

## Matemáticas

### Nivel medio

### Prueba 2

Miércoles 11 de mayo de 2016 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

### Sección A

Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

Los tres primeros términos de una progresión aritmética son  $u_1 = 0,3$ ;  $u_2 = 1,5$ ;  $u_3 = 2,7$ .

- (a) Halle la diferencia. [2]
- (b) Halle el 30.º término de la progresión. [2]
- (c) Halle la suma de los 30 primeros términos. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

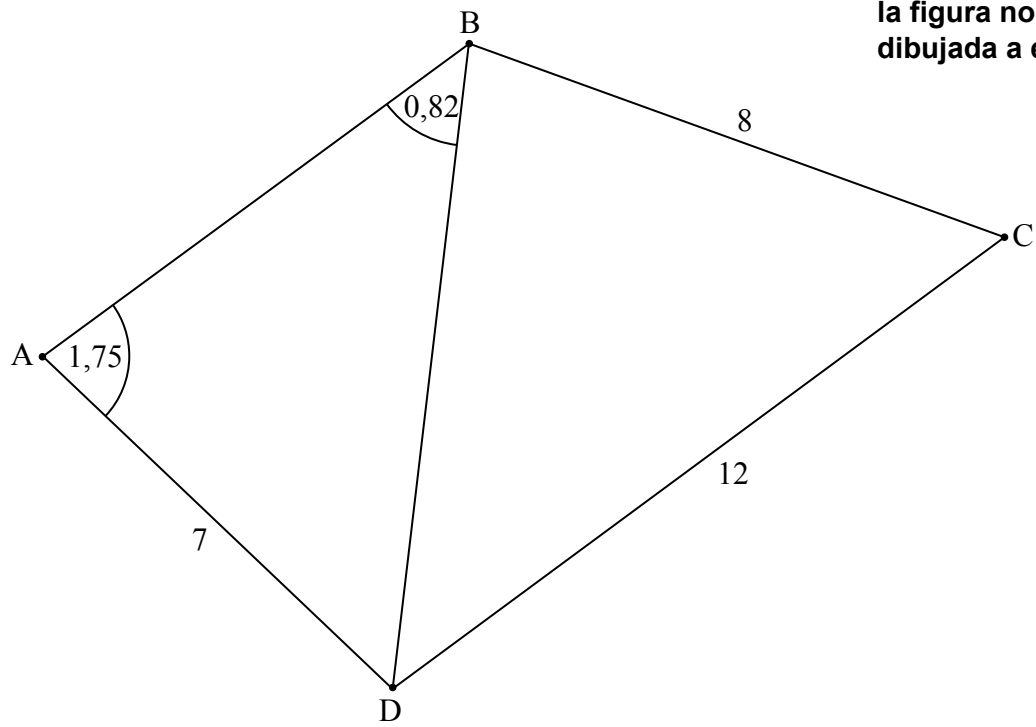
.....

.....



2. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra un cuadrilátero ABCD.



la figura no está dibujada a escala

$AD = 7 \text{ cm}$ ,  $BC = 8 \text{ cm}$ ,  $CD = 12 \text{ cm}$ ,  $\hat{DAB} = 1,75 \text{ radianes}$ ,  $\hat{ABD} = 0,82 \text{ radianes}$ .

(a) Halle BD. [3]

(b) Halle  $\hat{DBC}$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 7]

Sea  $f(x) = e^{0,5x} - 2$ .

- (a) Para el gráfico de  $f$ 
  - (i) escriba el punto de corte con el eje  $y$ ;
  - (ii) halle el punto de corte con el eje  $x$ ;
  - (iii) escriba la ecuación de la asíntota horizontal.

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

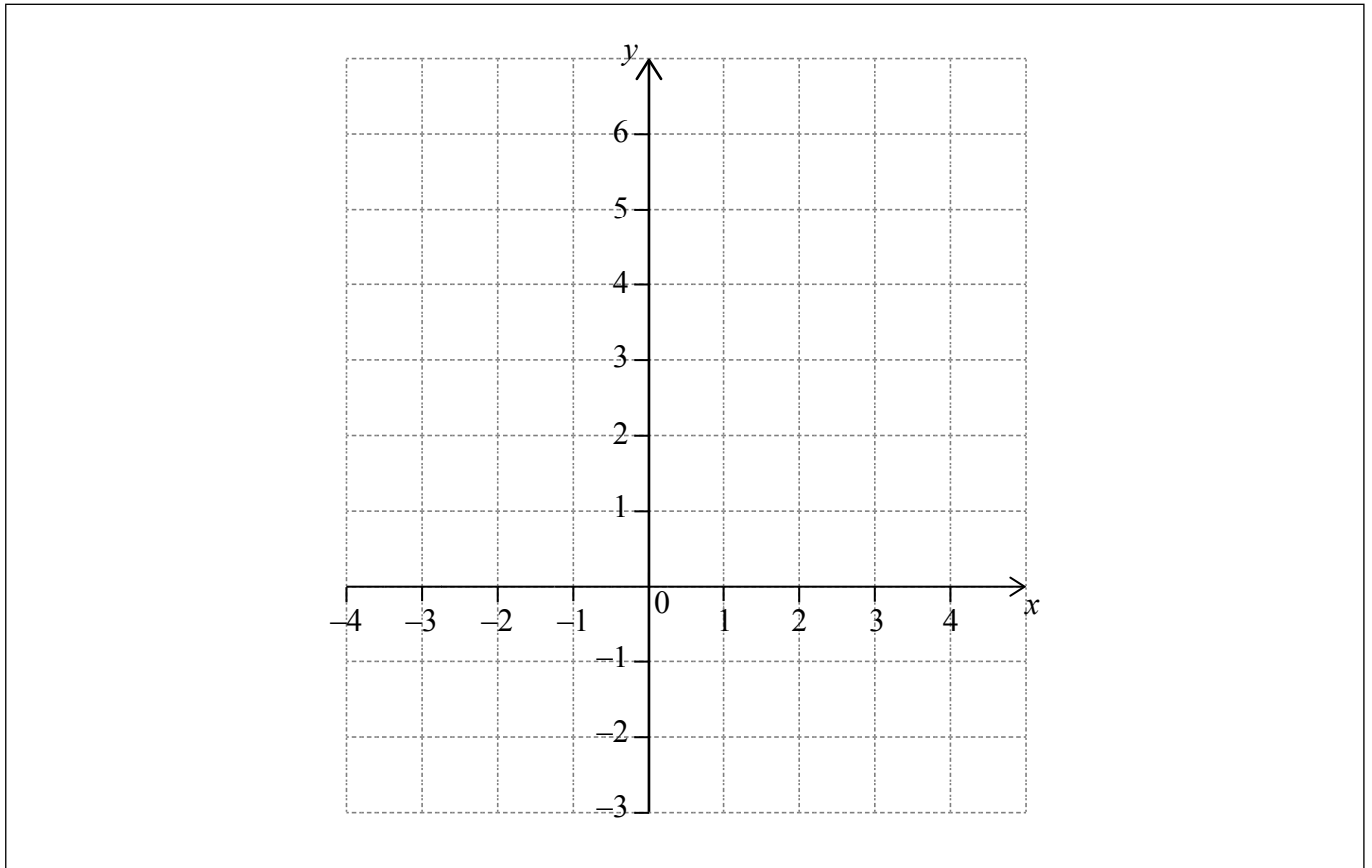
(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 3: continuación)**

(b) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de  $f$ , para  $-4 \leq x \leq 4$ .

[3]



4. [Puntuación máxima: 8]

La altura,  $h$  metros, a la que está un asiento de una noria al cabo de  $t$  minutos viene dada por

$$h(t) = -15 \cos 1,2t + 17, \text{ para } t \geq 0.$$

- (a) Halle la altura a la que está el asiento cuando  $t = 0$ . [2]
- (b) El asiento alcanza por primera vez una altura de 20 m al cabo de  $k$  minutos. Halle  $k$ . [3]
- (c) Calcule el tiempo necesario para que el asiento realice una rotación completa. Dé la respuesta con una aproximación de una cifra decimal. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 6]

Considere el desarrollo de  $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ .

(a) Escriba el número de términos que tiene este desarrollo. [1]

(b) Halle el coeficiente correspondiente a  $x^8$ . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Puntuación máxima: 6]

Una competición consta de dos sucesos independientes: disparar a 100 dianas y correr durante una hora.

El número de veces que un participante da en la diana es la puntuación  $S$ . Estas puntuaciones  $S$  siguen una distribución normal de media 65 y desviación típica igual a 10.

- (a) Se escoge al azar a un participante. Halle la probabilidad de que su puntuación  $S$  sea menor que 50. [2]

La distancia en km que corre un participante en una hora es la puntuación  $R$ . Estas puntuaciones  $R$  siguen una distribución normal de media 12 y desviación típica igual a 2,5. La puntuación  $R$  es independiente de la puntuación  $S$ .

Un participante queda descalificado si su puntuación  $S$  es menor que 50 y su puntuación  $R$  es menor que  $x$  km.

- (b) Sabiendo que el 1% de los participantes quedan descalificados, halle el valor de  $x$ . [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





7. [Puntuación máxima: 7]

Una partícula se mueve en línea recta. Su velocidad  $v \text{ m s}^{-1}$  al cabo de  $t$  segundos viene dada por

$$v = 6t - 6, \text{ para } 0 \leq t \leq 2.$$

Al cabo de  $p$  segundos, la partícula se encuentra a 2 m de su posición inicial. Halle los posibles valores de  $p$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 15]

El precio de un coche de segunda mano depende, en parte, de la distancia que ha recorrido. La siguiente tabla muestra la distancia y el precio de siete coches, el 1 de enero de 2010.

<b>Distancia, <math>x</math> km</b>	11 500	7 500	13 600	10 800	9 500	12 200	10 400
<b>Precio, <math>y</math> dólares</b>	15 000	21 500	12 000	16 000	19 000	14 500	17 000

La relación que existe entre  $x$  e  $y$  se puede modelizar mediante la ecuación de regresión  $y = ax + b$ .

- (a) (i) Halle el coeficiente de correlación.
- (ii) Escriba el valor de  $a$  y el de  $b$ . [4]

El 1 de enero de 2010, Lina compra un coche que ha recorrido 11 000 km.

- (b) Utilice la ecuación de regresión para estimar el precio del coche de Lina. Dé la respuesta aproximando al múltiplo de 100 dólares más cercano. [3]

El precio de los coches disminuye cada año un 5%.

- (c) Calcule el precio del coche de Lina al cabo de 6 años. [4]

Lina venderá el coche cuando su precio llegue a los 10 000 dólares.

- (d) Halle en qué año venderá Lina el coche. [4]



No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 14]

Sea  $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$ , para  $x > 1$ .

(a) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal del gráfico de  $f$ . [2]

(b) Halle  $f'(x)$ . [2]

Sea  $g(x) = ae^{-x} + b$ , para  $x \geq 1$ . El gráfico de  $f$  y el de  $g$  tienen la misma asíntota horizontal.

(c) Escriba el valor de  $b$ . [2]

(d) Sabiendo que  $g'(1) = -e$ , halle el valor de  $a$ . [4]

(e) Hay un valor de  $x$ , para  $1 < x < 4$ , para el cual el gráfico de  $f$  y el de  $g$  tienen la misma pendiente. Halle dicha pendiente. [4]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 15]

Considere los puntos  $A(1, 5, -7)$  y  $B(-9, 9, -6)$ .

(a) Halle  $\vec{AB}$ . [2]

Sea  $C$  un punto tal que  $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

(b) Halle las coordenadas de  $C$ . [2]

La recta  $L$  pasa por  $B$  y es paralela a  $(AC)$ .

(c) Escriba una ecuación vectorial para  $L$ . [2]

(d) Sabiendo que  $|\vec{AB}| = k|\vec{AC}|$ , halle  $k$ . [3]

(e) El punto  $D$  pertenece a  $L$ , de modo tal que  $|\vec{AB}| = |\vec{BD}|$ . Halle las posibles coordenadas de  $D$ . [6]

