



MATEMÁTICAS
NIVEL SUPERIOR
PRUEBA 1

Viernes 8 de noviembre de 2002 (tarde)

2 horas

Nombre

--

Número

--	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su nombre, apellido(s) y número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en la casilla de abajo (p.ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Calculadora

Marca	Modelo

EXAMINADOR	LÍDER DE EQUIPO	IBCA
TOTAL /120	TOTAL /120	TOTAL /120

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, se puede utilizar para sus cálculos el espacio debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta. Una respuesta incorrecta sin indicación del método utilizado no recibirá normalmente **ningún** punto.

1. Cuando se divide el polinomio $x^4 + ax + 3$ por $(x - 1)$, el resto es 8. Halle el valor de a .

Operaciones:

Respuesta:

2. La gráfica de la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$ es trasladada a su imagen $g(x)$ por el vector $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Escriba $g(x)$ en la forma $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Operaciones:

Respuesta:

3. Halle el coeficiente de x^3 en el desarrollo binomial de $\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^8$.

Operaciones:

Respuesta:

4. Halle las ecuaciones de las asíntotas de la gráfica de $y = \frac{x^2 - 5x - 4}{x^2 - 5x + 4}$.

Operaciones:

Respuestas:

5. Se elige un entero al azar entre los primeros mil enteros positivos. Halle la probabilidad de que el entero elegido sea
- (a) múltiplo de 4;
 - (b) múltiplo **tanto** de 4 como de 6.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
(b) _____

6. Halle $\sum_{r=1}^{50} \ln(2^r)$, expresando la respuesta en la forma $a \ln 2$, donde $a \in \mathbb{Q}$.

Operaciones:

Respuesta:

7. Las funciones $f(x)$ y $g(x)$ están dadas por $f(x) = \sqrt{x-2}$ y $g(x) = x^2 + x$.
La función $(f \circ g)(x)$ está definida para $x \in \mathbb{R}$, a excepción del intervalo $]a, b[$.
- (a) Halle el valor de a y de b .
- (b) Halle el recorrido de $f \circ g$.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

8. Considere los seis números 2, 3, 6, 9, a y b . La media de los números es 6 y la varianza es 10.
Halle el valor de a y de b si $a < b$.

Operaciones:

Respuestas:

9. Resuelva la inecuación $x^2 - 4 + \frac{3}{x} < 0$.

Operaciones:

Respuestas:

10. Halle una ecuación de la recta de intersección de los siguientes dos planos.

$$x + 2y - 3z = 2$$

$$2x + 3y - 5z = 3$$

Operaciones:

Respuesta:

11. Una partícula se mueve en línea recta con una velocidad dada en metros por segundo, a los t segundos, por

$$v(t) = 6t^2 - 6t, \quad t \geq 0$$

Calcule la distancia total recorrida por la partícula en los primeros dos segundos de movimiento.

Operaciones:

Respuesta:

12. El triángulo ABC tiene $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm y $\hat{B}AC = 20^\circ$. Halle la menor área posible de ΔABC .

Operaciones:

Respuesta:

13. Halle $\int(\theta \cos \theta - \theta) d\theta$.

Operaciones:

Respuesta:

14. Halle la coordenada x del punto de inflexión de la gráfica de $y = xe^x$, $-3 \leq x \leq 1$.

Operaciones:

Respuesta:

15. La función de densidad de probabilidad $f(x)$ de una variable aleatoria continua X está definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x(4-x^2), & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{para otros valores} \end{cases}$$

Calcule el valor de la **mediana** de X .

Operaciones:

Respuesta:

16. Se bombea aire dentro de una pelota esférica la cual se expande 8 cm^3 por segundo ($8 \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$). Halle la tasa **exacta** de incremento del radio de la pelota cuando el radio es 2 cm.

Operaciones:

Respuesta:

17. El punto $B(a, b)$ que está sobre la curva $f(x) = x^2$, es tal que B es el punto más próximo a $A(6, 0)$. Calcule el valor de a .

Operaciones:

Respuesta:

18. Dados dos vectores no nulos \mathbf{a} y \mathbf{b} tales que $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, halle el valor de $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

Operaciones:

Respuesta:

19. La transformación M representa una reflexión en la recta $y = x\sqrt{3}$. La transformación R representa una rotación de $\frac{\pi}{6}$ radianes en sentido contrario a las agujas del reloj alrededor del origen. Dé una descripción geométrica completa de la transformación única equivalente a M seguida de R .

Operaciones:

Respuesta:

20. La tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $P(x, y)$ corta al eje de las x en $Q(x-1, 0)$. La curva corta al eje de las y en $R(0, 2)$. Halle la ecuación de la curva.

Operaciones:

Respuesta: