

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Medio

Prueba 2

Lunes 9 de mayo de 2022 (mañana)

1 hora 30 minutos

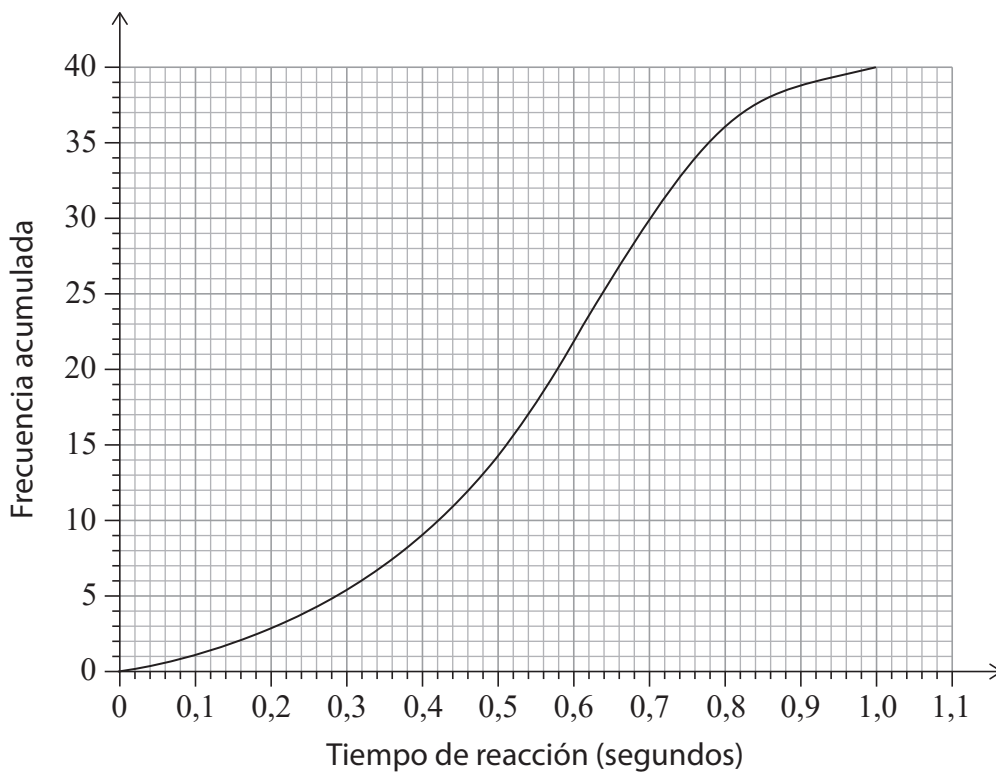
Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 17]

Mackenzie ha llevado a cabo un experimento sobre los tiempos de reacción que tienen los adolescentes. Los resultados del experimento se representan en el siguiente gráfico de frecuencia acumulada.



- (a) Utilice el gráfico para estimar:
 - (i) La mediana de los tiempos de reacción
 - (ii) El rango intercuartil de los tiempos de reacción [4]
- (b) Halle el número estimado de adolescentes que tienen un tiempo de reacción superior a 0,4 segundos. [2]
- (c) Determine el percentil 90 de los tiempos de reacción a partir del gráfico de frecuencia acumulada. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

Mackenzie elaboró el gráfico de frecuencia acumulada utilizando la siguiente tabla de frecuencias para datos agrupados.

Tiempo de reacción, t (s)	Frecuencia
$0 < t \leq 0,2$	3
$0,2 < t \leq 0,4$	a
$0,4 < t \leq 0,6$	13
$0,6 < t \leq 0,8$	14
$0,8 < t \leq 1,0$	b

(d) Escriba el valor de:

(i) a

(ii) b

[2]

(e) Escriba la clase modal a partir de la tabla.

[1]

(f) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar una estimación de la media de los tiempos de reacción.

[2]

Una vez finalizado el experimento, Mackenzie se dio cuenta de que había valores que se habían agrupado incorrectamente en la tabla de frecuencias. Algunos de los tiempos de reacción que se incluyeron en el intervalo $0 < t \leq 0,2$ deberían haberse incluido en el intervalo $0,2 < t \leq 0,4$.

(g) Sugiera de qué modo variarán, si es que lo hacen, la media estimada y la mediana estimada de los tiempos de reacción cuando se corrijan estos errores. Justifique su respuesta.

[4]

2. [Puntuación máxima: 13]

Scott compra comida para su perro en bolsas grandes y todos los días le da al perro la misma cantidad de comida. La cantidad de comida para perros que queda en la bolsa al final de cada día se puede modelizar mediante una progresión aritmética.

Un día concreto, Scott abrió una bolsa nueva de comida para perros y le dio de comer a su perro. Al final del tercer día quedaban en la bolsa 115,5 tazas de comida para perros, y al final del octavo día quedaban en la bolsa 108 tazas de comida para perros.

- (a) Halle el número de tazas de comida para perros que:
- (i) Le da al perro cada día.
 - (ii) Quedaban en la bolsa al final del primer día. [4]
- (b) Calcule el número de días que se puede alimentar al perro de Scott con una misma bolsa de comida. [2]

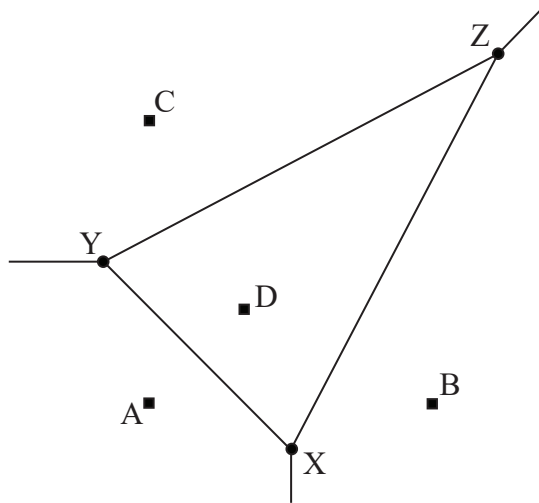
En 2021, Scott se gastó 625 \$ en comida para perros. Scott prevé que la cantidad que se gasta en comida para perros irá aumentando a un ritmo anual del 6,4%.

- (c) Determine la cantidad que Scott prevé gastar en comida para perros en 2025. Redondee la respuesta al número entero de dólares más próximo. [3]
- (d) (i) Calcule el valor de $\sum_{n=1}^{10} (625 \times 1,064^{(n-1)})$.
- (ii) Describa qué representa el valor del apartado (d)(i) en este contexto. [3]
- (e) Comente si resulta apropiado modelizar esta situación mediante una progresión geométrica. [1]

3. [Puntuación máxima: 18]

El siguiente diagrama de Voronoi muestra cuatro supermercados, que están representados por los puntos de coordenadas $A(0, 0)$, $B(6, 0)$, $C(0, 6)$ y $D(2, 2)$. El diagrama también muestra los vértices X , Y , Z . Todas las distancias se miden en kilómetros.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle el punto medio de $[BD]$. [2]

(b) Halle la ecuación de (XZ) . [4]

La ecuación de (XY) es $y = 2 - x$ y la ecuación de (YZ) es $y = 0,5x + 3,5$.

(c) Halle las coordenadas de X . [3]

Las coordenadas de Y son $(-1, 3)$ y las coordenadas de Z son $(7, 7)$.

(d) Determine la longitud exacta de $[YZ]$. [2]

(e) Sabiendo que la longitud exacta de $[XY]$ es $\sqrt{32}$, halle el tamaño (en grados) de $X\hat{Y}Z$. [4]

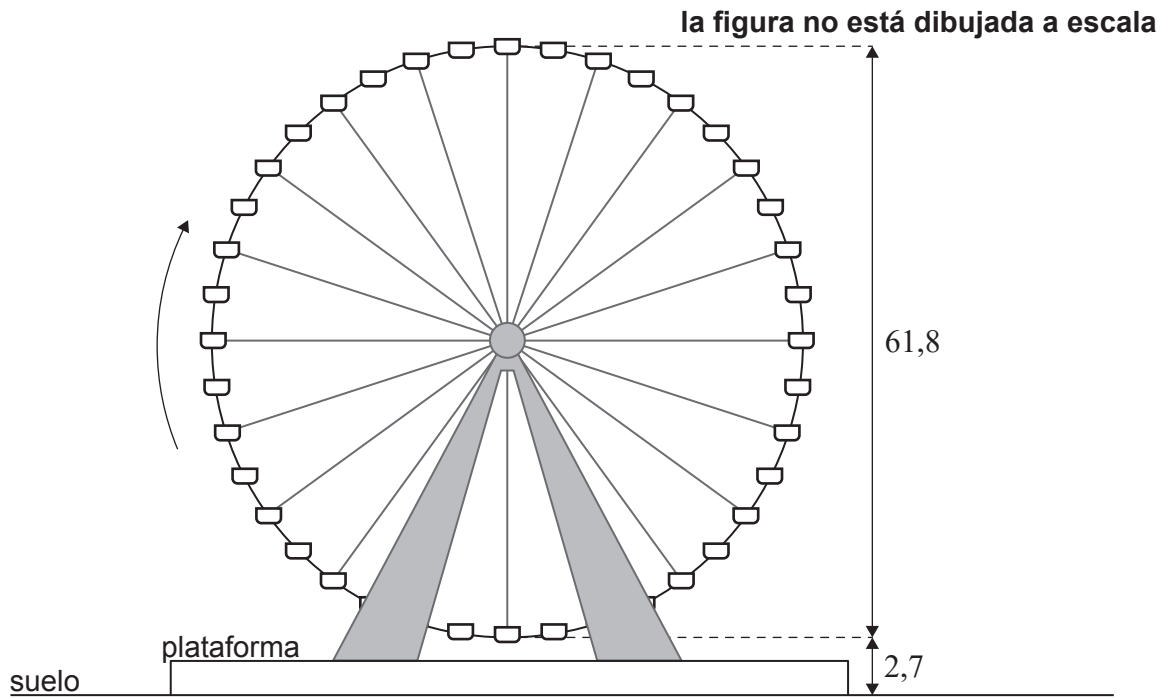
(f) A partir de lo anterior, halle el área del triángulo XYZ . [2]

Un técnico de urbanismo cree que cuanto mayor sea el área de la celda de Voronoi XYZ , más gente comprará en el supermercado D .

(g) Indique una crítica a esta interpretación. [1]

4. [Puntuación máxima: 17]

La Texas Star es una noria que hay en la feria estatal de Dallas. La noria mide 61,8 m de diámetro. Para comenzar un viaje, el pasajero se monta en el asiento que está en el punto más bajo de la noria, situado a 2,7 m del suelo, tal y como se muestra en la siguiente figura. Un viaje consta de varias vueltas, y la noria da 1,5 vueltas por minuto.



La altura de un asiento respecto al suelo (h , medida en metros) durante un viaje en la noria se puede modelar mediante la función $h(t) = -a \cos(bt) + d$, donde t es el tiempo (en segundos) transcurrido desde que un pasajero comenzó su viaje.

(a) Calcule el valor de:

(i) a

(ii) b

(iii) d

[6]

Un viaje en la noria dura 12 minutos en total.

(b) Calcule el número de vueltas que da la noria en cada viaje.

[2]

(c) Para exactamente un viaje en la noria, sugiera:

(i) Un dominio adecuado para $h(t)$

(ii) Un recorrido adecuado para $h(t)$

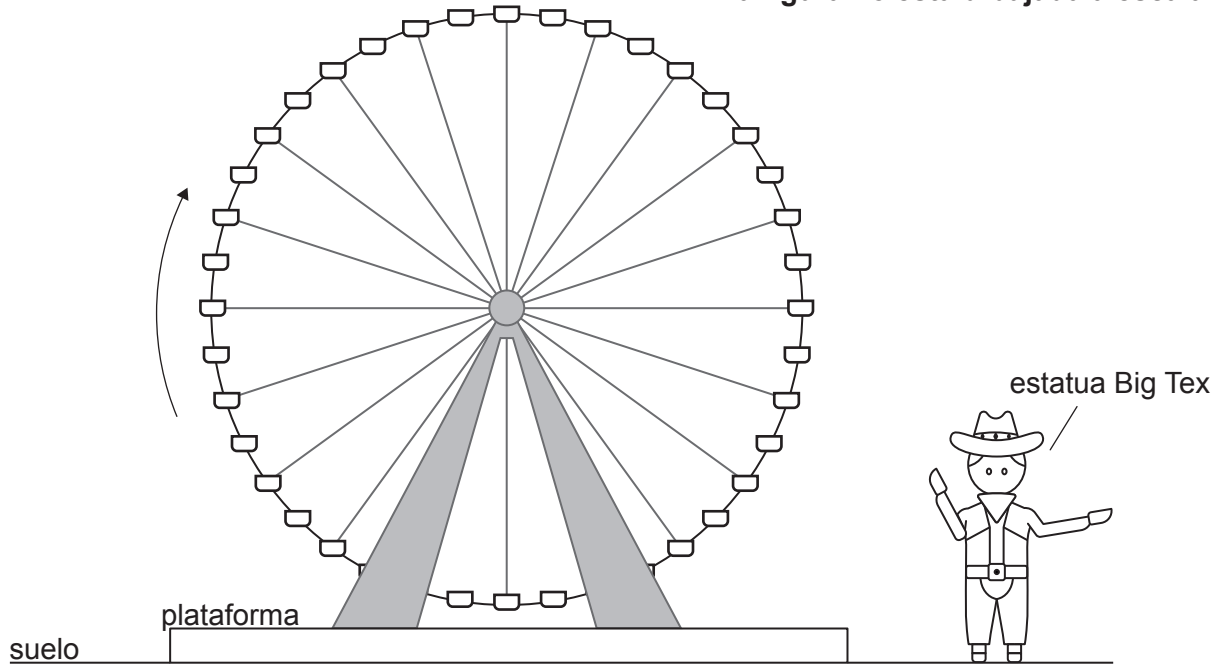
[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 4: continuación)

Big Tex es una estatua de un vaquero de 16,7 metros de altura que está en pie sobre el suelo horizontal y junto a la noria.

la figura no está dibujada a escala



- (d) Teniendo en cuenta el gráfico de $h(t)$, determine, para una vuelta de la noria, el tiempo durante el que el asiento está más alto que la estatua del vaquero. [3]

Está previsto trasladar la noria Texas Star a una plataforma más alta, de modo que la altura máxima de la noria aumentará hasta los 65,2 m. Esto hará que cambie el valor de un parámetro, a , b o d , de los que halló en el apartado (a).

- (e) (i) Identifique qué parámetro cambiará.
(ii) Halle el nuevo valor del parámetro que identificó en el subapartado (e)(i). [3]

5. [Puntuación máxima: 15]

En una cafetería se preparan cada mañana x litros de café. Los beneficios que obtiene la cafetería cada mañana (C , en dólares) se pueden modelizar mediante la siguiente ecuación:

$$C = \frac{x}{10} \left(k^2 - \frac{3}{100} x^2 \right),$$

donde k es una constante positiva.

(a) Halle una expresión para $\frac{dC}{dx}$ en función de k y x . [3]

(b) A partir de lo anterior, halle el valor máximo de C en función de k . Dé la respuesta en la forma pk^3 , donde p es una constante. [4]

El encargado sabe que la cafetería obtiene unos beneficios de 426 \$ cuando en una mañana se preparan 20 litros de café.

(c) (i) Halle el valor de k .
(ii) Utilice el modelo para hallar cuánto café se debería preparar cada mañana en la cafetería para maximizar los beneficios obtenidos. [3]

(d) Dibuje aproximadamente el gráfico de C en función de x , rotulando el punto máximo y los puntos de corte con el eje x con sus coordenadas correspondientes. [3]

El encargado de la cafetería desea atender al mayor número posible de clientes.

(e) Determine la cantidad máxima de café que puede preparar la cafetería en una mañana sin incurrir en una pérdida de dinero. [2]

Referencias:

4. Aline Escobar., s.f. Cowboy. [imagen en línea] Disponible en: <https://thenounproject.com/search/?q=cowboy&i=1080130>
Bajo licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 3.0 No portada (CC BY-SA 3.0)
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.es> [Consulta: 13 de mayo de 2021]. Material original adaptado.

Los demás textos, gráficos e ilustraciones: © Organización del Bachillerato Internacional, 2022