22137309

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Jueves 9 de mayo de 2013 (tarde)

Código del examen

2	2	1	3	–	7	3	0	9

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información* ***de Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

0116

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

*Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 6]*

Sean $f(x) = 4x - 2$ y $g(x) = -2x^2 + 8$.

(a) Halle $f^{-1}(x)$. *[3 puntos]*

(b) Halle $(f \circ g)(1)$. *[3 puntos]*

2. *[Puntuación máxima: 6]*

Sean $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & q \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} p & -1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$, de modo que $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{C}$.

(a) Halle el valor de p. *[3 puntos]*

(b) Halle el valor de q. *[3 puntos]*

3. *[Puntuación máxima: 7]*

Sean $\log_3 p = 6$ y $\log_3 q = 7$.

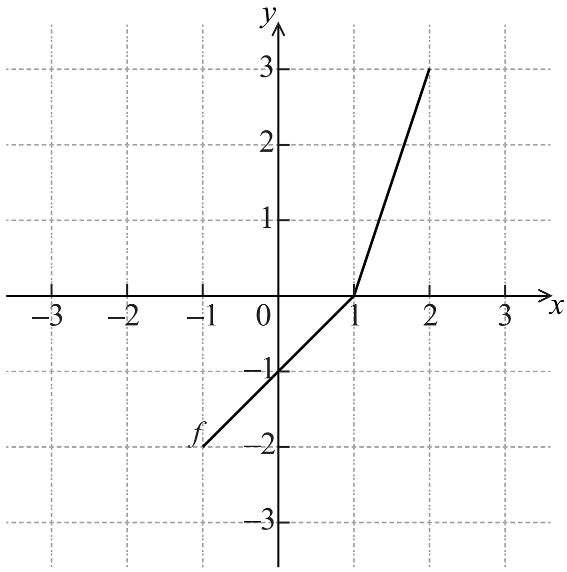
(a) Halle $\log_3 p^2$. *[2 puntos]*

(b) Halle $\log_3\left(\frac{p}{q}\right)$. *[2 puntos]*

(c) Halle $\log_3(9p)$. *[3 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 6]*

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función f, para $-1 \le x \le 2$.



(a) Escriba el valor de

(i) $f(2)$;

(ii) $f^{-1}(-1)$. *[3 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

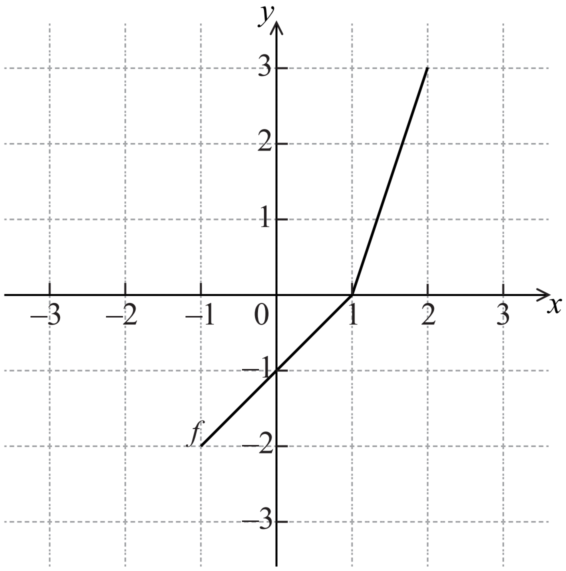
. . . .

. . . .

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

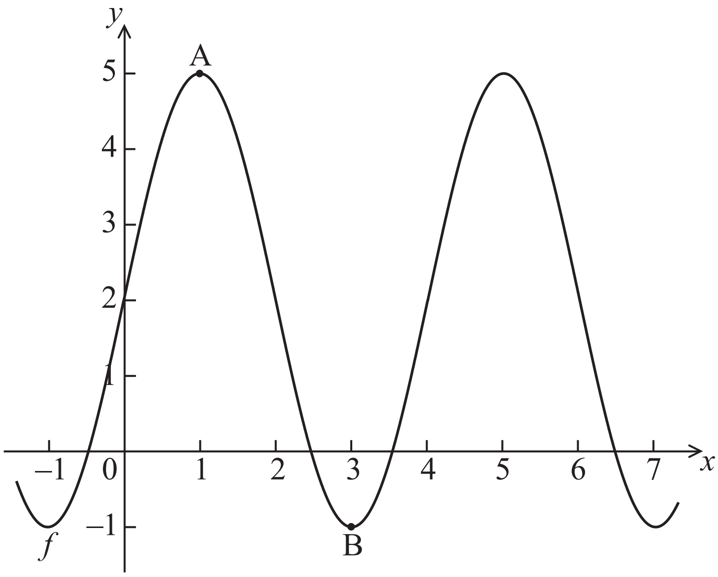
(Pregunta 4: continuación)

(b) Dibuje aproximadamente la gráfica de f^{-1} en la cuadrícula que aparece a continuación. *[3 puntos]*



5. *[Puntuación máxima: 6]*

La figura que aparece a continuación muestra una parte de la gráfica de una función f.



La gráfica tiene un máximo en $A(1, 5)$ y un mínimo en $B(3, -1)$.

La función f se puede escribir de la forma $f(x) = p\,\text{sen}\,(qx) + r$. Halle el valor de

(a) p; *[2 puntos]*

(b) q; *[2 puntos]*

(c) r. *[2 puntos]*

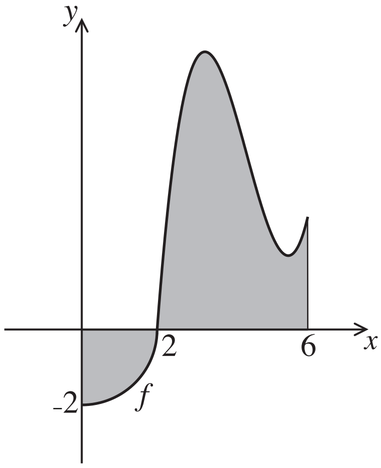
6. *[Puntuación máxima: 7]*

Un cohete que se mueve en línea recta va a una velocidad de v km s^{-1} y su desplazamiento en el instante t segundos es igual a s km. La velocidad v vienedada por $v(t) = 6e^{2t} + t$. Cuando $t = 0$, $s = 10$. Halle una expresión para el desplazamiento del cohete en función de t.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

7. *[Puntuación máxima: 7]*

A continuación se muestra la gráfica de una función f, para $0 \leq x \leq 6$.



La primera parte de la gráfica es un cuarto de círculo de radio 2 y con centro en el origen.

(a) Halle $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$. *[4 puntos]*

(b) La región sombreada está delimitada por la gráfica de f, el eje y, el eje x y la recta $x = 6$. El área de esta región es igual a 3π.

Halle $\int_2^6 f(x)\,\mathrm{d}x$. *[3 puntos]*

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

***NO** escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

*Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

8. *[Puntuación máxima: 15]*

Un club de atletismo organiza una carrera para seleccionar a las niñas que representarán al club en una competencia. En la siguiente tabla se muestran los tiempos que tardaron las niñas del grupo en completar el recorrido de la carrera.

Tiempo t minutos	$10 \le t < 12$	$12 \le t < 14$	$14 \le t < 20$	$20 \le t < 26$	$26 \le t < 28$	$28 \le t < 30$
Frecuencia	50	20	p	40	20	20
Frecuencia acumulada	50	70	120	q	180	200

(a) Halle el valor de p y el de q. *[4 puntos]*

(b) Se elige una niña al azar.

(i) Halle la probabilidad de que el tiempo tardado sea inferior a 14 minutos.

(ii) Halle la probabilidad de que el tiempo tardado sea de al menos 26 minutos. *[3 puntos]*

Se seleccionan para la competencia a las niñas que hayan tardado menos de x minutos en completar el recorrido de la carrera.

(c) Sabiendo que un 40 % de las niñas no son seleccionadas,

(i) halle el número de niñas que no son seleccionadas;

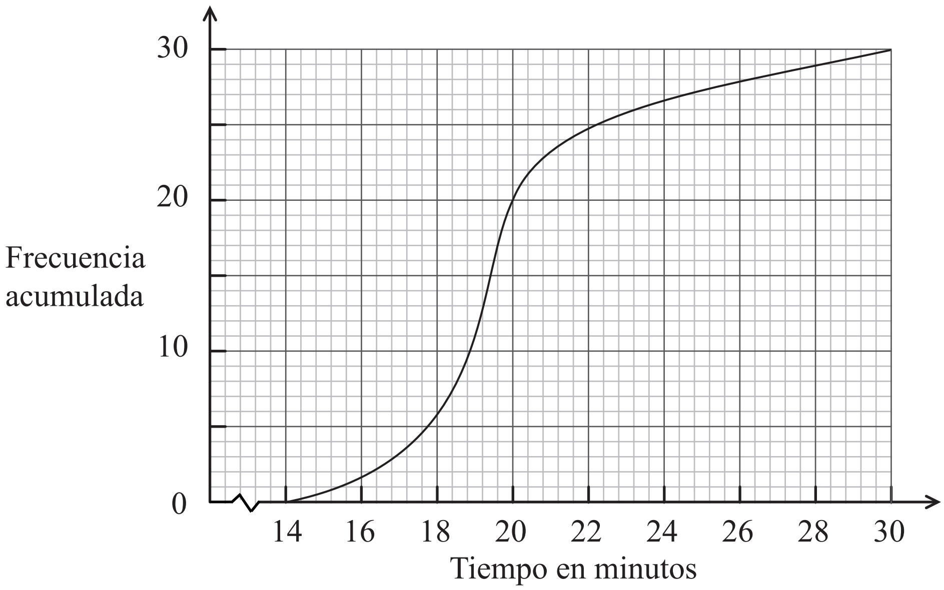
(ii) halle x. *[4 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

***NO** escriba soluciones en esta página.*

(Pregunta 8: continuación)

A aquellas niñas que no han sido seleccionadas, pero que tardaron menos de 25 minutos en completar el recorrido de la carrera, se les da una segunda oportunidad de ser seleccionadas. En el siguiente diagrama de frecuencias acumuladas se muestran los tiempos que tardaron estas niñas en la segunda oportunidad.



(d) (i) Escriba el número de niñas a las que se les dio una segunda oportunidad.

(ii) Halle el porcentaje de niñas (de **todo** el grupo) que fueron seleccionadas. *[4 puntos]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 16]*

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x + \frac{1}{2}x^2 - 2x$, para $0 \le x \le \pi$.

(a) Halle $f'(x)$. *[3 puntos]*

Sea g una función cuadrática tal que $g(0) = 5$. La recta $x = 2$ es el eje de simetría de la gráfica de g.

(b) Halle $g(4)$. *[3 puntos]*

La función g se puede expresar de la forma $g(x) = a(x-h)^2 + 3$.

(c) (i) Escriba el valor de h.

(ii) Halle el valor de a. *[4 puntos]*

(d) Halle el valor de x para el cual la tangente a la gráfica de f es paralela a la tangente a la gráfica de g. *[6 puntos]*

NO *escriba soluciones en esta página.*

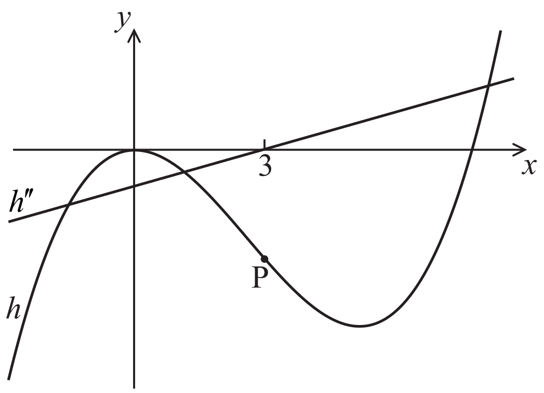
10. *[Puntuación máxima: 14]*

Considere las funciones $f(x)$, $g(x)$ y $h(x)$. La siguiente tabla muestra algunos valores asociados a estas funciones.

x	2	3
$f(x)$	2	3
$g(x)$	-14	-18
$f'(x)$	1	1
$g'(x)$	-5	-3
$h''(x)$	-6	0

(a) Escriba el valor de $g(3)$, de $f'(3)$, y de $h''(2)$. *[3 puntos]*

La siguiente figura muestra una parte de las gráficas de h y h''.



En la gráfica de h hay un punto de inflexión en P, para $x = 3$.

(b) Explique por qué P es un punto de inflexión. *[2 puntos]*

Sabiendo que $h(x) = f(x) \times g(x)$,

(c) halle la coordenada y de P; *[2 puntos]*

(d) halle la ecuación de la normal a la gráfica de h en P. *[7 puntos]*

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.