

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Superior

Prueba 3

Jueves 12 de mayo de 2022 (mañana)

1 hora

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[55 puntos]**.

Conteste **las dos** preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 27]

En esta pregunta se utilizan pruebas estadísticas para investigar si la publicidad conduce a un aumento de los beneficios de una tienda de alimentación.

Aimmika es la encargada de una tienda de alimentación de Nong Khai y decide realizar un análisis estadístico del número de sacos de arroz que se venden en la tienda cada día. Para ello, va anotando cuántos sacos de arroz se venden cada día en la tienda a lo largo de un período de 90 días y obtiene así los siguientes datos muestrales.

Número de sacos de arroz vendidos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de días	1	8	12	11	19	14	13	8	2	0	2

Ella cree que sus datos siguen una distribución de Poisson.

- (a) (i) Halle la media y la varianza de los datos muestrales de la tabla. [2]
- (ii) A partir de lo anterior, indique por qué cree Aimmika que sus datos siguen una distribución de Poisson. [1]
- (b) Indique una suposición que tenga que hacer Aimmika sobre las ventas de sacos de arroz para respaldar su teoría de que los datos siguen una distribución de Poisson. [1]

Aimmika consulta el historial de ventas y ve que la tienda vende un promedio de 4,2 sacos de arroz cada día. La siguiente tabla muestra la frecuencia esperada para el número de sacos de arroz vendidos cada día durante ese período de 90 días, suponiendo una distribución de Poisson de media 4,2.

Número de sacos de arroz vendidos	≤ 1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
Frecuencia esperada	a	11,903	16,665	b	14,698	10,289	6,173	c

- (c) Halle el valor de a , de b y de c . Dé las respuestas redondeando a 3 cifras decimales. [5]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

Aimmika decide realizar una prueba χ^2 para determinar la bondad del ajuste a un nivel de significación del 5%, a fin de ver si los datos siguen una distribución de Poisson de media 4,2.

- (d) (i) Escriba el número de grados de libertad de esta prueba. [1]
- (ii) Realice la prueba χ^2 para la determinación de la bondad del ajuste e indique una conclusión, dando una razón que la respalde. [7]

Aimmika afirma que poner un anuncio en un periódico local, lo cual cuesta 300 baht tailandeses (THB) al día, servirá para aumentar el número de sacos de arroz que venden. Sin embargo, Nichakarn, que es el dueño de la tienda, afirma que el anuncio **no** servirá para aumentar los beneficios globales de la tienda.

Nichakarn accede a poner un anuncio en el periódico durante los 60 días siguientes. Durante ese tiempo, Aimmika observa que en la tienda se han vendido 282 sacos de arroz, con unos beneficios de THB 495 por cada saco vendido.

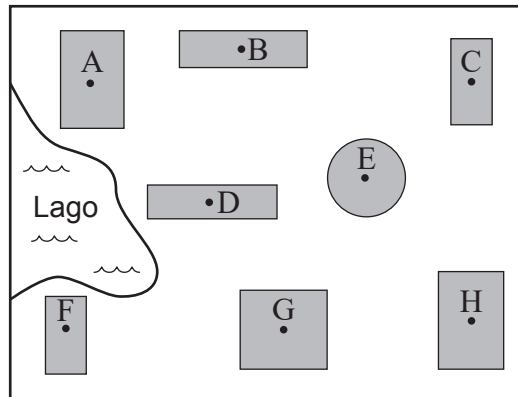
- (e) Aimmika quiere llevar a cabo un contraste de hipótesis apropiado para determinar si el número de sacos de arroz que se vendieron durante esos 60 días supuso un aumento con respecto al historial de ventas.
 - (i) Hallando un valor crítico, realice este contraste a un nivel de significación del 5%. [6]
 - (ii) A partir de lo anterior, indique la probabilidad de cometer un error de tipo I en este contraste. [1]
- (f) Teniendo en cuenta las afirmaciones de Aimmika y de Nichakarn, explique si el anuncio resultó beneficioso para la tienda. [3]

Página en blanco

2. [Puntuación máxima: 28]

En esta pregunta se comparan posibles diseños para una nueva red informática que conectará varios edificios de un colegio, y se analiza si cumplen determinados requisitos.

El equipo directivo de un colegio decide instalar nuevos cables de Internet de fibra óptica que sean subterráneos. En el colegio hay 8 edificios que tienen que estar conectados por estos cables. A continuación se muestra un plano del colegio, donde los puntos de acceso a Internet de estos edificios aparecen rotulados con las letras A–H.



Jonas está planificando dónde instalar los cables subterráneos. Empieza por determinar la distancia (en metros) que hay entre los puntos de acceso subterráneos de cada edificio.

Obtiene que $AD = 89,2\text{ m}$, $DF = 104,9\text{ m}$ y $\widehat{ADF} = 83^\circ$.

(a) Halle AF. [3]

Instalar el cable directamente entre A y F tiene un costo de 21 310 \$.

(b) Halle el costo por metro que conlleva la instalación de este cable. [2]

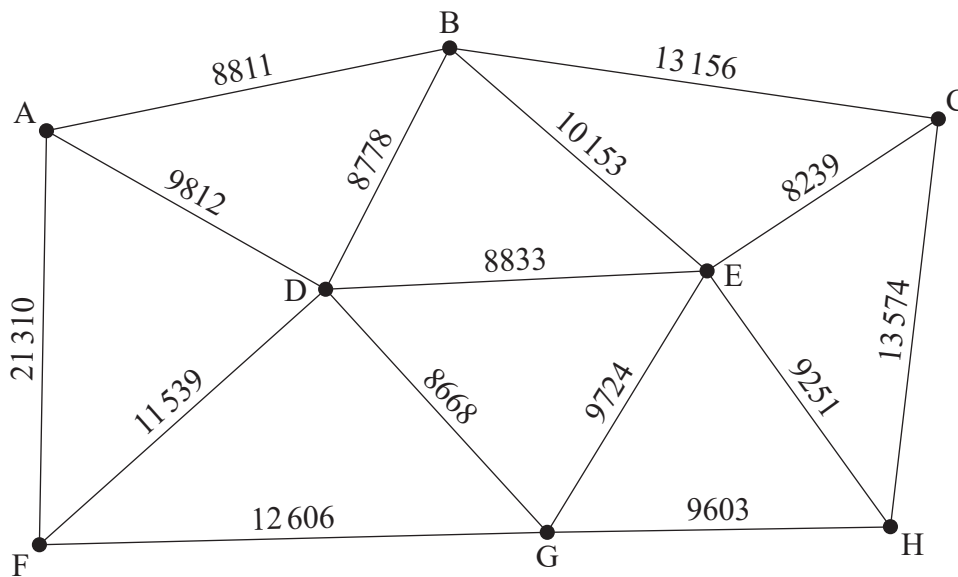
Jonas estima que instalar los cables que conectarán todos los edificios restantes tendrá un costo de 110 \$ por metro.

(c) Indique por qué el costo de instalar el cable entre A y F es mayor que entre el resto de edificios. [1]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 2: continuación)

Jonas crea el siguiente grafo S , donde el peso de cada arista representa el costo de instalar el cable entre los dos edificios correspondientes.



La red informática se podría diseñar de modo tal que cada edificio estuviera conectado directamente con al menos otro edificio, y así todos los edificios estarían conectados de manera indirecta.

- (d) (i) Halle el árbol generador minimal para S utilizando el algoritmo de Kruskal. Muestre claramente el orden en el que se van añadiendo las aristas. [3]
- (ii) A partir de lo anterior, halle el mínimo costo de instalación de los cables que posibilitarían que todos los edificios formasen parte de la red informática. [2]

La red informática deja de funcionar si hay alguna parte de la red que deja de ser accesible desde alguna otra parte. Para evitar que la red deje de funcionar, cada edificio se podría conectar con al menos otros dos edificios. De este modo, aunque se interrumpiera una de esas conexiones, el edificio seguiría formando parte de la red informática. Jonas puede conseguir esta configuración hallando un ciclo hamiltoniano en el grafo.

- (e) Indique por qué un camino que constituye un ciclo hamiltoniano no siempre constituye un circuito euleriano. [1]
- (f) Empezando en D, utilice el algoritmo del vecino más cercano para hallar el límite superior del costo de instalación de una red informática que tenga forma de ciclo hamiltoniano.

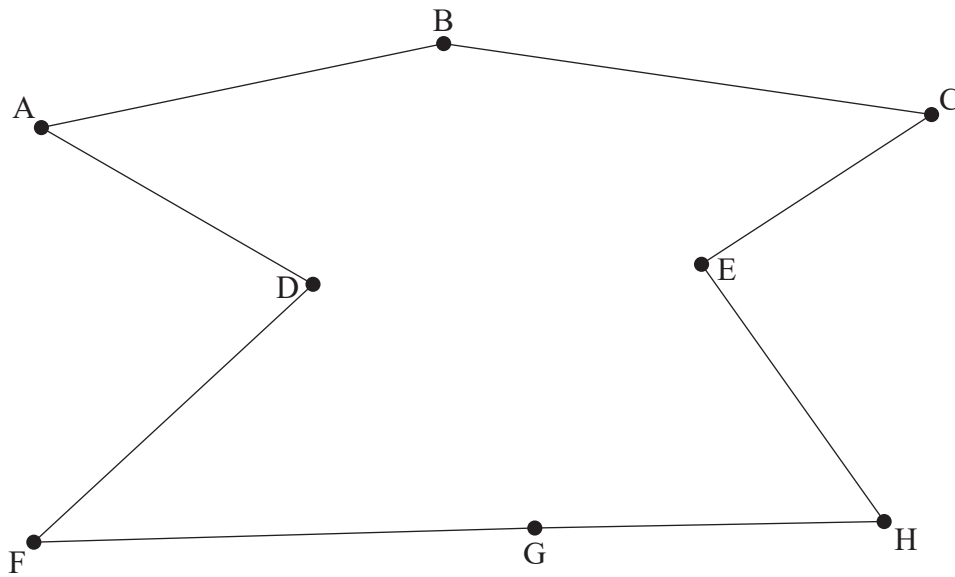
Nota: Aunque el grafo no es completo, en este caso no es necesario construir una tabla de distancias mínimas. [5]

- (g) Borrando D, utilice el algoritmo del vértice borrado para hallar el límite inferior del costo de instalación del ciclo. [6]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 2: continuación)

Después de investigar un poco más, Jonas decide instalar los cables tal y como se muestra en la siguiente figura.



Cada cable se instala conectando cada uno de sus extremos al punto de acceso de un edificio. Cada conexión entre el extremo de un cable y su punto de acceso tiene un 1,4% de probabilidades de interrumpirse tras una subida de tensión.

Para que la red funcione correctamente, cada edificio de la red tiene que poder comunicarse con todos los demás edificios de la red. En otras palabras, tiene que haber un camino que conecte dos edificios cualesquiera de la red. A Jonas le gustaría que hubiera menos de un 2% de probabilidades de que la red dejase de funcionar tras una subida de tensión.

- (h) Muestre que la red de Jonas satisface el requisito de que haya menos de un 2% de probabilidades de que la red deje de funcionar tras una subida de tensión.

[5]

Referencias: