

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Medio

Prueba 2

Martes 1 de noviembre de 2022 (mañana)

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 17]

Elsie, que es bibliotecaria, quiere investigar el tiempo (T minutos) que ha pasado la gente en su biblioteca un día concreto.

- (a) Indique si la variable T es discreta o continua. [1]

En la siguiente tabla se muestran los datos que ha obtenido Elsie sobre 160 personas que fueron a su biblioteca ese día concreto.

T (minutos)	$0 \leq T < 20$	$20 \leq T < 40$	$40 \leq T < 60$	$60 \leq T < 80$	$80 \leq T < 100$
Frecuencia	50	62	k	14	8

- (b) Halle el valor de k . [2]
- (c) (i) Escriba la clase modal.
- (ii) Escriba el valor central del intervalo para esta clase. [2]
- (d) Utilice los datos de Elsie para calcular una estimación del tiempo medio que la gente pasó en la biblioteca. [2]
- (e) Utilizando la tabla, escriba el máximo número posible de personas que pasaron 35 minutos o menos en la biblioteca ese día concreto. [1]

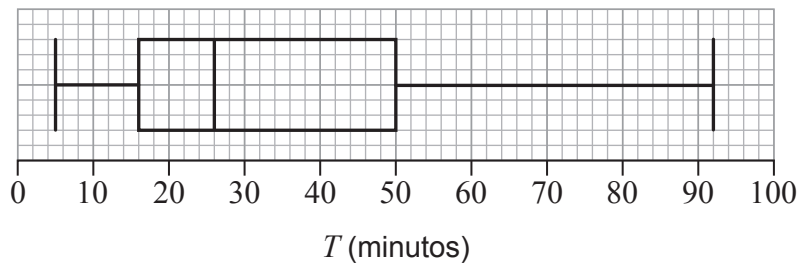
Elsie supone que sus datos son representativos de los visitantes que recibirá la biblioteca en un futuro.

- (f) Halle la probabilidad de que un visitante pase al menos 60 minutos en la biblioteca. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

El siguiente diagrama de caja y bigotes muestra el tiempo (en minutos) que pasaron en la biblioteca esos 160 visitantes.



- (g) Escriba la mediana del tiempo que pasaron en la biblioteca. [1]
- (h) Halle el rango intercuartil. [2]
- (i) A partir de lo anterior, muestre que el mayor tiempo que una persona pasó en la biblioteca no es un valor atípico. [3]

Elsie cree que el diagrama de caja y bigotes indica que el tiempo que la gente pasó en la biblioteca no sigue una distribución normal.

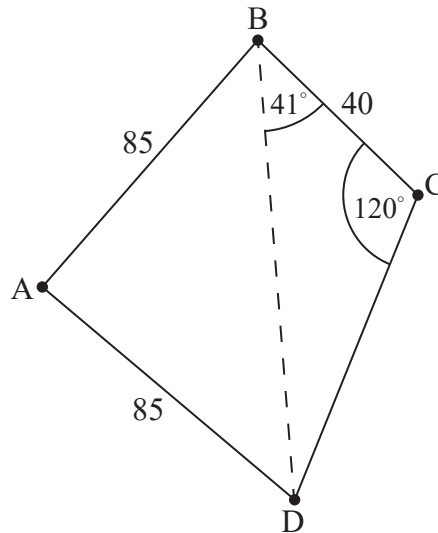
- (j) Identifique una característica del diagrama de caja y bigotes que pudiera respaldar la creencia de Elsie. [1]

2. [Puntuación máxima: 17]

La siguiente figura muestra un parque que está delimitado por una verja en forma de cuadrilátero ABCD. Hay un camino recto que atraviesa el parque, desde B hasta D.

$$AB = 85 \text{ m}, AD = 85 \text{ m}, BC = 40 \text{ m}, \hat{C}BD = 41^\circ, \hat{B}CD = 120^\circ$$

la figura no está dibujada a escala



- (a) (i) Escriba el valor del ángulo $\hat{B}DC$.
- (ii) A partir de lo anterior, utilice el triángulo BDC para hallar la longitud del camino BD. [4]
- (b) Calcule el valor del ángulo $\hat{B}AD$, redondeando la respuesta a cinco cifras significativas. [3]

El valor del ángulo $\hat{B}AD$, si lo redondeamos al número entero de grados más próximo, es 77° . Utilice $\hat{B}AD = 77^\circ$ en los restantes apartados de la pregunta.

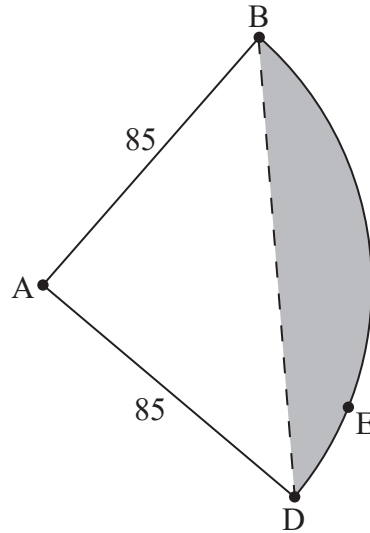
- (c) Halle el área de la región que está delimitada por el camino BD y por las verjas AB y AD. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 2: continuación)

Una empresa de paisajismo propone un nuevo diseño para el parque. Las verjas BC y CD se sustituirían por una verja en forma de arco de circunferencia BED con centro en A. Toda esta información aparece ilustrada en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala

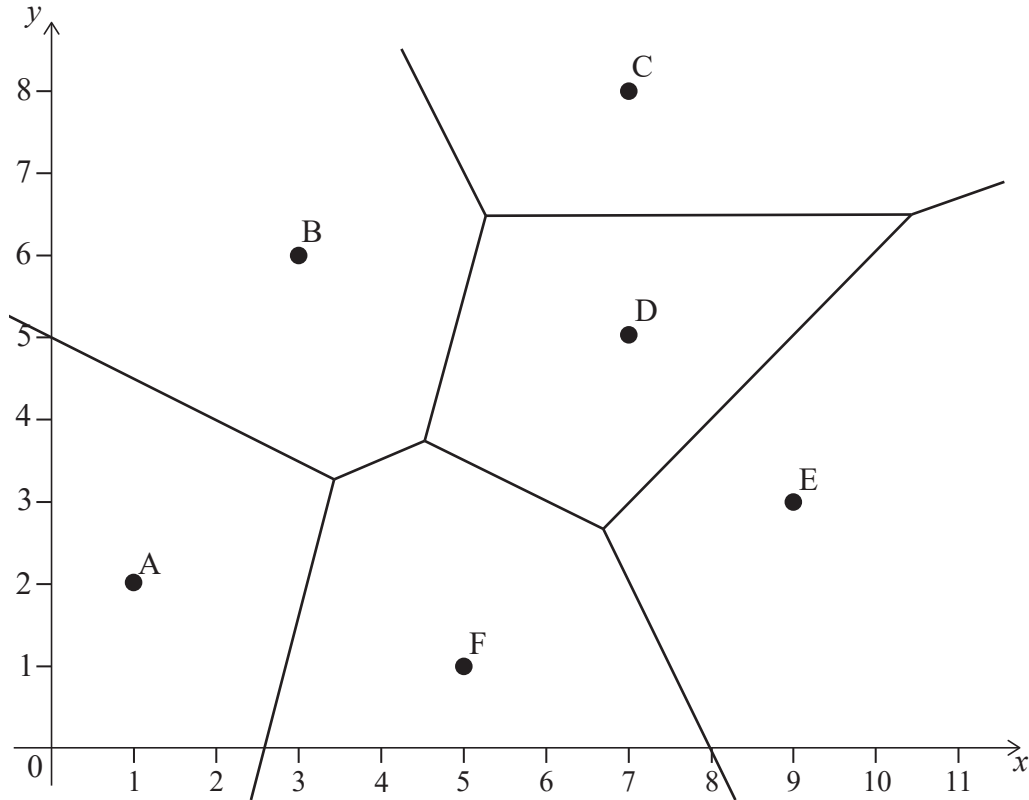


- (d) Escriba la distancia que hay entre A y E. [1]
- (e) Halle el perímetro del parque propuesto (ABED). [3]
- (f) Halle el área de la región sombreada del parque propuesto. [3]

Página en blanco

3. [Puntuación máxima: 13]

En la siguiente figura se muestra la ubicación de seis restaurantes (rotulados como A, B, C, D, E y F), junto con el correspondiente diagrama de Voronoi. Todas las distancias se miden en kilómetros.



(a) Elena quiere comer en el restaurante que le quede más cerca. Escriba el restaurante al que Elena debería ir cuando esté en:

(i) (2, 7)

(ii) (0, 1), si el restaurante A está cerrado

[2]

El restaurante C está situado en (7, 8) y el restaurante D está situado en (7, 5).

(b) Halle la ecuación de la mediatriz de CD.

[2]

El restaurante B está situado en (3, 6).

(c) Halle la ecuación de la mediatriz de BC.

[5]

(d) A partir de lo anterior, halle:

(i) Las coordenadas del punto que es equidistante de B, C y D

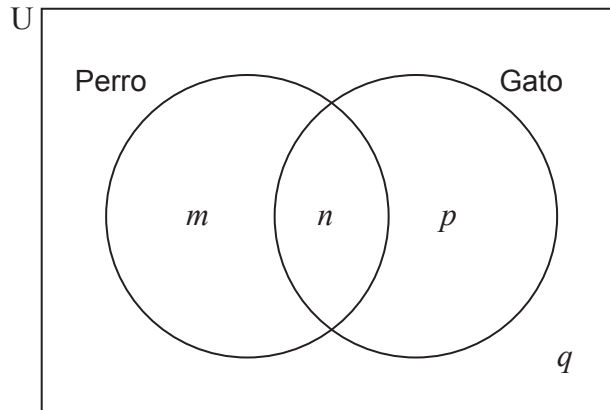
(ii) La distancia que hay entre este punto y D

[4]

4. [Puntuación máxima: 16]

En la Escuela Primaria Mirabooka hicieron una encuesta y hallaron que el 68% de los alumnos tienen un perro y el 36% de los alumnos tienen un gato. Un 14% de los alumnos tienen ambos, un perro y un gato.

Esta información se puede representar en el siguiente diagrama de Venn, donde m , n , p y q representan el porcentaje de alumnos en cada zona.



(a) Halle el valor de:

(i) m

(ii) n

(iii) p

(iv) q

[4]

(b) Halle el porcentaje de alumnos que tienen un perro, un gato o ambos.

[1]

(c) Halle la probabilidad de que un alumno elegido al azar:

(i) Tenga un perro, pero no tenga un gato.

(ii) Tenga un perro, sabiendo que no tiene un gato.

[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 4: continuación)

Cada año se escoge al azar a un alumno para que sea el capitán escolar de la Escuela Primaria Mirabooka.

Tim utiliza una distribución binomial para predecir cuántos de los próximos 10 capitanes escolares tendrán un perro. Supone que los porcentajes obtenidos en la encuesta se mantendrán constantes en los años venideros y que los sucesos “ser el capitán escolar” y “tener un perro” son independientes.

Utilice el modelo de Tim para hallar la probabilidad de que, en los próximos 10 años:

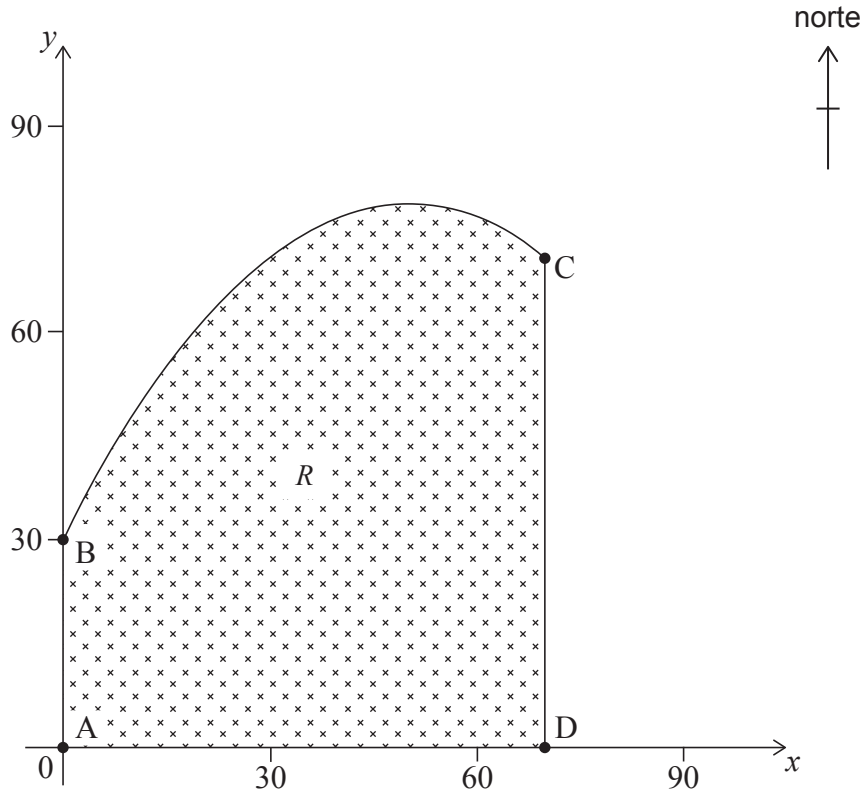
- (d) (i) Haya 5 capitanes escolares que tengan un perro.
- (ii) Haya más de 3 capitanes escolares que tengan un perro.
- (iii) Haya exactamente 9 capitanes escolares seguidos que tengan un perro. [7]

John elige al azar 10 alumnos de entre los que participaron en la encuesta.

- (e) Indique por qué John no debería utilizar la distribución binomial para hallar la probabilidad de que 5 de estos alumnos tengan un perro. [1]

5. [Puntuación máxima: 17]

Linda tiene un terreno, representado por la región sombreada R . La planta del terreno se muestra en la siguiente figura; en ambos ejes, los valores indican distancias medidas en metros.



Los segmentos $[AB]$, $[CD]$ y $[AD]$ representan los límites oeste, este y sur del terreno, respectivamente. La función $f(x)$ modeliza el límite norte del terreno entre los puntos B y C, y viene dada por:

$$f(x) = \frac{-x^2}{50} + 2x + 30, \text{ para } 0 \leq x \leq 70.$$

- (a) (i) Halle $f'(x)$.
- (ii) A partir de lo anterior, halle las coordenadas del punto del terreno que está más al norte.

[5]

El punto A tiene por coordenadas $(0, 0)$, el punto B tiene por coordenadas $(0, 30)$, el punto C tiene por coordenadas $(70, 72)$ y el punto D tiene por coordenadas $(70, 0)$.

- (b) (i) Escriba la integral que se puede utilizar para hallar el área de la región sombreada R .
- (ii) Halle el área del terreno de Linda.

[4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

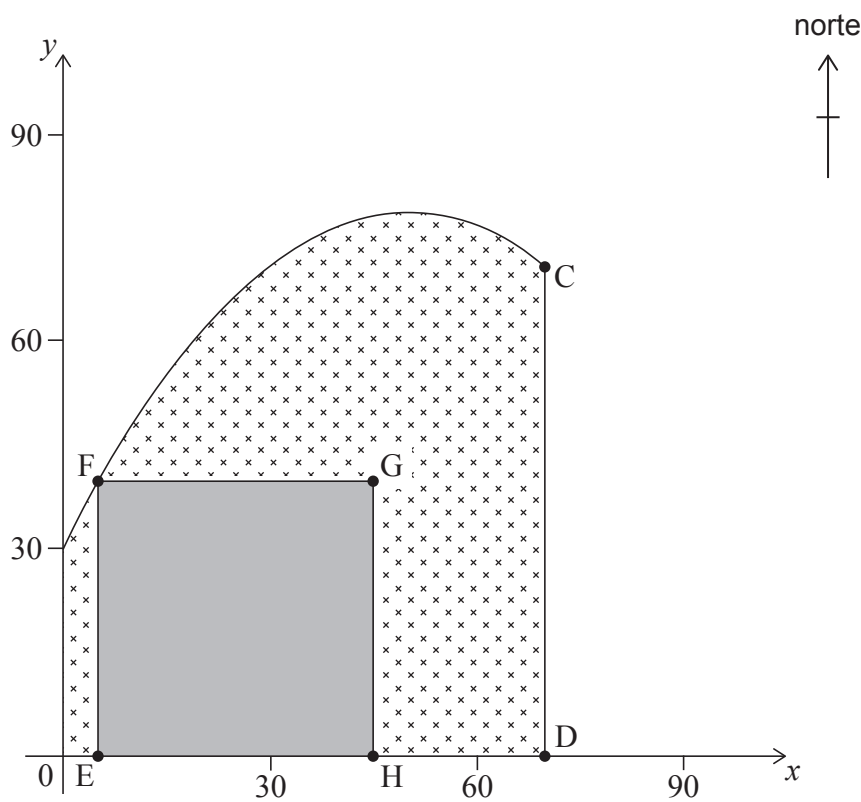
(Pregunta 5: continuación)

Para estimar el área, Linda utilizó la regla del trapecio con diez intervalos. Con este cálculo, subestimó el área en $11,4\text{m}^2$.

- (c) (i) Calcule el porcentaje de error de la estimación de Linda.
- (ii) Sugiera qué podría hacer Linda para reducir ese error sin dejar de utilizar la regla del trapecio.

[3]

A Linda le gustaría construir un edificio en su terreno. Los cimientos **cuadrados** del edificio (EFGH) se situarán de modo que [EH] esté sobre el límite sur y el punto F pertenezca al límite norte de la propiedad. En la siguiente figura se muestra una posible ubicación de los cimientos del edificio.



El área de los cimientos cuadrados será máxima cuando [GH] esté sobre [CD].

- (d) (i) Halle la coordenada x del punto E cuando el área de los cimientos cuadrados del edificio (EFGH) es máxima.
- (ii) Halle el área máxima de los cimientos.

[5]

Referencias: