

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 3

Jeudi 12 mai 2022 (matin)

1 heure

Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[55 points]**.

Répondez aux **deux** questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 27]

Cette question utilise des tests statistiques pour déterminer si la publicité entraîne une augmentation des bénéfices d'une épicerie.

Ammika est la gérante d'une épicerie à Nong Khai. Elle effectue une analyse statistique sur le nombre de sacs de riz vendus chaque jour dans le magasin. Elle collecte l'échantillon de données suivantes en enregistrant le nombre de sacs de riz que le magasin vend chaque jour sur une période de 90 jours.

| | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|----|----|----|----|----|---|---|---|----|
| Nombre de sacs de riz vendus | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nombre de jours | 1 | 8 | 12 | 11 | 19 | 14 | 13 | 8 | 2 | 0 | 2 |

Elle pense que ses données suivent une distribution de Poisson.

- (a) (i) Trouvez la moyenne et la variance de l'échantillon de données dans le tableau. [2]
- (ii) À partir de là, indiquez pourquoi Ammika pense que ses données suivent une distribution de Poisson. [1]
- (b) Indiquez une hypothèse qu'Ammika doit faire sur les ventes de sacs de riz pour étayer son opinion que ses données suivent une distribution de Poisson. [1]

Ammika sait, d'après son historique de ventes, que le magasin vend en moyenne 4,2 sacs de riz par jour. Le tableau suivant montre les effectifs théoriques correspondant au nombre de sacs de riz vendus chaque jour pendant la période de 90 jours, en supposant une distribution de Poisson avec une moyenne de 4,2.

| | | | | | | | | |
|-------------------------------------|----------|--------|--------|-----|--------|--------|-------|----------|
| Nombre de sacs de riz vendus | ≤ 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ≥ 8 |
| Effectifs théoriques | a | 11,903 | 16,665 | b | 14,698 | 10,289 | 6,173 | c |

- (c) Trouvez les valeurs de a , de b et de c . Donnez vos réponses avec trois décimales. [5]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Ammika décide d'effectuer un test d'ajustement du χ^2 au niveau de signification de 5% pour vérifier si les données suivent une loi de Poisson avec une moyenne de 4,2.

- (d) (i) Écrivez le nombre de degrés de liberté pour son test. [1]
- (ii) Effectuez le test d'ajustement du χ^2 et indiquez, en donnant une raison, la conclusion. [7]

Ammika affirme que la publicité dans un journal local pour 300 bahts thaïlandais (THB) par jour augmentera le nombre de sacs de riz vendus. Cependant, Nichakarn, le propriétaire du magasin, affirme que la publicité n'augmentera **pas** le bénéfice global du magasin.

Nichakarn accepte de faire de la publicité dans le journal pendant les 60 prochains jours. Pendant ce temps, Ammika enregistre que le magasin vend 282 sacs de riz avec un bénéfice de 495 THB sur chaque sac vendu.

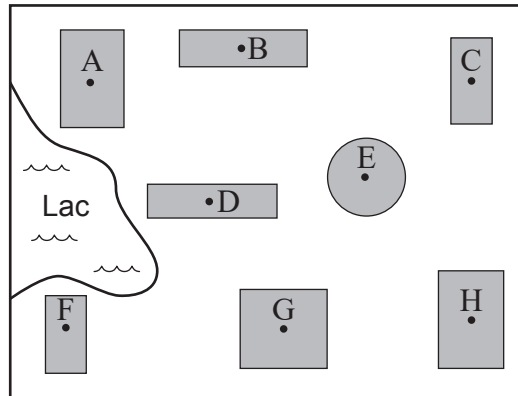
- (e) Ammika souhaite effectuer un test d'hypothèse approprié pour déterminer si le nombre de sacs de riz vendus au cours des 60 jours a augmenté par rapport à l'historique de ventes.
- (i) En trouvant une valeur critique, effectuez ce test à un niveau de signification de 5%. [6]
- (ii) À partir de là, indiquez la probabilité d'une erreur de type I pour ce test. [1]
- (f) En tenant compte des affirmations d'Ammika et de Nichakarn, expliquez si la publicité a été bénéfique pour le magasin. [3]

Page vierge

2. [Note maximale : 28]

Cette question compare les conceptions possibles d'un nouveau réseau informatique entre plusieurs bâtiments d'un établissement scolaire, et à savoir, si elles répondent à des exigences spécifiques.

L'équipe administrative d'un établissement scolaire décide d'installer de nouveaux câbles Internet souterrains à fibre optique. L'établissement scolaire compte huit bâtiments qui doivent être reliés par ces câbles. Un plan de l'établissement scolaire est présenté ci-dessous, avec le point d'accès Internet de chaque bâtiment identifié de A à H.



Jonas prévoit où installer les câbles souterrains. Il commence par déterminer les distances, en mètres, entre les points d'accès souterrains de chaque bâtiment.

Il trouve $AD = 89,2\text{m}$, $DF = 104,9\text{m}$ et $\widehat{ADF} = 83^\circ$.

(a) Trouvez AF. [3]

Le coût pour installer directement le câble entre A et F est de 21 310 \$.

(b) Trouvez le coût d'installation par mètre de ce câble. [2]

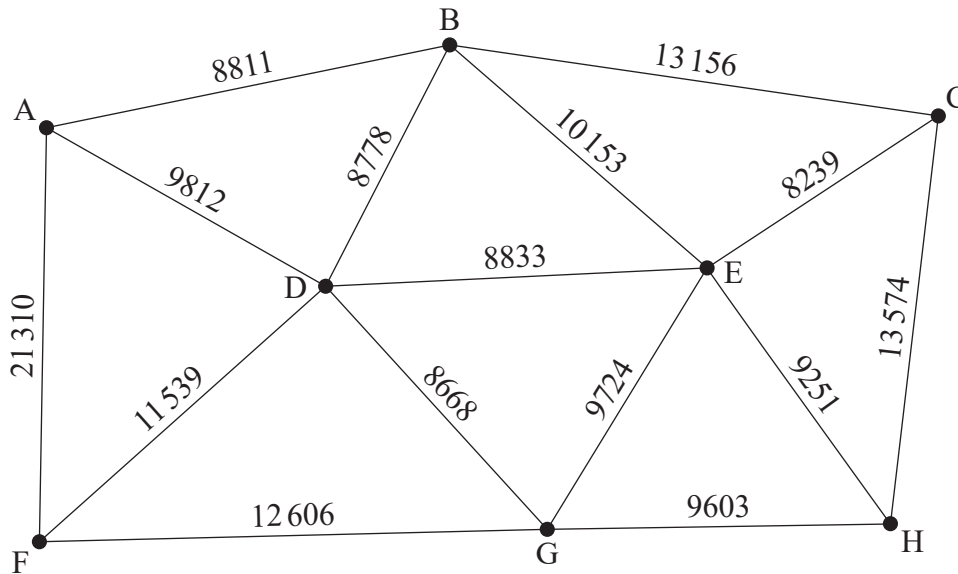
Jonas estime qu'il en coûtera 110 \$ par mètre pour installer les câbles entre tous les autres bâtiments.

(c) Indiquez pourquoi le coût pour installer directement le câble entre A et F serait plus élevé que celui entre les autres bâtiments. [1]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 2)

Jonas crée le graphe suivant, S , en utilisant le coût d'installation des câbles entre deux bâtiments comme le poids de chaque arête.



Le réseau informatique pourrait être conçu de telle sorte que chaque bâtiment soit directement connecté à au moins un autre bâtiment, et donc, que tous les bâtiments soient indirectement connectés.

- (d) (i) En utilisant l'algorithme de Kruskal, trouvez l'arbre couvrant minimal de S , en montrant clairement l'ordre dans lequel les arêtes sont ajoutées. [3]
- (ii) À partir de là, trouvez le coût d'installation minimal des câbles qui permettrait à tous les bâtiments de faire partie du réseau informatique. [2]

Le réseau informatique tombe en panne si une partie de celui-ci devient inaccessible à partir de toute autre partie. Pour protéger le réseau contre les pannes, chaque bâtiment pourrait être connecté à au moins deux autres bâtiments. Ainsi, en cas de rupture d'une connexion, le bâtiment ferait toujours partie du réseau informatique. Jonas peut y parvenir en trouvant un cycle hamiltonien dans le graphe.

- (e) Indiquez pourquoi une chaîne élémentaire qui forme un cycle hamiltonien ne forme pas toujours un circuit eulérien. [1]
- (f) En partant de D, utilisez l'algorithme du plus proche voisin pour trouver la borne supérieure du coût d'installation d'un réseau informatique sous la forme d'un cycle hamiltonien.

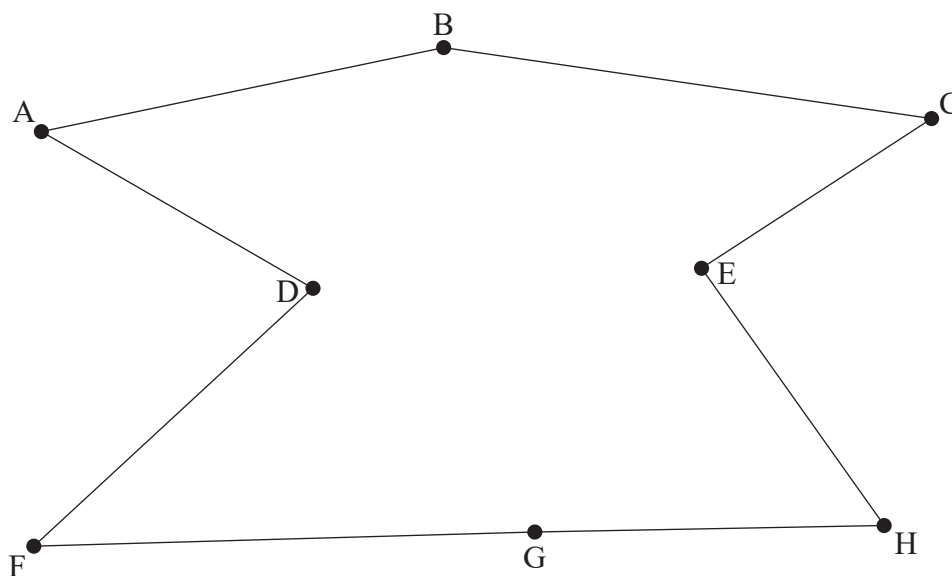
Note : Bien que le graphe ne soit pas complet, il n'est pas nécessaire dans ce cas de dresser une table des plus petites distances. [5]

- (g) En supprimant D, utilisez l'algorithme du sommet effacé pour trouver la borne inférieure du coût d'installation du cycle. [6]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 2)

Après davantage de recherches, Jonas décide d'installer les câbles comme l'indique le schéma ci-dessous.



Chaque câble individuel est installé de sorte que chaque extrémité du câble soit connectée au point d'accès d'un bâtiment. La connexion entre chaque extrémité d'un câble et un point d'accès a une probabilité de panne de 1,4 % après une surtension.

Pour que le réseau fonctionne, chaque bâtiment du réseau doit pouvoir communiquer avec tous les autres bâtiments du réseau. En d'autres termes, il doit y avoir une chaîne élémentaire qui relie deux bâtiments quelconques du réseau. Jonas aimerait que le réseau ait moins de 2 % de risque de tomber en panne après une surtension.

- (h) Montrez que le réseau de Jonas satisfait à l'exigence d'avoir moins de 2 % de risque de tomber en panne après une surtension.

[5]

Références :

© Organisation du Baccalauréat International 2022