



**MATHÉMATIQUES**  
**NIVEAU MOYEN**  
**ÉPREUVE 1**

Mercredi 5 mai 2010 (après-midi)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS**

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toute la section A dans les espaces prévus à cet effet.
- Section B : répondez à toute la section B sur les feuilles de réponses prévues à cet effet. Inscrivez votre numéro de session sur chaque livret de réponse que vous avez utilisé et joignez-les à cette épreuve écrite et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- À la fin de l'examen, indiquez le nombre de feuilles de réponse utilisées dans la case prévue à cet effet sur la couverture du livret.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.



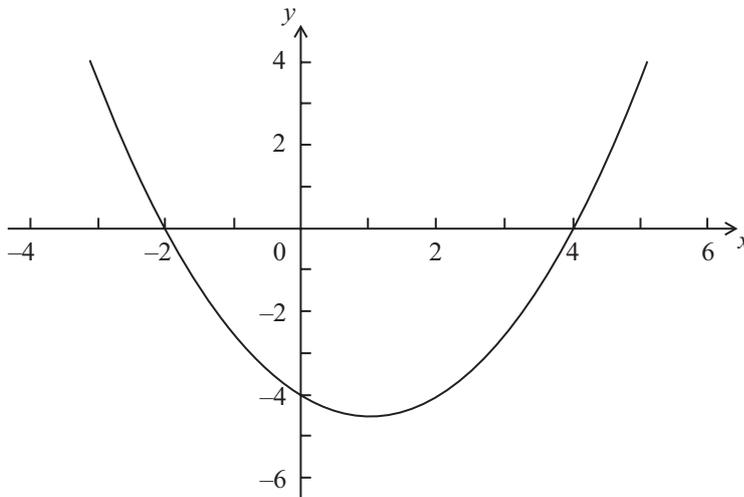
Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

SECTION A

Répondez à **toutes** les questions dans les espaces prévus à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 6]

Soit  $f(x) = p(x - q)(x - r)$ . Une partie de la représentation graphique de  $f$  est donnée ci-dessous.



La représentation graphique passe par les points  $(-2 ; 0)$ ,  $(0 ; -4)$  et  $(4 ; 0)$ .

- (a) Donnez la valeur de  $q$  et de  $r$ . [2 points]
- (b) Donnez l'équation de l'axe de symétrie. [1 point]
- (c) Trouvez la valeur de  $p$ . [3 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





3. [Note maximale : 5]

Soit  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

(a) Trouvez  $AB$ . [3 points]

(b) Résolvez  $A^{-1}X = B$ . [2 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Note maximale : 7]

Soit  $f(x) = \cos 2x$  et  $g(x) = 2x^2 - 1$ .

(a) Trouvez  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ . [2 points]

(b) Trouvez  $(g \circ f)\left(\frac{\pi}{2}\right)$ . [2 points]

(c) Étant donné que  $(g \circ f)(x)$  peut s'écrire sous la forme  $\cos(kx)$ , trouvez la valeur de  $k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [3 points]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



5. [Note maximale : 6]

Soit  $f(x) = kx^4$ . Le point  $P(1 ; k)$  est sur la courbe représentant  $f$ . En P, la normale à la courbe est parallèle à  $y = -\frac{1}{8}x$ . Trouvez la valeur de  $k$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 7]

Résolvez  $\log_2 x + \log_2 (x - 2) = 3$ , avec  $x > 2$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

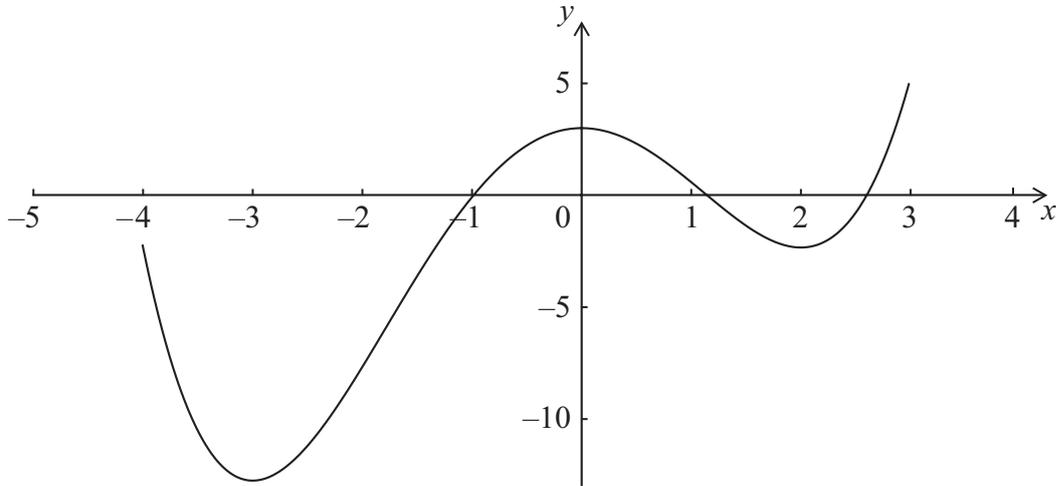
.....

.....



7. [Note maximale : 6]

Une fonction  $f$  est définie pour  $-4 \leq x \leq 3$ . La représentation graphique de  $f$  est donnée ci-dessous.



La représentation graphique présente un maximum relatif en  $x = 0$  et des minimums relatifs en  $x = -3$  et  $x = 2$ .

- (a) Donnez les abscisses à l'origine de la représentation graphique de la fonction **dérivée**,  $f'$ . [2 points]
- (b) Donnez toutes les valeurs de  $x$  pour les quelles  $f'(x)$  est positive. [2 points]
- (c) Au point D sur la représentation graphique de  $f$ , l'abscisse est  $-0,5$ . Expliquez pourquoi  $f''(x) < 0$  en D. [2 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

### SECTION B

Répondez à **toutes** les questions sur les feuilles de réponses fournies. Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

8. [Note maximale : 14]

On considère la fonction  $f$  dont la dérivée seconde est  $f''(x) = 3x - 1$ . La représentation graphique de  $f$  présente un point minimum en  $A(2 ; 4)$  et un point maximum en  $B\left(-\frac{4}{3} ; \frac{358}{27}\right)$ .

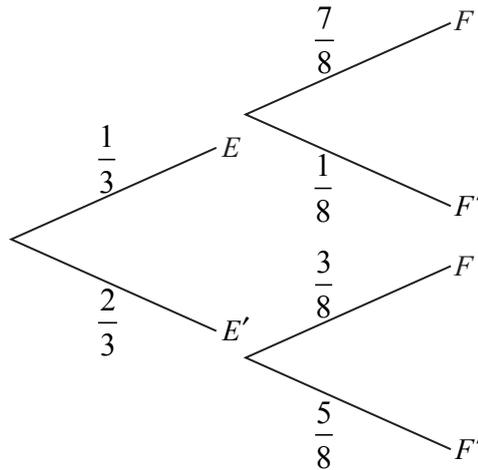
- (a) Utilisez la dérivée seconde pour justifier que B est un maximum. [3 points]
- (b) Étant donné que  $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - x + p$ , montrez que  $p = -4$ . [4 points]
- (c) Trouvez  $f(x)$ . [7 points]



Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

9. [Note maximale : 14]

José va à l'école en bus. Chaque jour, la probabilité que José rate son bus est  $\frac{1}{3}$ .  
 S'il rate son bus, la probabilité qu'il soit en retard à l'école est  $\frac{7}{8}$ .  
 S'il ne rate pas son bus, la probabilité qu'il soit en retard est  $\frac{3}{8}$ .  
 Soit  $E$  l'événement « il rate son bus » et  $F$  l'événement « il est en retard pour l'école ».  
 Les informations ci-dessus sont représentées dans le diagramme en arbre suivant.



- (a) Trouvez
  - (i)  $P(E \cap F)$  ;
  - (ii)  $P(F)$ . [4 points]
- (b) Trouvez la probabilité que
  - (i) José rate son bus et ne soit pas en retard à l'école ;
  - (ii) José ait raté son bus, sachant qu'il est en retard à l'école. [5 points]

Le coût pour chaque jour où José prend le bus est 3 euros. José va à l'école lundi et mardi.

- (c) **Recopiez** et complétez ce tableau de la distribution de probabilités. [3 points]

<b><math>X</math> (coût en euros)</b>	0	3	6
<b><math>P(X)</math></b>	$\frac{1}{9}$		

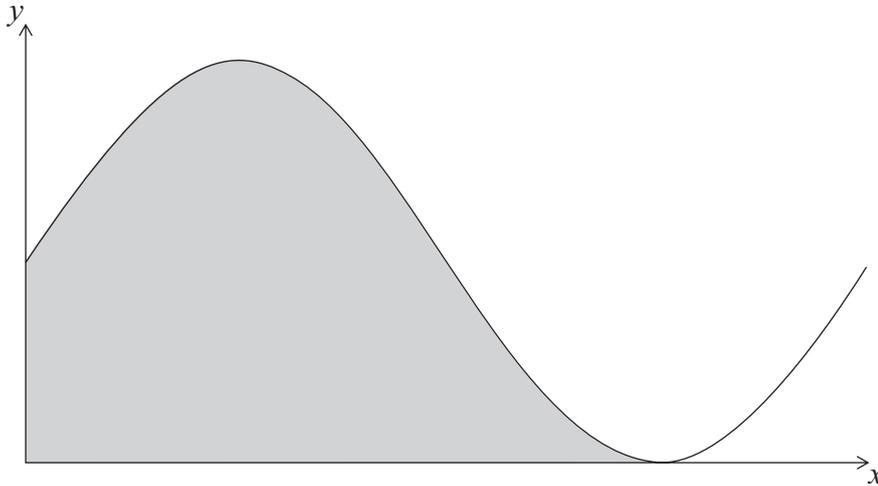
- (d) Trouvez l'espérance du coût sur les deux jours pour José. [2 points]



Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

10. [Note maximale : 17]

Soit  $f(x) = 6 + 6\sin x$ . Une partie de la représentation graphique de  $f$  est donnée ci-dessous.



La région grisée est limitée par la courbe représentant  $f$ , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

- (a) Résolvez, avec  $0 \leq x < 2\pi$ 
  - (i)  $6 + 6\sin x = 6$  ;
  - (ii)  $6 + 6\sin x = 0$ . [5 points]
- (b) Donnez la valeur exacte de l'abscisse à l'origine de  $f$ , avec  $0 \leq x < 2\pi$ . [1 point]
- (c) L'aire de la région grisée est  $k$ . Trouvez la valeur de  $k$ , en donnant votre réponse en fonction de  $\pi$ . [6 points]

Soit  $g(x) = 6 + 6\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ . La représentation graphique de  $f$  est transformée en la représentation graphique de  $g$ .

- (d) Donnez une description géométrique complète de cette transformation. [2 points]
- (e) Étant donné que  $\int_p^{p+\frac{3\pi}{2}} g(x) dx = k$ , et  $0 \leq p < 2\pi$ , donnez les deux valeurs de  $p$ . [3 points]

