Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas
Nivel medio
Prueba 1

Miércoles 2 de mayo de 2018 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

12 páginas

2218 – 7309

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

Sean $\vec{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $\vec{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, donde O es el origen. L_1 es la recta que pasa por A y por B.

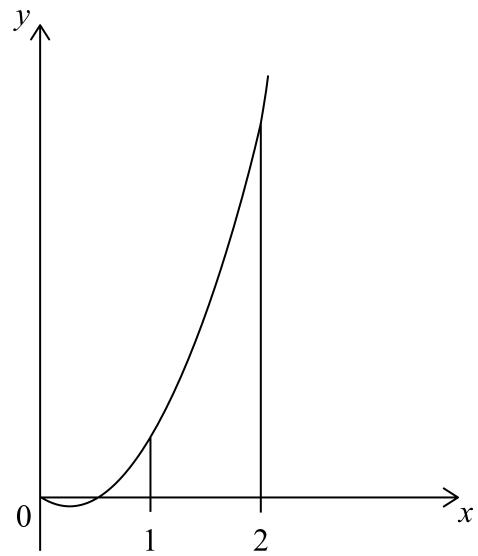
(a) Halle una ecuación vectorial para L_1. [2]

(b) El vector $\begin{pmatrix} 2 \\ p \\ 0 \end{pmatrix}$ es perpendicular a $\vec{\mathrm{AB}}$. Halle el valor de p. [3]

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

2. [Puntuación máxima: 6]

Sea $f(x) = 6x^2 - 3x$. La siguiente figura muestra el gráfico de f.



(a) Halle $\int (6x^2 - 3x)\,\mathrm{d}x$. [2]

(b) Halle el área de la región delimitada por el gráfico de f, el eje x y las rectas $x = 1$ y $x = 2$. [4]

3. [Puntuación máxima: 6]

Un conjunto de datos consta de n elementos. La suma de esos elementos es igual a 800 y la media es 20.

(a) Halle n. [2]

La desviación típica de este conjunto de datos es igual a 3. Cada uno de los valores del conjunto se multiplica por 10.

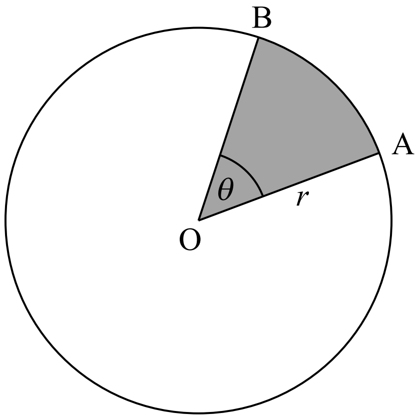
(b) (i) Escriba el nuevo valor de la media.

(ii) Halle el nuevo valor de la varianza. [4]

4. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio r cm.

la figura no está dibujada a escala

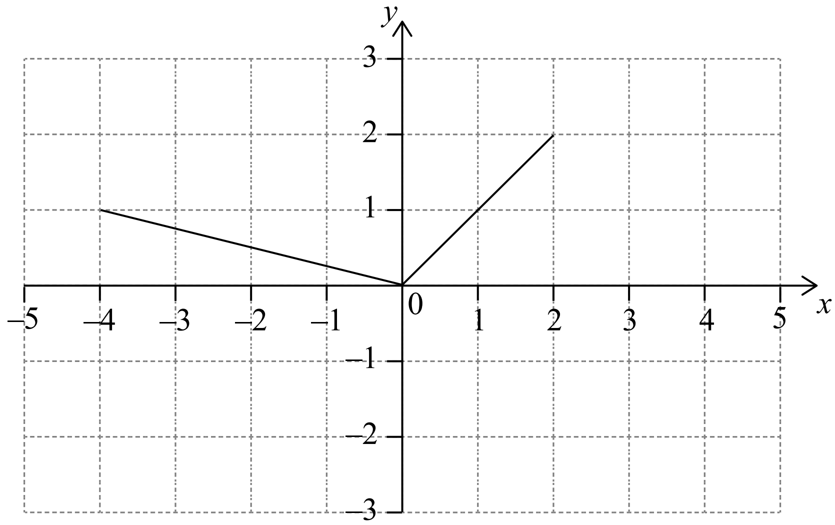


Los puntos A y B pertenecen a la circunferencia del círculo, y $\mathrm{A\hat{O}B} = \theta$. El área del sector circular sombreado AOB es igual a $12\,\mathrm{cm}^2$ y la longitud del arco AB es igual a $6\,\mathrm{cm}$.

Halle el valor de r.

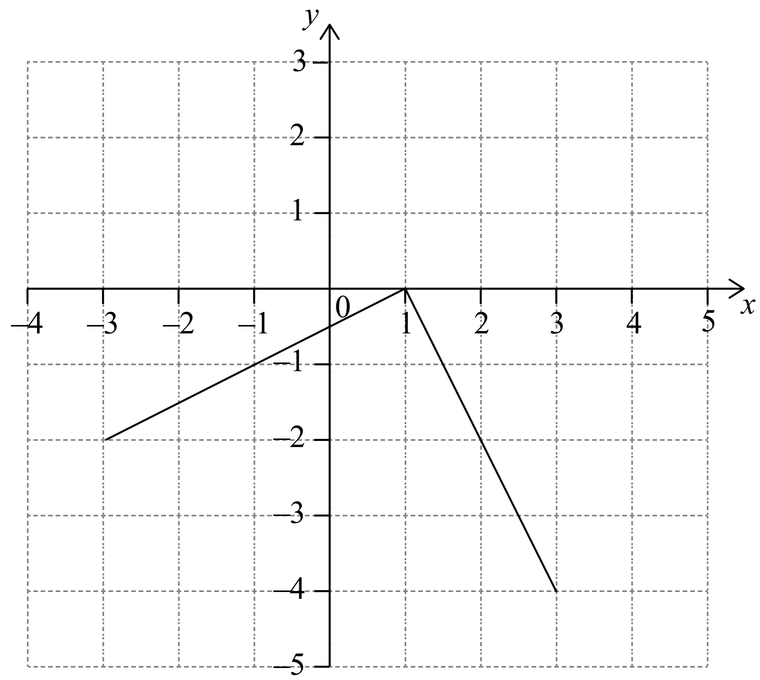
5. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra el gráfico de una función f, para $-4 \le x \le 2$.



(a) Sobre esos mismos ejes de coordenadas, dibuje aproximadamente el gráfico de $f(-x)$. [2]

(b) Otra función, g, se puede escribir de la forma $g(x) = a \times f(x+b)$.
La siguiente figura muestra el gráfico de g.



Escriba el valor de a y el de b. [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 5: continuación)

6. [Puntuación máxima: 7]

Sea $f(x) = px^2 + qx - 4p$, donde $p \neq 0$. Halle el número de raíces para la ecuación $f(x) = 0$. Justifique su respuesta.

7. [Puntuación máxima: 8]

Una progresión aritmética es tal que $u_1 = \log_c(p)$ y $u_2 = \log_c(pq)$, donde $c > 1$ y $p\,,\, q > 0$.

(a) Muestre que $d = \log_c(q)$. [2]

(b) Sean $p = c^2$ y $q = c^3$. Halle el valor de $\sum_{n=1}^{20} u_n$. [6]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

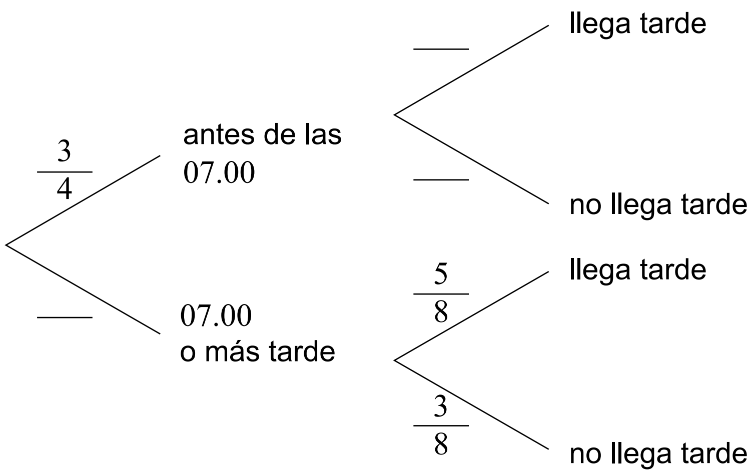
8. [Puntuación máxima: 14]

Pablo va al trabajo en coche. La probabilidad de que salga de casa antes de las 07.00 es igual a $\frac{3}{4}$.

Si sale de casa antes de las 07.00, la probabilidad de que llegue tarde al trabajo es igual a $\frac{1}{8}$.

Si sale de casa a las 07.00 o más tarde, la probabilidad de que llegue tarde al trabajo es igual a $\frac{5}{8}$.

(a) **Copie** y complete el siguiente diagrama de árbol. [3]



(b) Halle la probabilidad de que Pablo salga de casa antes de las 07.00 y llegue tarde al trabajo. [2]

(c) Halle la probabilidad de que Pablo llegue tarde al trabajo. [3]

(d) Sabiendo que Pablo ha llegado tarde al trabajo, halle la probabilidad de que haya salido de casa antes de las 07.00. [3]

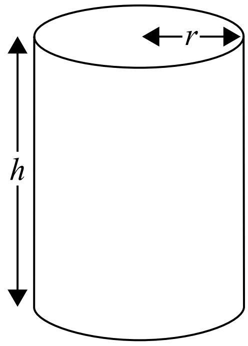
(e) La próxima semana habrá dos días en los que Pablo irá al trabajo en coche. Halle la probabilidad de que llegue tarde al menos una vez. [3]

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

Una lata cilíndrica cerrada de radio r centímetros y altura h centímetros tiene un volumen de $20\pi\,\text{cm}^3$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Exprese h en función de r. [2]

El material del que están hechas la base y la parte superior de la lata cuesta 10 céntimos por cm^2 y el material del lado curvo cuesta 8 céntimos por cm^2. El coste total del material, en céntimos, es igual a C.

(b) Muestre que $C = 20\pi r^2 + \dfrac{320\pi}{r}$. [4]

(c) Sabiendo que existe un valor mínimo para C, halle dicho valor mínimo en función de π. [9]

No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 16]

Considere una función f. La recta L_1, cuya ecuación es $y = 3x + 1$, es tangente al gráfico de f en $x = 2$.

(a) (i) Escriba $f'(2)$.

(ii) Halle $f(2)$. [4]

Sea $g(x) = f(x^2 + 1)$ y sea P el punto del gráfico de g para $x = 1$.

(b) Muestre que la pendiente del gráfico de g en P es igual a 6. [5]

(c) Sea L_2 la tangente al gráfico de g en P. L_1 y L_2 se cortan en el punto Q. Halle la coordenada y de Q. [7]