88147310

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Número de convocatoria del alumno

Jueves 13 de noviembre de 2014 (mañana)

1 hora 30 minutos

Código del examen

8	8	1	4	–	7	3	1	0

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de fórmulas de* ***Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

13 páginas

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

*Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 5]*

Sean $f(x) = 2x + 3$ y $g(x) = x^3$.

(a) Halle $(f \circ g)(x)$. *[2]*

(b) Resuelva la ecuación $(f \circ g)(x) = 0$. *[3]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2. *[Puntuación máxima: 6]*

La siguiente tabla muestra la puntuación del Diploma, x, y la nota en el ingreso a la universidad, y, que han obtenido siete alumnos del Diploma del IB.

Puntuación del Diploma (x)	28	30	27	31	32	25	27
Nota en el ingreso (y)	73,9	78,1	70,2	82,2	85,5	62,7	69,4

(a) Halle el coeficiente de correlación. *[2]*

Esta relación se puede modelizar mediante una recta de regresión cuya ecuación es $y = ax + b$.

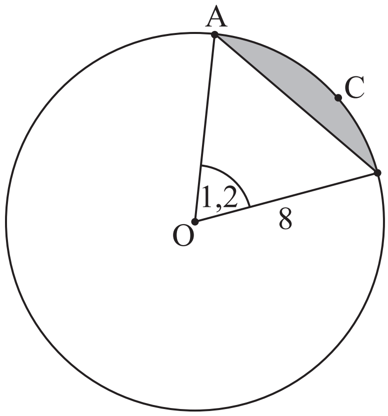
(b) Escriba el valor de a y el de b. *[2]*

Rita obtuvo una puntuación de 26 en el Diploma del IB.

(c) Utilice la recta de regresión para estimar la nota que obtendrá Rita en el ingreso a la universidad. *[2]*

3. *[Puntuación máxima: 7]*

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio 8 cm.



la figura no está dibujada a escala

Los puntos A, B y C pertenecen a la circunferencia del círculo, y $\text{A}\hat{\text{O}}\text{B} = 1{,}2$ radianes .

(a) Halle la longitud del arco ACB. *[2]*

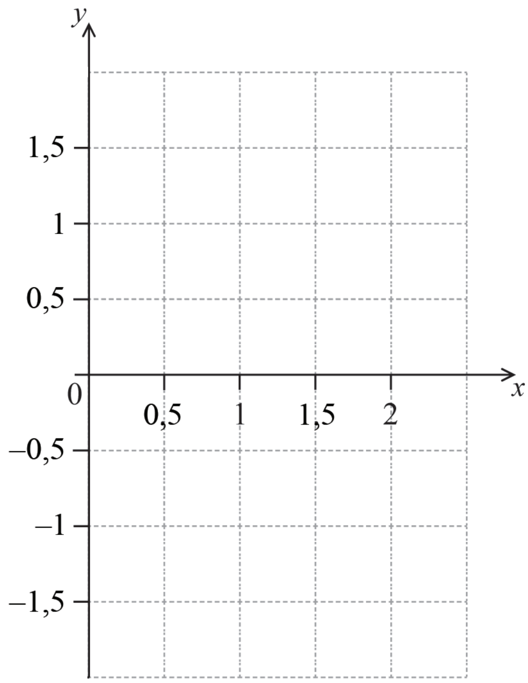
(b) Halle AB. *[3]*

(c) A partir de lo anterior, halle el perímetro del segmento circular sombreado ABC. *[2]*

4. *[Puntuación máxima: 8]*

Sea $f(x) = -x^4 + 2x^3 - 1$, para $0 \le x \le 2$.

(a) Dibuje aproximadamente el gráfico de f en la siguente cuadrícula. *[3]*

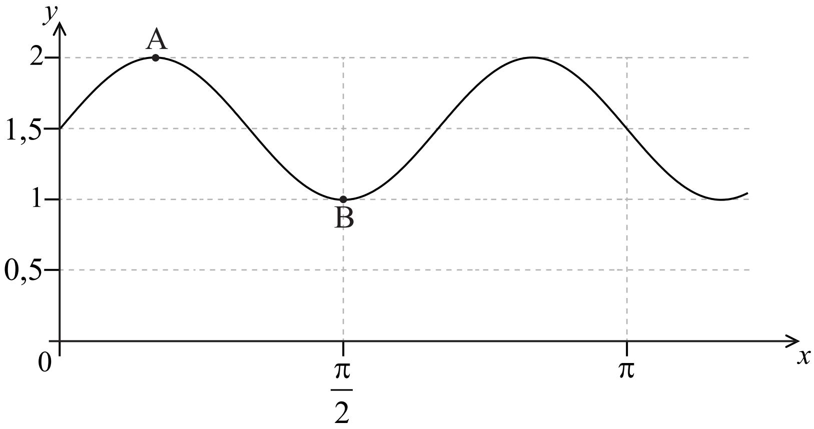


(b) Resuelva $f(x) = 0$. *[2]*

(c) La región delimitada por el gráfico de f y el eje x se rota 360° alrededor del eje x. Halle el volumen del sólido de revolución generado. *[3]*

5. *[Puntuación máxima: 7]*

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de $y = p\,\text{sen}\,(qx) + r$.



El punto $A\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ es un punto máximo y el punto $B\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ es un punto mínimo. Halle el valor de

(a) p; *[2]*

(b) r; *[2]*

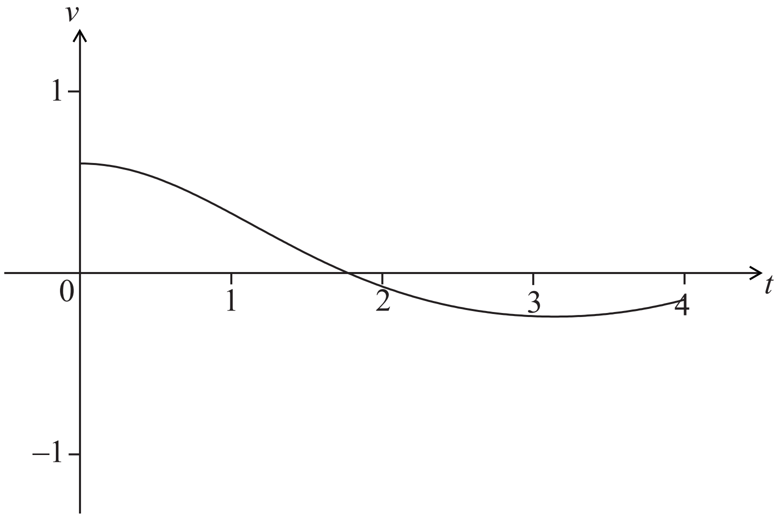
(c) q. *[3]*

6. *[Puntuación máxima: 6]*

Considere el desarrollo de $\left(\frac{x^3}{2}+\frac{p}{x}\right)^8$. El término constante es 5103. Halle los posibles valores de p.

7. *[Puntuación máxima: 6]*

Una partícula parte del punto A y se mueve a lo largo de una línea recta. Su velocidad, $v\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$, al cabo de t segundos viene dada por $v(t) = \text{e}^{\frac{1}{2}\cos t} - 1$, para $0 \le t \le 4$. La partícula está en reposo cuando $t = \frac{\pi}{2}$. La siguiente figura muestra el gráfico de v.



(a) Halle la distancia que recorre la partícula para $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$. *[2]*

(b) Explique por qué la partícula vuelve a pasar por A. *[4]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

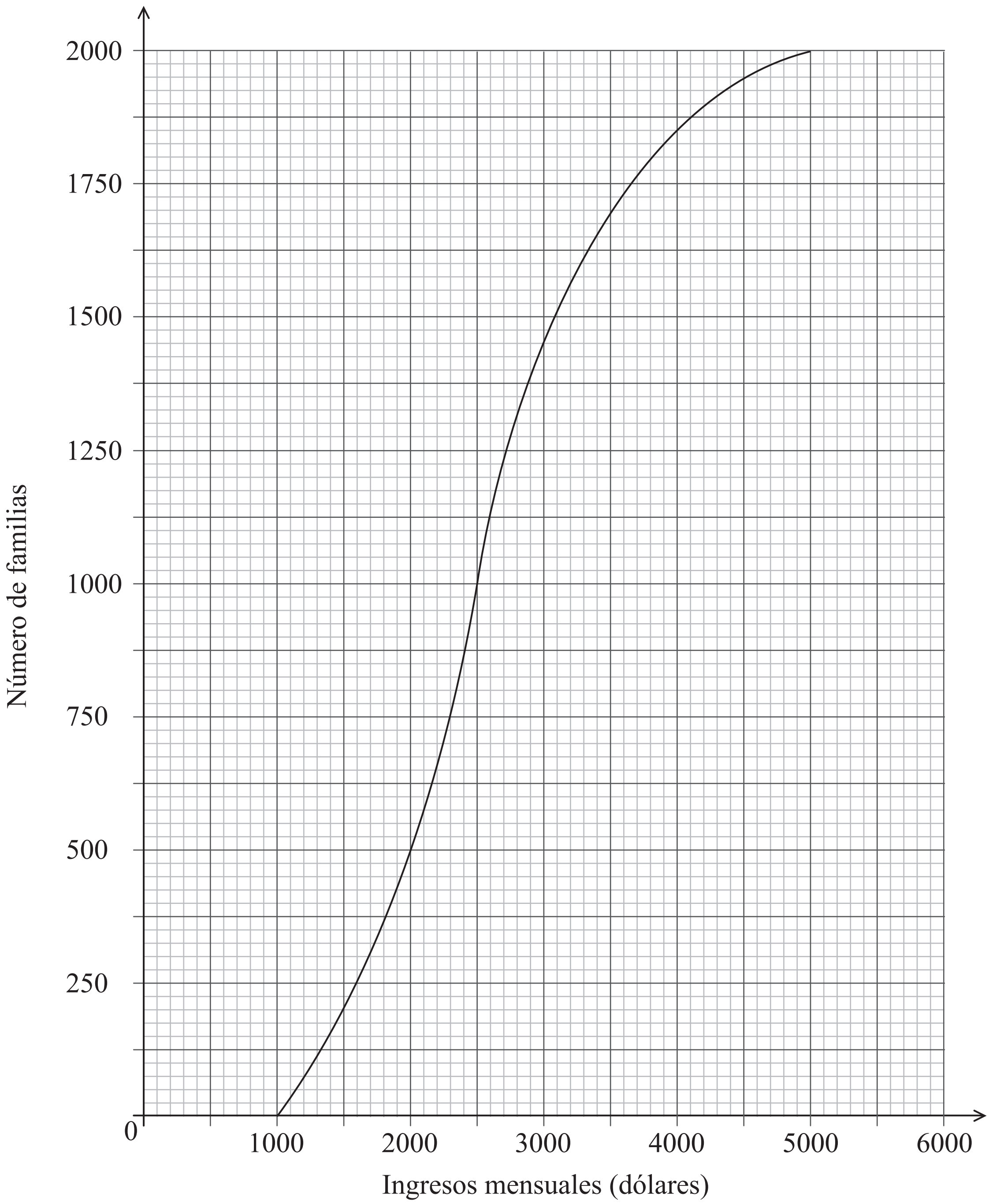
***NO** escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

*Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

8. *[Puntuación máxima: 15]*

El siguiente gráfico de frecuencias acumuladas muestra los ingresos mensuales, *I* dólares, de 2000 familias.



(Esta pregunta continúa en la pagina siguiente)

***NO** escriba soluciones en esta página.*

(Pregunta 8: continuación)

(a) Halle la mediana de los ingresos mensuales. *[2]*

(b) (i) Escriba el número de familias cuyos ingresos mensuales son de 2000 dólares o menos.

(ii) Halle el número de familias cuyos ingresos mensuales son de más de 4000 dólares. *[4]*

Estas 2000 familias viven en dos tipos distintos de viviendas. La siguiente tabla muestra el número de familias que viven en cada tipo de vivienda y los ingresos mensuales, I, de dichas familias.

	$1000 < I \le 2000$	$2000 < I \le 4000$	$4000 < I \le 5000$
Piso	436	765	28
Chalet	64	p	122

(c) Halle el valor de p. *[2]*

(d) Se escoge una familia al azar.

(i) Halle la probabilidad de que dicha familia viva en un piso.

(ii) Halle la probabilidad de que dicha familia viva en un piso, sabiendo que tiene ingresos mensuales superiores a 4000 dólares. *[4]*

(e) Estime la media de los ingresos mensuales de las familias que viven en un chalet. *[3]*

NO *escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 14]*

Los dos primeros términos de una progresión geométrica u_n son $u_1 = 4$ y $u_2 = 4,2$.

(a) (i) Halle la razón.

(ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle u_5. *[5]*

Otra progresión v_n se define mediante $v_n = an^k$, donde $a, k \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}^+$, tal que $v_1 = 0,05$ y $v_2 = 0,25$.

(b) (i) Halle el valor de a.

(ii) Halle el valor de k. *[5]*

(c) Halle el menor valor de n para el cual $v_n > u_n$. *[4]*

NO *escriba soluciones en esta página.*

10. *[Puntuación máxima: 16]*

Los pesos de los peces que hay en un lago siguen una distribución normal de media 760 g y desviación típica σ. Se sabe que el 78,87 % de los peces pesan entre 705 g y 815 g.

(a) (i) Escriba la probabilidad de que un pez pese más de 760 g.

(ii) Halle la probabilidad de que un pez pese menos de 815 g. *[4]*

(b) (i) Escriba la variable tipificada para 815 g.

(ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle σ. *[4]*

Se celebra en el lago un concurso de pesca. Los peces pequeños, denominados "pezqueñines", se devuelven al lago. El peso máximo de un pezqueñín se encuentra 1,5 desviaciones típicas por debajo de la media.

(c) Halle el peso máximo de un pezqueñín. *[2]*

(d) Se pesca un pez al azar. Halle la probabilidad de que sea un pezqueñín. *[2]*

(e) El 25 % de los peces que hay en el lago son salmones. El 10 % de los salmones son pezqueñines. Sabiendo que un pez que se ha pescado al azar es un pezqueñín, halle la probabilidad de que sea un salmón. *[4]*

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.