



MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Viernes 6 de noviembre de 2009 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste toda la sección A en los espacios provistos.
- Sección B: conteste toda la sección B en las hojas de respuestas provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

En una progresión aritmética, $S_{40} = 1900$ y $u_{40} = 106$. Halle el valor de u_1 y el de d .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



2. [Puntuación máxima: 6]

Sean $f(x) = \cos 2x$ y $g(x) = \ln(3x - 5)$.

(a) Halle $f'(x)$. [2 puntos]

(b) Halle $g'(x)$. [2 puntos]

(c) Sea $h(x) = f(x) \times g(x)$. Halle $h'(x)$. [2 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

Un examen consta de diez preguntas de opción múltiple. Cada pregunta tiene cinco respuestas. Solo una de las respuestas es correcta. En cada pregunta, José elige al azar una de las cinco respuestas.

- (a) Halle el número esperado de preguntas que José responderá correctamente. [1 punto]
- (b) Halle la probabilidad de que José responda correctamente exactamente tres preguntas. [2 puntos]
- (c) Halle la probabilidad de que José responda correctamente más de tres preguntas. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 6]

$$\text{Sea } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Escriba \mathbf{A}^{-1} . [2 puntos]

(b) Sea \mathbf{B} una matriz de 3×3 .

Sabiendo que $\mathbf{AB} + \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \\ -9 & 2 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -7 \\ 6 & 5 & -8 \\ 1 & 7 & -5 \end{pmatrix}$, halle \mathbf{B} . [4 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 7]

Considere la curva cuya ecuación es $f(x) = px^2 + qx$, donde p y q son constantes. El punto $A(1, 3)$ pertenece a la curva. La tangente a la curva en A tiene pendiente igual a 8. Halle el valor de p y el de q .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Puntuación máxima: 7]

Considere los sucesos independientes A y B . Sabiendo que $P(B) = 2P(A)$, y que $P(A \cup B) = 0,52$, halle $P(B)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

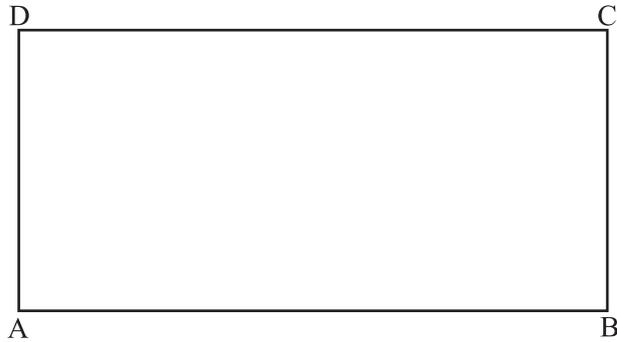
.....

.....



7. [Puntuación máxima: 7]

Un agricultor desea crear un cercado rectangular, ABCD, de 525 m^2 de área, como se muestra a continuación.



La valla utilizada para cercar el lado AB cuesta 11 \$ por metro. La valla utilizada para los otros tres lados cuesta 3 \$ por metro. El agricultor crea un cercado de modo que el coste sea mínimo. Halle este coste mínimo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



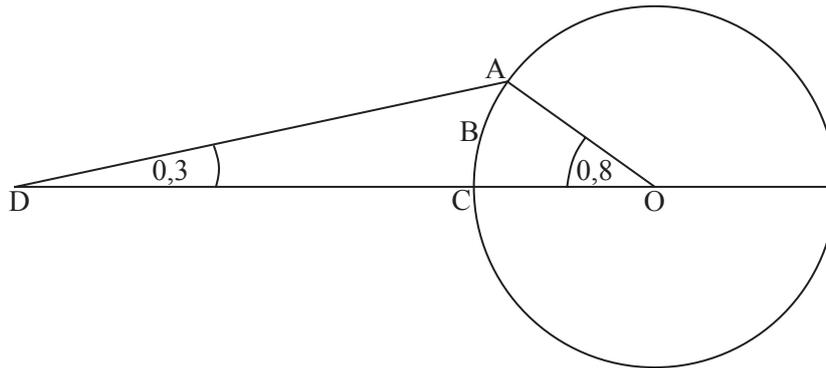
NO escriba en esta página.

SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 13]

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio 4 cm.



la figura no está dibujada a escala

Los puntos A, B y C se encuentran sobre la circunferencia. El punto D se encuentra fuera del círculo, sobre (OC). El ángulo ADC = 0,3 radianes y el ángulo AOC = 0,8 radianes.

- (a) Halle AD. [3 puntos]
- (b) Halle OD. [4 puntos]
- (c) Halle el área del sector circular OABC. [2 puntos]
- (d) Halle el área de la región ABCD. [4 puntos]



NO escriba en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

Sea $f(x) = 5 \cos \frac{\pi}{4}x$ y $g(x) = -0,5x^2 + 5x - 8$, para $0 \leq x \leq 9$.

(a) Sobre un mismo diagrama, dibuje aproximadamente las gráficas de f y g . [3 puntos]

(b) Considere la gráfica de f . Escriba

(i) la intersección con el eje x que se encuentra entre $x = 0$ y $x = 3$;

(ii) el período;

(iii) la amplitud. [4 puntos]

(c) Considere la gráfica de g . Escriba

(i) las dos intersecciones con el eje x ;

(ii) la ecuación del eje de simetría. [3 puntos]

(d) Sea R la región delimitada por las gráficas de f y g . Halle el área de R . [5 puntos]



NO escriba en esta página.

10. [Puntuación máxima: 17]

Considere los puntos $P(2, -1, 5)$ y $Q(3, -3, 8)$. Sea L_1 la recta que pasa por P y Q .

(a) Compruebe que $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$. [1 punto]

(b) La recta L_1 se puede representar mediante $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(i) ¿Qué información proporciona el vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$ acerca de L_1 ?

(ii) Escriba otra representación vectorial de L_1 utilizando $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$. [3 puntos]

El punto $T(-1, 5, p)$ pertenece a L_1 .

(c) Halle el valor de p . [3 puntos]

El punto T también pertenece a L_2 , cuya ecuación es $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ q \end{pmatrix}$.

(d) Compruebe que $q = -3$. [3 puntos]

(e) Sea θ el ángulo **obtuso** que forman L_1 y L_2 . Calcule el valor de θ . [7 puntos]

