



MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Lunes 10 de noviembre de 2008 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste toda la sección A en los espacios provistos.
- Sección B: conteste toda la sección B en las hojas de respuestas provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

Sea $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

(a) Exprese $f(x)$ en la forma $f(x) = 2(x - h)^2 + k$. [3 puntos]

(b) Escriba la ecuación del eje de simetría de la gráfica de f . [1 punto]

(c) Exprese $f(x)$ en la forma $f(x) = 2(x - p)(x - q)$. [2 puntos]

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



2. [Puntuación máxima: 6]

(a) Desarrolle $(x - 2)^4$ y simplifique el resultado.

[3 puntos]

(b) Halle el término en x^3 en $(3x + 4)(x - 2)^4$.

[3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

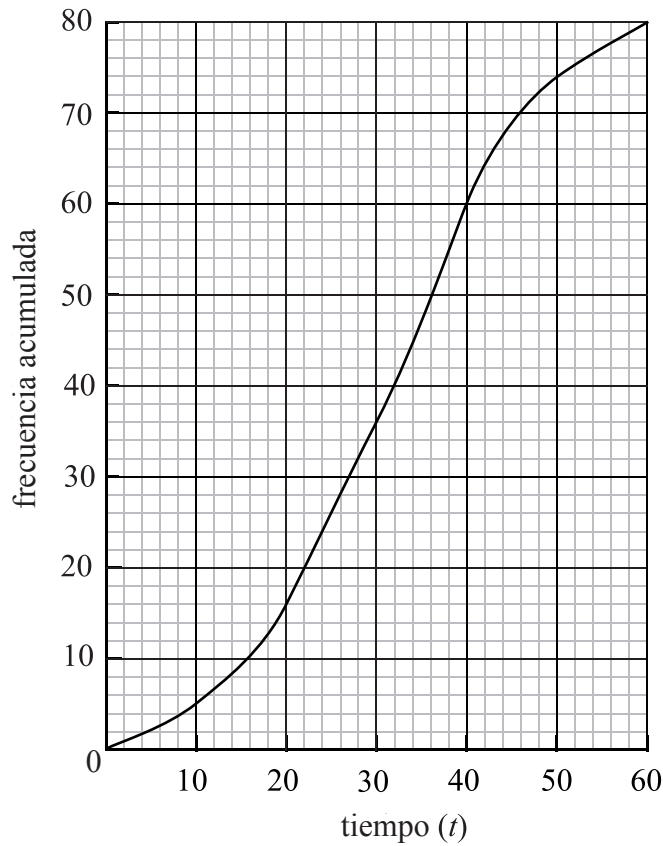
.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

El siguiente diagrama es una curva de frecuencias acumuladas para el tiempo t , en minutos que tardan 80 alumnos en acabar una tarea.



- (a) Escriba la mediana. [1 punto]

- (b) Halle el rango intercuartil. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)



(Pregunta 3: continuación)

(c) Complete la siguiente tabla de frecuencias.

[2 puntos]

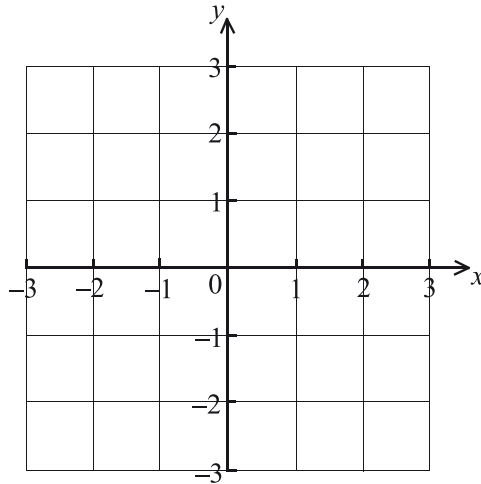
Tiempo (minutos)	Número de alumnos
$0 \leq t < 10$	5
$10 \leq t < 20$	
$20 \leq t < 30$	20
$30 \leq t < 40$	24
$40 \leq t < 50$	
$50 \leq t < 60$	6



4. [Puntuación máxima: 8]

Sea $f(x) = x \cos(x - \text{sen } x)$, $0 \leq x \leq 3$.

(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de f en el siguiente sistema de ejes. [3 puntos]



(b) La gráfica de f corta al eje x en $x = a$, con $a \neq 0$. Escriba el valor de a . [1 punto]

(c) Se hace girar la gráfica de f 360° alrededor del eje x , entre $x = 0$ y $x = a$. Halle el volumen del sólido generado. [4 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 5]

La probabilidad de obtener cara con una moneda no equilibrada es 0,18. Se tira la moneda siete veces.

(a) Halle la probabilidad de obtener **exactamente** dos caras. [2 puntos]

(b) Halle la probabilidad de obtener **al menos** dos caras. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

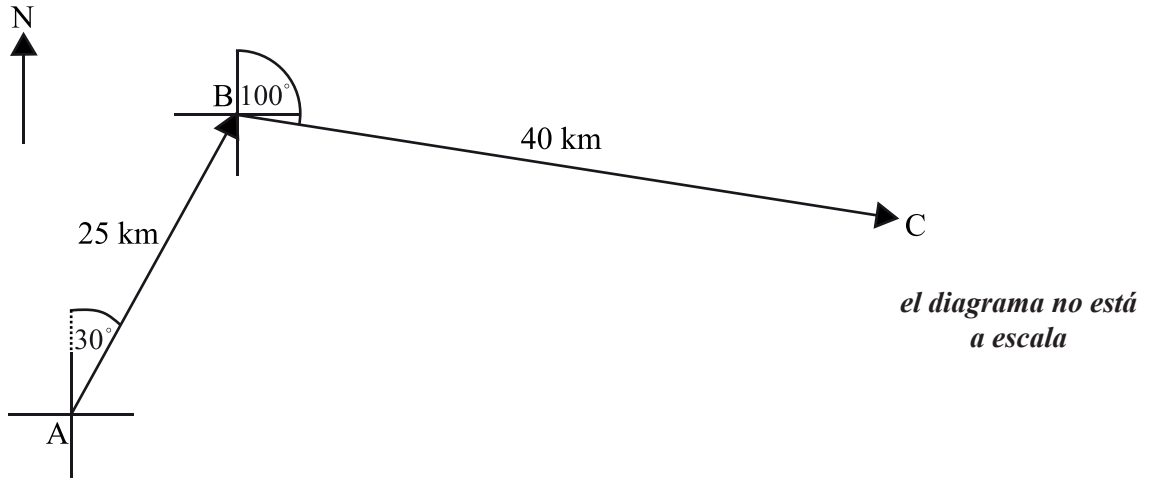
.....

.....



6. [Puntuación máxima: 7]

Un barco parte del puerto A con rumbo 030° . Navega una distancia de 25 km hasta alcanzar el punto B. Allí, el barco cambia la dirección de navegación, tomando un rumbo de 100° . Navega una distancia de 40 km hasta alcanzar el punto C. Esta información se muestra en el siguiente diagrama.



Un segundo barco sale del puerto A y navega en dirección al punto C.

- (a) Halle la distancia que recorrerá el segundo barco. [4 puntos]
- (b) Halle el rumbo del recorrido que realiza el segundo barco. [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

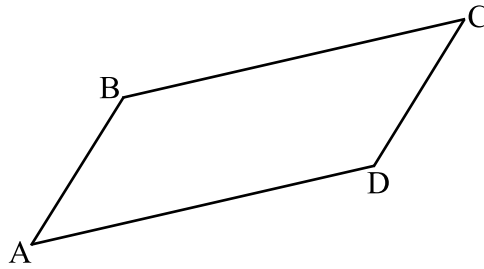


SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 18]

La figura muestra el paralelogramo ABCD.



el diagrama no está a escala

Las coordenadas de A, B y D son, respectivamente, A(1, 2, 3), B(6, 4, 4) y D(2, 5, 5).

(a) (i) Compruebe que $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(ii) Halle \vec{AD} .

(iii) **A partir de lo anterior** compruebe que $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. [5 puntos]

(b) Halle las coordenadas del punto C. [3 puntos]

(c) (i) Halle $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$.

(ii) **A partir de lo anterior**, halle el ángulo A. [7 puntos]

(d) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle el área del paralelogramo. [3 puntos]



9. [Puntuación máxima: 14]

Sea $f(x) = e^{2x} \cos x$, $-1 \leq x \leq 2$.

(a) Compruebe que $f'(x) = e^{2x}(2 \cos x - \sin x)$. [3 puntos]

Sea L la recta normal a la curva de f en $x = 0$.

(b) Halle la ecuación de L . [5 puntos]

La gráfica de f y la recta L se cortan en el punto $(0, 1)$ y en un segundo punto, P .

(c) (i) Halle la coordenada x de P .

(ii) Halle el área de la región **limitada** por la gráfica de f y la recta L . [6 puntos]



10. [Puntuación máxima: 13]

$$\text{Sea } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Escriba \mathbf{A}^{-1} .

[2 puntos]

La matriz \mathbf{B} satisface la ecuación $\left(\mathbf{I} - \frac{1}{2}\mathbf{B}\right)^{-1} = \mathbf{A}$, donde \mathbf{I} es la matriz identidad de orden 3×3 .

(b) (i) Compruebe que $\mathbf{B} = -2(\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{I})$.

(ii) Halle \mathbf{B} .

(iii) Escriba el $\det \mathbf{B}$.

(iv) **A partir de lo anterior**, explique por qué \mathbf{B}^{-1} existe.

[6 puntos]

$$\text{Sea } \mathbf{B}\mathbf{X} = \mathbf{C}, \text{ donde } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(c) (i) Halle \mathbf{X} .

(ii) Escriba un sistema de ecuaciones cuya solución esté representada por \mathbf{X} .

[5 puntos]

