 points.
- Le but de cette épreuve est de tester les connaissances et la compréhension des élèves sur le tronc commun du programme. Cependant, il ne faut pas supposer que tous les thèmes se verront accorder la même importance.

Type de questions

- Un petit nombre d'étapes est nécessaire pour résoudre chaque question.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou une combinaison de ces derniers.

Section B

- Cette section comporte un petit nombre de questions obligatoires à réponse développée portant sur le tronc commun du programme. Elle vaut 60 points.
- Certaines questions peuvent exiger la connaissance de plusieurs thèmes.
- Le but de cette section est de tester en profondeur les connaissances des élèves sur le tronc commun du programme. L'étendue des thèmes testés dans cette section peut être plus limitée que celle des thèmes testés dans la section A.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées nécessitant un raisonnement soutenu.
- Chaque question portera sur un seul thème.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou une combinaison de ces derniers.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur la résolution de problèmes.

Épreuve 3

Durée : 1 heure

Pondération : 20 %

- Cette section comporte un petit nombre de questions obligatoires à réponse développée portant sur l'option choisie.
- La première partie de chaque question portera sur la partie du tronc commun conduisant au thème optionnel lorsque cela est possible. Si ce n'est pas le cas, par exemple pour l'option des mathématiques discrètes, le niveau de difficulté de la première partie de la question sera comparable à celui des questions portant sur le tronc commun.

Programme couvert

- Les élèves doivent répondre à **toutes** les questions.
- La connaissance de l'intégralité de l'option étudiée, ainsi que celle faisant partie du tronc commun, sont exigées pour cette épreuve.

Répartition des points

- Cette section vaut **60** points et représente **20 %** de la note finale.
- Les questions de cette épreuve peuvent être inégales en termes de longueur et de niveau de difficulté. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de la question.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées nécessitant un raisonnement soutenu.
- Chaque question peut porter un seul thème ou être divisée en parties indépendantes. Dans ce deuxième cas, les parties indépendantes seront clairement identifiées.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou une combinaison de ces éléments.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur la résolution de problèmes.

Évaluation interne

But de l'évaluation interne

L'évaluation interne fait partie intégrante du cours et elle est obligatoire pour tous les élèves. Elle leur permet de prouver leurs compétences et leurs connaissances, et de s'attacher à des domaines qui les intéressent, sans les contraintes de temps et restrictions associées aux épreuves d'examen. L'évaluation interne doit, autant que possible, être une partie intrinsèque de l'enseignement en classe et ne doit pas être une activité séparée menée à la fin du programme d'études.

L'évaluation interne du cours de mathématiques NS consiste en une exploration individuelle. Cette exploration est un travail écrit impliquant une investigation dans un domaine des mathématiques. Il est noté à l'aide de cinq critères d'évaluation.

Direction de l'exploration et authenticité

L'exploration remise pour l'évaluation interne doit être le travail personnel de l'élève. Cela ne signifie pas pour autant que les élèves doivent décider d'un titre ou d'un sujet, puis sont livrés à eux-mêmes sans le soutien de l'enseignant dans la poursuite de leur exploration. L'enseignant doit jouer un rôle important, tant durant la planification du travail que pendant la réalisation de l'exploration. Il est de la responsabilité de l'enseignant de s'assurer que les élèves connaissent :

- les exigences concernant le type de travail qui sera remis pour l'évaluation interne ;
- la politique de l'IB en matière d'intégrité en milieu scolaire publiée sur le CPEL ;
- les critères d'évaluation. Les élèves doivent comprendre que le travail qu'ils remettront doit bien tenir compte de ces critères.

Les enseignants et les élèves doivent discuter ensemble de l'exploration. Les élèves doivent être incités à entamer des discussions avec l'enseignant pour obtenir des conseils et des informations et ils ne doivent pas être pénalisés pour cela. Toutefois, si un élève ne peut terminer son exploration sans l'aide substantielle de l'enseignant, cela doit être mentionné sur le formulaire prévu à cet effet disponible dans le *Manuel de procédures pour le Programme du diplôme*.

Les enseignants sont chargés de s'assurer que tous leurs élèves comprennent la signification et l'importance des concepts liés à l'intégrité en milieu scolaire, et plus particulièrement l'authenticité et la propriété intellectuelle. Les enseignants doivent vérifier que l'exploration remise par l'élève a été effectuée conformément aux exigences et doivent expliquer clairement aux élèves que cette exploration doit être entièrement la leur.

Dans le cadre du processus d'apprentissage, les enseignants peuvent donner des conseils aux élèves sur une **version préliminaire** de l'exploration. Ces conseils doivent porter sur la façon dont le travail pourrait être amélioré, mais l'enseignant ne doit pas annoter ni réviser en profondeur cette version. La version suivante remise à l'enseignant doit être la version finale.

Les enseignants doivent authentifier tout travail envoyé à l'IB pour révision de notation ou évaluation. Ils ne doivent pas envoyer de travaux qui, à leur connaissance, constituent des cas de fraude présumée ou confirmée. Chaque élève doit signer la page de couverture de l'évaluation interne afin de confirmer que son travail est authentique et qu'il s'agit de la version finale de ce travail. Une fois qu'un élève a remis la version finale de son travail à l'enseignant (ou au coordonnateur) pour évaluation interne ainsi que la page de couverture signée, il ne peut plus retirer son travail.

L'authenticité du travail peut être vérifiée en discutant avec l'élève du contenu du travail et en examinant en détail un ou plusieurs des points suivants :

- le projet initial de l'élève ;
- la version préliminaire ;
- les références citées ;
- le style d'écriture, en comparaison avec les autres travaux de l'élève.

L'exigence selon laquelle les enseignants et les élèves doivent signer la page de couverture pour l'évaluation interne s'applique au travail de tous les élèves et non pas seulement à l'échantillonnage de travaux qui sera envoyé à un examinateur pour la révision de notation. Si l'enseignant et l'élève signent la page de couverture, mais que cette dernière comporte une remarque expliquant que le travail de l'élève est susceptible de ne pas être authentique, aucune note ne sera décernée à l'élève pour cette composante et aucune note finale ne sera attribuée. Pour obtenir de plus amples renseignements, veuillez vous reporter à la publication *Intégrité en milieu scolaire* ainsi qu'aux articles pertinents du *Règlement général du Programme du diplôme*.

Un même travail ne peut être remis pour satisfaire aux exigences de l'évaluation interne et du mémoire.

Travail en groupe

Le travail en groupe n'est pas autorisé pour les explorations. Chaque exploration est un travail individuel s'appuyant sur différentes données recueillies ou sur des mesures produites.

Il doit être clairement indiqué aux élèves que tout le travail en rapport avec leur exploration, y compris sa rédaction, doit être leur travail personnel. Il est donc important que les enseignants encouragent les élèves à être des apprenants responsables afin qu'ils s'approprient leur travail et puissent en être fiers.

Volume horaire

L'évaluation interne fait partie intégrante du cours de mathématiques NS ; elle correspond à 20 % de l'évaluation finale. Cette pondération doit se refléter dans le temps alloué à l'enseignement des connaissances, des compétences et de la compréhension requises pour cette composante, de même que dans le temps total alloué pour effectuer le travail requis.

Il est recommandé d'allouer environ 10 heures d'enseignement pour l'exploration. Ce volume horaire doit comprendre :

- le temps nécessaire à l'enseignant pour expliquer aux élèves les modalités de l'exploration ;
- les heures de cours nécessaires pour permettre aux élèves de travailler sur leur exploration ;
- le temps nécessaire à chaque élève pour consulter son enseignant ;
- le temps nécessaire pour mesurer les progrès effectués et vérifier l'authenticité du travail.

Utilisation des critères d'évaluation interne

L'évaluation interne se base sur un certain nombre de critères. Chaque critère d'évaluation comprend des descripteurs définissant des niveaux d'accomplissement spécifiques auxquels correspond une gamme de points. Bien que les descripteurs de niveaux portent sur les aspects positifs du travail, la notion d'échec peut être incluse dans la description pour les niveaux les plus bas.

Les enseignants doivent noter les projets remis pour l'évaluation interne à l'aide des critères d'évaluation en utilisant les descripteurs de niveaux.

- Le but consiste à trouver, pour chaque critère, le descripteur qui correspond le mieux au niveau de l'élève.
- Lorsqu'ils évaluent le travail d'un élève, les enseignants doivent, pour chaque critère, lire les descripteurs de niveaux en commençant par le niveau 0, jusqu'à ce qu'ils arrivent à un descripteur décrivant un niveau non atteint par le travail à évaluer. Le niveau atteint par l'élève est donc celui qui précède et c'est ce dernier qui doit être consigné.
- Seuls les nombres entiers seront retenus. Les notes partielles, c'est-à-dire les fractions et les décimales, ne sont pas acceptées.
- Les enseignants ne doivent pas penser en termes de réussite ou d'échec, mais plutôt chercher à déterminer le descripteur adéquat pour chaque critère d'évaluation.
- Les descripteurs les plus élevés ne correspondent pas nécessairement à un travail parfait et doivent être à la portée des élèves. Les enseignants ne doivent pas hésiter à choisir les extrêmes s'ils décrivent de façon adéquate le niveau du travail évalué.
- Un élève qui a atteint un niveau élevé pour un critère donné n'atteindra pas nécessairement un niveau élevé pour les autres critères. De même, l'atteinte d'un niveau bas pour un critère donné n'implique pas nécessairement que le travail atteindra aussi un niveau bas pour les autres critères. Les enseignants ne doivent pas s'attendre à voir l'évaluation de l'ensemble des élèves suivre une distribution particulière de notes.
- Les critères d'évaluation doivent être mis à la disposition des élèves.

Description détaillée de l'évaluation interne

Exploration mathématique

Durée : 10 heures d'enseignement
Pondération : 20 %

Introduction

La composante de ce cours évaluée en interne est une exploration mathématique. Il s'agit d'un court rapport rédigé par l'élève. Ce rapport se base sur un sujet qu'il ou elle a choisi et il doit s'attacher aux mathématiques de ce domaine particulier. L'accent est mis sur la communication mathématique (y compris les formules, les diagrammes, les représentations graphiques, etc.), en les accompagnant de commentaires appropriés, sur une écriture mathématique de qualité et sur une réflexion approfondie. Un élève doit développer son propre sujet en tenant compte des commentaires de l'enseignant en participant, par exemple, à des discussions et des échanges. Cela permettra aux élèves d'approfondir un ou des domaines qui les intéressent sans les contraintes de temps associées aux épreuves d'examen et permettra à tous les élèves d'éprouver un sentiment de réussite.

Le rapport final doit comprendre entre 6 et 12 pages environ. Il peut au choix être écrit à la main ou rédigé avec un logiciel de traitement de texte. Les élèves doivent être capables d'expliquer toutes les étapes de leur travail d'une façon qui démontre une bonne compréhension. Bien qu'il ne soit pas exigé des élèves qu'ils présentent leur travail devant leur classe, celui-ci doit être écrit de telle manière que leurs pairs puissent le suivre assez facilement. Le rapport doit comprendre une bibliographie détaillée, les sources doivent être référencées conformément à la politique de l'IB en matière d'intégrité en milieu scolaire. Les citations directes doivent également être référencées.

But de l'exploration

Les objectifs globaux du cours de mathématiques NS se traduisent en objectifs d'évaluation qui sont formellement évalués comme éléments constitutifs du cours par des épreuves d'examen, par l'exploration ou par les deux. En plus de tester ces objectifs, l'exploration cherche à fournir aux élèves l'occasion d'améliorer leur compréhension des concepts et des processus mathématiques, et de développer une appréciation plus large des mathématiques. Cela est noté dans les objectifs globaux de ce cours, **en particulier, les objectifs 6 à 9 (applications, technologie, implications morales, sociales et éthiques, et dimension internationale)**. Il est attendu qu'à travers l'exploration, les élèves tireront profit des activités mathématiques entreprises et qu'ils les trouveront à la fois stimulantes et enrichissantes. Cela permettra aux élèves d'acquérir les qualités du profil de l'apprenant de l'IB.

L'exploration a pour but :

- de développer chez les élèves la compréhension de la nature des mathématiques et de développer leur capacité à poser leurs propres questions sur cette discipline ;
- de fournir aux élèves l'occasion d'achever un travail mathématique sur une longue période de temps ;
- de permettre aux élèves d'expérimenter la satisfaction d'utiliser des processus mathématiques de façon indépendante ;
- de permettre aux élèves de faire par eux-mêmes l'expérience de la beauté, la puissance et l'utilité des mathématiques ;
- d'encourager les élèves, le cas échéant, à découvrir, utiliser et apprécier la puissance de la technologie comme outil mathématique ;
- de permettre aux élèves de développer des qualités de patience et de persévérance, et de réfléchir sur la signification de leur travail ;
- de donner aux élèves des occasions de montrer, avec assurance, comment ils se sont développés mathématiquement.

Gestion de l'exploration

Le travail concernant l'exploration doit être intégré au cours pour que les élèves aient la possibilité d'acquérir les compétences dont ils ont besoin. Il est donc possible de consacrer des heures de cours à une discussion générale sur les domaines d'étude ainsi qu'à familiariser les élèves aux critères d'évaluation. Des informations supplémentaires concernant l'élaboration de l'exploration sont données dans le matériel de soutien pédagogique.

Exigences et recommandations

Les élèves ont le choix parmi une grande variété d'activités, comme par exemple, des modélisations, des investigations ou des applications mathématiques. Pour aider les enseignants et les élèves à choisir un sujet, une liste de thèmes suggérés est disponible dans le matériel de soutien pédagogique. Cependant, les élèves ne sont pas limités à cette liste.

L'exploration ne doit pas normalement dépasser 12 pages, y compris les diagrammes et les représentations graphiques, mais en excluant la bibliographie. Cependant, la qualité de l'écrit mathématique importe plus que la longueur.

L'enseignant doit être en mesure de donner des conseils appropriés aux élèves à chaque étape de l'exploration, par exemple, en dirigeant les élèves vers des pistes d'enquêtes plus productives, en suggérant des sources d'informations pertinentes et en donnant des conseils sur le contenu et la clarté de l'exploration lors de sa rédaction.

Il est de la responsabilité des enseignants d'indiquer aux élèves la présence d'erreurs, mais non pas de les corriger de façon explicite. Il est important de noter que les enseignants doivent s'attendre à ce que les élèves les consultent tout au long du processus.

Tous les élèves doivent connaître les exigences relatives à l'exploration ainsi que les critères d'évaluation utilisés. Les élèves doivent commencer à planifier leur exploration le plus tôt possible au cours du programme. Des échéances doivent être fermement fixées. Il faut prévoir une date pour soumettre le sujet de l'exploration et une brève description du plan, une date pour la remise de la version préliminaire et, bien sûr, une date pour l'achèvement de l'exploration.

Lors de l'élaboration de leurs explorations, les élèves doivent utiliser les mathématiques apprises dans le cadre du cours. Le niveau de complexité des mathématiques doit être comparable à celui du programme. Il n'est pas attendu des élèves qu'ils produisent un travail en lien avec des thèmes ne faisant pas partie du programme de mathématiques NM ; cependant, cela n'est pas pénalisé.

Critères d'évaluation interne

L'exploration est évaluée en interne par l'enseignant et révisée en externe par l'IB à l'aide des critères d'évaluation qui se rapportent aux objectifs du cours de mathématiques NS.

Chaque exploration est évaluée suivant les cinq critères suivants. La note finale pour chaque exploration est la somme des points obtenus pour chaque critère. La note finale maximale possible est 20.

Les élèves ne recevront pas de note finale pour les mathématiques NS s'ils n'ont pas présenté une exploration.

Critère A	Communication
Critère B	Présentation mathématique
Critère C	Engagement personnel
Critère D	Réflexion
Critère E	Utilisation des mathématiques

Critère A : communication

Ce critère évalue l'organisation et la cohérence de l'exploration. Une exploration bien organisée comprend une introduction, a une raison d'être (qui explique pourquoi ce sujet a été choisi), décrit le but de l'exploration et a une conclusion. Une exploration cohérente est logiquement développée et est facile à suivre.

Les représentations graphiques, tableaux et diagrammes doivent illustrer dans le corps du travail la partie à laquelle ils se rapportent et non être simplement annexés à la fin du document.

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L'exploration présente une certaine cohérence.
2	L'exploration présente une certaine cohérence et une certaine organisation.
3	L'exploration est cohérente et bien organisée.
4	L'exploration est cohérente, bien organisée, concise et complète.

Critère B : présentation mathématique

Ce critère évalue dans quelle mesure l'élève est capable :

- d'utiliser un langage mathématique approprié (notations, symboles, terminologie) ;
- de définir les termes clés aux moments nécessaires ;
- d'utiliser des formes multiples de représentation mathématique, telles que des formules, des diagrammes, des tableaux, des schémas, des représentations graphiques et des modèles, le cas échéant.

On attend des élèves qu'ils utilisent un langage mathématique lorsqu'ils transmettent des idées mathématiques, leur raisonnement et leurs résultats.

Les élèves sont encouragés à choisir et à utiliser, le cas échéant, des outils technologiques appropriés, tels que des calculatrices à écran graphique, des captures d'écran, des graphiciels, des tableurs, des bases de données, des logiciels de dessin et de traitement de texte, afin d'améliorer la communication mathématique.

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	La présentation mathématique est parfois appropriée.
2	La présentation mathématique est la plupart du temps appropriée.
3	La présentation mathématique est appropriée tout au long de l'exploration.

Critère C : engagement personnel

Ce critère évalue dans quelle mesure l'élève s'engage dans l'exploration et se l'approprie. L'engagement personnel peut se manifester par différentes qualités et compétences. Il peut s'agir, par exemple, de penser de façon indépendante et/ou créative, d'aborder des questions d'intérêt personnel et de présenter des idées mathématiques de sa propre façon.

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L'élève fait preuve d'un engagement personnel limité ou superficiel.
2	L'élève fait preuve d'un certain engagement personnel.
3	L'élève fait preuve d'un engagement personnel important.
4	L'élève fait preuve en abondance d'un engagement personnel remarquable.

Critère D : réflexion

Ce critère évalue comment l'élève révise, analyse et évalue l'exploration. Bien que la réflexion puisse s'observer dans la conclusion de l'exploration, elle peut aussi apparaître tout au long de l'exploration.

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L'élève fait preuve d'une réflexion limitée ou superficielle.
2	L'élève fait preuve d'une réflexion constructive.
3	L'élève apporte des preuves solides d'une réflexion critique.

Critère E : utilisation des mathématiques

Ce critère évalue dans quelle mesure l'élève utilise des mathématiques dans l'exploration.

On attend des élèves qu'ils produisent un travail qui est d'un niveau similaire à celui du cours. Les mathématiques explorées doivent, soit faire partie du programme, soit être d'un niveau similaire ou supérieur. L'exploration ne peut pas uniquement porter sur les mathématiques listées dans les connaissances présumées. Si le niveau des mathématiques n'est pas d'un niveau similaire à celui du cours, on ne pourra attribuer plus de deux points pour ce critère.

Le travail peut être considéré comme correct s'il ne comporte que quelques petites erreurs qui ne compromettent pas la fluidité des mathématiques ou qui ne conduisent pas à un résultat absurde.

La sophistication en mathématiques peut comprendre la compréhension et l'utilisation de concepts mathématiques difficiles, considérer un problème à partir de différents points de vue et distinguer des structures sous-jacentes communes à différents domaines des mathématiques.

La rigueur implique la clarté dans la logique et le langage dans le développement des arguments mathématiques et des calculs.

La précision mathématique implique un travail sans erreurs et dans lequel on retrouve un niveau de précision appropriée à chaque instant.

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	Quelques mathématiques pertinentes sont utilisées. Une compréhension limitée est démontrée.
2	Quelques mathématiques pertinentes sont utilisées. Les mathématiques explorées sont en partie correctes. Une certaine connaissance et compréhension sont démontrées.
3	Des mathématiques pertinentes et d'un niveau similaire au niveau du cours sont utilisées. Les mathématiques explorées sont correctes. Une bonne connaissance et compréhension sont démontrées.
4	Des mathématiques pertinentes et d'un niveau similaire au niveau du cours sont utilisées. Les mathématiques explorées sont correctes et reflètent le niveau de sophistication attendu. Une bonne connaissance et compréhension sont démontrées.
5	Des mathématiques pertinentes et d'un niveau similaire au niveau du cours sont utilisées. Les mathématiques explorées sont correctes et reflètent le niveau de sophistication et la rigueur attendus. Une connaissance et compréhension approfondies sont démontrées.
6	Des mathématiques pertinentes et d'un niveau similaire au niveau du cours sont utilisées. Les mathématiques explorées sont précises et reflètent le niveau de sophistication et la rigueur attendus. Une connaissance et compréhension approfondies sont démontrées.

Glossaire des mots-consignes

Mots-consignes et définitions

Les mots-consignes, autrefois appelés « termes utilisés dans le cadre de l'évaluation » et présentés ci-après, sont des termes et formules clés utilisés dans les questions d'examen. Les élèves doivent les connaître et les comprendre dans le sens des définitions données. Bien que ces mots-consignes soient ceux qui reviennent le plus souvent dans les questions d'examen, il est possible que d'autres termes soient parfois utilisés pour amener les élèves à présenter leur argumentation d'une autre façon.

À partir de là	Utiliser le travail fait précédemment pour obtenir le résultat désiré.
À partir de là ou par toute autre méthode	Il est suggéré d'utiliser le travail fait précédemment, mais d'autres méthodes pourraient également être acceptées.
Calculer	Obtenir une réponse numérique en montrant les étapes pertinentes du raisonnement.
Commenter	Formuler un jugement basé sur un énoncé ou un résultat d'un calcul donné.
Comparer	Exposer les similarités qui existent entre deux ou plusieurs éléments ou situations, et se référer à ces deux ou à tous ces éléments tout du long.
Comparer et opposer	Exposer les similarités et les différences qui existent entre deux ou plusieurs éléments ou situations et se référer à ces deux ou à tous ces éléments tout du long.
Construire	Exposer des informations sous forme schématique ou logique.
Décrire	Exposer de façon détaillée.
Déduire	Arriver à une conclusion à partir d'informations fournies.
Démontrer	Rendre clair par un raisonnement ou par une preuve, en donnant des exemples ou des applications pratiques.
Dessiner	Représenter à l'aide d'un diagramme ou d'une représentation graphique précise et légendée, en utilisant un crayon. Une règle doit être utilisée pour dessiner les droites. Les diagrammes doivent être dessinés à l'échelle. Les points des représentations graphiques doivent être placés correctement (si nécessaire) et joints par des segments de droite ou par une ligne courbe.
Déterminer	Obtenir la seule réponse possible.
Distinguer	Clarifier les différences qui existent entre deux ou plusieurs concepts ou éléments.
Écrire	Donner la ou les réponses, habituellement en extrayant des informations. Peu ou pas de calculs sont nécessaires. Le raisonnement n'a pas besoin d'être écrit.
Énumérer	Donner une série de réponses brèves sans explication.

Esquisser	Représenter à l'aide d'un diagramme ou d'une représentation graphique (légendé de manière appropriée). Une esquisse doit donner une idée générale de la forme ou de la relation à représenter et comporter des caractéristiques principales.
Estimer	Donner une valeur approchée.
Expliquer	Exposer de façon détaillée, y compris les raisons ou les causes.
Identifier	Fournir une réponse à partir de plusieurs possibilités.
Indiquer	Donner un nom spécifique, une valeur ou toute autre réponse brève sans explication ni calcul.
Intégrer	Obtenir l'intégrale d'une fonction.
Interpréter	Utiliser ses connaissances et sa compréhension afin de reconnaître des tendances et de tirer des conclusions à partir d'informations fournies.
Justifier	Donner des raisons ou des preuves valables pour étayer une réponse ou une conclusion.
Légender	Ajouter des légendes à un diagramme.
Montrer	Donner les étapes d'un calcul ou d'une manipulation.
Montrer que	Obtenir le résultat demandé (en utilisant, le cas échéant, les informations données) sans la formalité d'une preuve. En général, les questions de ce type ne nécessitent pas l'utilisation d'une calculatrice.
Opposer	Exposer les différences qui existent entre deux ou plusieurs éléments ou situations et se référer à ces deux ou à tous ces éléments tout du long.
Placer les points	Indiquer la position de points sur un diagramme.
Prédire	Donner un résultat attendu.
Prouver	Utiliser une suite d'étapes logiques pour obtenir le résultat demandé de façon formelle.
Rechercher	Observer, étudier ou effectuer un examen minutieux et systématique en vue d'établir des faits et de parvenir à des conclusions nouvelles.
Résoudre	Obtenir la ou les réponses en utilisant des méthodes algébriques, numériques et/ou graphiques.
Suggérer	Proposer une solution, une hypothèse ou une autre réponse possible.
Trouver	Obtenir une réponse en montrant les étapes pertinentes du raisonnement.
Trouver la dérivée	Trouver la dérivée d'une fonction.
Vérifier	Fournir des arguments qui valident le résultat.

Liste des notations

$\mathbb{N}$	l'ensemble des entiers positifs et zéro, $\{0, 1, 2, 3, ...\}$
$\mathbb{Z}$	l'ensemble des entiers relatifs, $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...\}$
$\mathbb{Z}^+$	l'ensemble des entiers strictement positifs, $\{1, 2, 3, ...\}$
$\mathbb{Q}$	l'ensemble des nombres rationnels
$\mathbb{Q}^+$	l'ensemble des nombres rationnels strictement positifs, $\{x \mid x \in \mathbb{Q}, x > 0\}$
$\mathbb{R}$	l'ensemble des nombres réels
$\mathbb{R}^+$	l'ensemble des nombres réels strictement positifs, $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\}$
$\mathbb{C}$	l'ensemble des nombres complexes, $\{a + \mathrm{i}b \mid a, b \in \mathbb{R}\}$
i	$\sqrt{-1}$
z	un nombre complexe
z^*	le conjugué de z
$\lvert z \rvert$	le module de z
$\arg z$	l'argument de z
$\operatorname{Re} z$	la partie réelle de z
$\operatorname{Im} z$	la partie imaginaire de z
$\operatorname{cis}\theta$	$\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$
$\{x_1, x_2, ...\}$	l'ensemble contenant les éléments $x_1, x_2, ...$
$n(A)$	le nombre d'éléments de l'ensemble fini A
$\{x \mid \quad \}$	l'ensemble de tous les x tels que
$\in$	appartient à
$\notin$	n'appartient pas à
$\varnothing$	l'ensemble vide
U	l'ensemble universel
$\cup$	union
$\cap$	intersection
$\subset$	est un sous-ensemble propre de
$\subseteq$	est un sous-ensemble de
A'	le complémentaire de l'ensemble A
$A \times B$	le produit cartésien des ensembles A et B (c'est-à-dire $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A,\ b \in B\}$)
$a \mid b$	a divise b
$a^{1/n}$, $\sqrt[n]{a}$	a à la puissance $\frac{1}{n}$, $n^{\text{ième}}$ racine de a (si $a \geq 0$ alors $\sqrt[n]{a} \geq 0$)

$\lvert x \rvert$	le module ou la valeur absolue de x , c'est-à-dire $\begin{cases} x & \text{pour } x \geq 0,\ x \in \mathbb{R} \\ -x & \text{pour } x < 0,\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$
$\equiv$	est identiquement égal à
$\approx$	est à peu près égal à
$>$	est supérieur à
$\geq$	est supérieur ou égal à
$<$	est inférieur à
$\leq$	est inférieur ou égal à
$\not>$	n'est pas supérieur à
$\not<$	n'est pas inférieur à
$\Rightarrow$	implique
$\Leftarrow$	est impliqué par
$\Leftrightarrow$	est équivalent à
$[a,b]$	l'intervalle fermé $a \leq x \leq b$
$]a,b[$	l'intervalle ouvert $a < x < b$
u_n	le $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite
d	la raison d'une suite arithmétique
r	la raison d'une suite géométrique
S_n	la somme des n premiers termes d'une suite, $u_1 + u_2 + \ldots + u_n$
S_∞	la somme d'une suite infinie, $u_1 + u_2 + \ldots$
$\sum_{i=1}^{n} u_i$	$u_1 + u_2 + \ldots + u_n$
$\prod_{i=1}^{n} u_i$	$u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$
$\binom{n}{r}$	$\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$
$n!$	$n(n-1)(n-2)\times\ldots\times 3\times 2\times 1$
$f : A \to B$	f est une fonction telle que chaque élément de l'ensemble A possède une image dans l'ensemble B
$f : x \mapsto y$	f est une fonction telle que x est associé à y
$f(x)$	l'image de x par la fonction f
f^{-1}	la fonction réciproque de la fonction f
$f \circ g$	la fonction composée de f et g
$\lim_{x \to a} f(x)$	la limite de $f(x)$ quand x tend vers a

$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$	la dérivée de y par rapport à x
$f'(x)$	la dérivée de $f(x)$ par rapport à x
$\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$	la dérivée seconde de y par rapport à x
$f''(x)$	la dérivée seconde de $f(x)$ par rapport à x
$\dfrac{\mathrm{d}^n y}{\mathrm{d}x^n}$	la dérivée $n^{\text{ième}}$ de y par rapport à x
$f^{(n)}(x)$	la dérivée $n^{\text{ième}}$ de $f(x)$ par rapport à x
$\int y\,\mathrm{d}x$	l'intégrale indéfinie de y par rapport à x
$\int_a^b y\,\mathrm{d}x$	l'intégrale définie de y par rapport à x entre $x=a$ et $x=b$
e^x	la fonction exponentielle (base e) de x
$\log_a x$	le logarithme de base a de x
$\ln x$	le logarithme népérien de x, $\log_\mathrm{e} x$
sin, cos, tan	les fonctions trigonométriques
arcsin, arccos, arctan	les fonctions trigonométriques inverses
csc, sec, cot	les inverses multiplicatifs des fonctions trigonométriques
$\mathrm{A}(x, y)$	le point A du plan de coordonnées cartésiennes x et y
$[\mathrm{AB}]$	le segment de droite d'extrémités A et B
AB	la longueur de $[\mathrm{AB}]$
(AB)	la droite passant par les points A et B
$\hat{A}$	l'angle en A
$\mathrm{C\hat{A}B}$	l'angle entre $[\mathrm{CA}]$ et $[\mathrm{AB}]$
$\Delta\mathrm{ABC}$	le triangle dont les sommets sont A, B et C
$\boldsymbol{v}$	le vecteur $\boldsymbol{v}$
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$	le vecteur représenté en norme et direction par le segment orienté de A à B
$\boldsymbol{a}$	le vecteur-position $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$
$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$	les vecteurs unitaires dans les directions des axes de coordonnées cartésiennes
$\lvert\boldsymbol{a}\rvert$	la norme du vecteur $\boldsymbol{a}$

$\lvert\overrightarrow{\mathrm{AB}}\rvert$	la norme du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$
$\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{w}$	le produit scalaire de $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$
$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{w}$	le produit vectoriel de $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$
$\mathbf{I}$	la matrice identité
$\mathrm{P}(A)$	la probabilité de l'événement A
$\mathrm{P}(A')$	la probabilité de l'événement « non A »
$\mathrm{P}(A\mid B)$	la probabilité de l'événement A étant donné que l'événement B s'est produit
$x_1, x_2, \ldots$	les observations
$f_1, f_2, \ldots$	les effectifs associés aux observations $x_1, x_2, \ldots$
P_x	la fonction de distribution de probabilité $\mathrm{P}(X=x)$ d'une variable aléatoire discrète X
$f(x)$	la fonction de densité d'une variable aléatoire continue X
$F(x)$	la fonction de distribution cumulative d'une variable aléatoire continue X (appelée aussi fonction de répartition d'une variable aléatoire continue X)
$\mathrm{E}(X)$	l'espérance d'une variable aléatoire X
$\mathrm{Var}(X)$	la variance d'une variable aléatoire X
μ	la moyenne de la population
σ^2	la variance de la population $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i-\mu)^2}{n}$, où $n=\sum_{i=1}^{k} f_i$
σ	l'écart-type de la population
$\bar{x}$	la moyenne de l'échantillon
s_n^2	la variance de l'échantillon $s_n^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i-\bar{x})^2}{n}$, où $n=\sum_{i=1}^{k} f_i$
s_n	l'écart-type de l'échantillon
s_{n-1}^2	l'estimateur sans biais de la variance de la population $s_{n-1}^2 = \dfrac{n}{n-1}s_n^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i-\bar{x})^2}{n-1}$, où $n=\sum_{i=1}^{k} f_i$
$\mathrm{B}(n, p)$	la distribution binomiale de paramètres n et p
$\mathrm{Po}(m)$	la distribution de Poisson de moyenne m
$\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$	la distribution normale de moyenne μ et de variance σ^2

$X \sim \mathrm{B}(n, p)$	la variable aléatoire *X* suit une distribution binomiale de paramètres *n* et *p*
$X \sim \mathrm{Po}(m)$	la variable aléatoire *X* suit une distribution de Poisson de moyenne *m*
$X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$	la variable aléatoire *X* suit une distribution normale de moyenne μ et de variance σ^2
Φ	la fonction de répartition d'une variable normale centrée réduite de distribution $\mathrm{N}(0,1)$
ν	le nombre de degrés de liberté
$A \setminus B$	la différence entre les ensembles *A* et *B* (c'est-à-dire, $A \setminus B = A \cap B' = \{x \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$)
$A \Delta B$	la différence métrique entre les ensembles *A* et *B* (c'est-à-dire, $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$)
κ_n	le graphe complet de *n* sommets
$\kappa_{n,m}$	le graphe complet biparti ayant un ensemble de *n* sommets et un autre ensemble de *m* sommets
$\mathbb{Z}_p$	l'ensemble des classes d'équivalence $\{0, 1, 2, \ldots, p-1\}$ des entiers modulo *p*
pgcd (a, b)	le plus grand commun diviseur des entiers *a* et *b*
ppcm (a, b)	le plus petit commun multiple des entiers *a* et *b*
$\boldsymbol{A}_G$	la matrice d'adjacence du graphe *G*
$\boldsymbol{C}_G$	la matrice d'adjacence des coûts du graphe *G*