



MATEMÁTICAS
NIVEL SUPERIOR
PRUEBA 3 – ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Jueves 13 de noviembre de 2008 (tarde)

1 hora

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.

Por favor comience cada pregunta en una página nueva. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 12]

Las gallinas de una granja ponen huevos blancos o huevos morenos. Los huevos se meten en cajas donde caben seis huevos. La granjera asegura que el número de huevos morenos que hay en una caja se puede modelar por medio de la distribución binomial, $B(6, p)$. Al inspeccionar el contenido de 150 cajas de huevos obtiene los siguientes datos.

Número de huevos morenos	0	1	2	3	4	5	6
Número de cajas	7	32	35	50	22	4	0

- (a) Compruebe que con estos datos se obtiene un valor estimado de $p = 0,4$. [1 punto]

- (b) Indicando la hipótesis nula y la hipótesis alternativa, aplique el test (contraste) que considere apropiado, a un nivel de significación del 5 %, para determinar si la afirmación de la granjera puede ser justificada. [11 puntos]

2. [Puntuación máxima: 9]

Los manzanos que hay en un gran huerto llevan varios años padeciendo una enfermedad, cuyo signo externo es una mancha roja en algunas de las hojas.

El agricultor que cultiva esta fruta sabe que la media del número de hojas con mancha por árbol es igual a 42,3. El agricultor sospecha que la enfermedad está causada por una infección proveniente de un grupo de cedros cercanos. Decide talar los cedros y, al año siguiente, cuenta el número de hojas con manchas que hay en una muestra aleatoria compuesta por siete manzanos. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Árbol	A	B	C	D	E	F	G
Número de hojas rojas	32	16	57	28	55	12	45

- (a) A partir de estos datos, calcule una estimación sin sesgo de la varianza de la población. [3 puntos]
- (b) Indicando la hipótesis nula y la hipótesis alternativa, aplique el test (contraste) que considere apropiado, a un nivel de significación del 10 %, para justificar la tala de los cedros. [6 puntos]

3. [Puntuación máxima: 12]

- (a) La calefacción en un internado debe ser subida el tercer día de helada del trimestre. Si la probabilidad de que haya helada en un día dado es 0,09, ¿cuál es la probabilidad de que haya que subir la calefacción el 25.º día del trimestre? [5 puntos]
- (b) ¿Qué día es más probable que haya que subir la calefacción? [7 puntos]

4. [Puntuación máxima: 15]

- (a) Una variable aleatoria, X , tiene una función densidad de probabilidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} 100, & \text{para } -0,005 \leq x < 0,005 \\ 0, & \text{para los demás valores.} \end{cases}$$

Determine $E(X)$ y $\text{Var}(X)$.

[5 puntos]

- (b) Cuando un número real se redondea a dos cifras decimales, se comete un error. Compruebe que este error se puede modelar por medio de la variable aleatoria X .

[2 puntos]

- (c) Una lista contiene 20 números reales, cada uno de los cuales se ha redondeado a dos cifras decimales. Se suman todos estos números.

(i) Escriba los límites correspondientes al error resultante de esta suma.

(ii) Utilizando el teorema central del límite, estime con dos cifras decimales la probabilidad de que el valor absoluto del error sea superior a 0,01.

(iii) Indique claramente todas las suposiciones que haya hecho en sus cálculos.

[8 puntos]

5. [Puntuación máxima: 12]

Una máquina de refrescos vende latas de *Ecoglug* y de *Glucofizz*. El número de latas de *Ecoglug* y el de *Glucofizz* vendidas durante un intervalo de tiempo dado siguen distribuciones de Poisson con medias de 8 por hora y 12 por hora, respectivamente.

- (a) Halle la probabilidad de que en un intervalo dado de 15 minutos se vendan menos de 3 latas de *Ecoglug*.

[2 puntos]

- (b) Halle la probabilidad de que en un intervalo dado de 30 minutos se vendan más de 12 latas de refrescos.

[3 puntos]

- (c) En un intervalo dado de 5 minutos, se venden exactamente 2 latas. Halle la probabilidad de que ambas sean de *Glucofizz*.

[7 puntos]