

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Medio

Prueba 1

Viernes 6 de mayo de 2022 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.



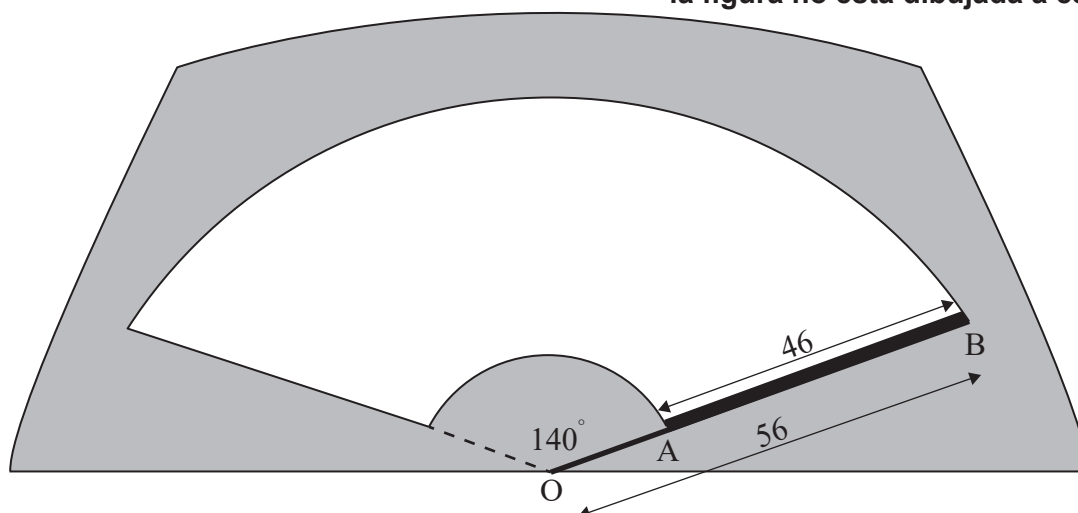
Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 5]

El brazo metálico recto del limpiaparabrisas de un coche realiza un movimiento circular respecto a un punto de pivote O, barriendo un ángulo de 140° . El parabrisas lo limpia una escobilla de goma de 46 cm de longitud que se fija al brazo metálico entre los puntos A y B. La longitud total del brazo metálico (OB) es de 56 cm.

En la siguiente figura, la zona del parabrisas limpiada por la escobilla de goma se muestra sin sombrear.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Calcule la longitud del arco que traza el extremo B de la escobilla de goma. [2]
- (b) Determine el área del parabrisas limpiada por la escobilla de goma. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



2. [Puntuación máxima: 6]

Un grupo de 130 candidatos solicitaron entrar en el programa de Artes o en el programa de Ciencias de una universidad. En la siguiente tabla se muestran los resultados de estas solicitudes.

	Aceptados	Rechazados
Programa de Artes	17	24
Programa de Ciencias	25	64

- (a) Halle la probabilidad de que un candidato de este grupo, elegido al azar, haya sido aceptado por la universidad. [1]

Se escoge al azar a un candidato perteneciente a este grupo. Vemos que lo han aceptado en el programa que había elegido.

- (b) Halle la probabilidad de que este candidato solicitara entrar en el programa de Artes. [2]

Se escogen al azar dos candidatos distintos pertenecientes al grupo original.

- (c) Halle la probabilidad de que ambos candidatos solicitaran entrar en el programa de Artes. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

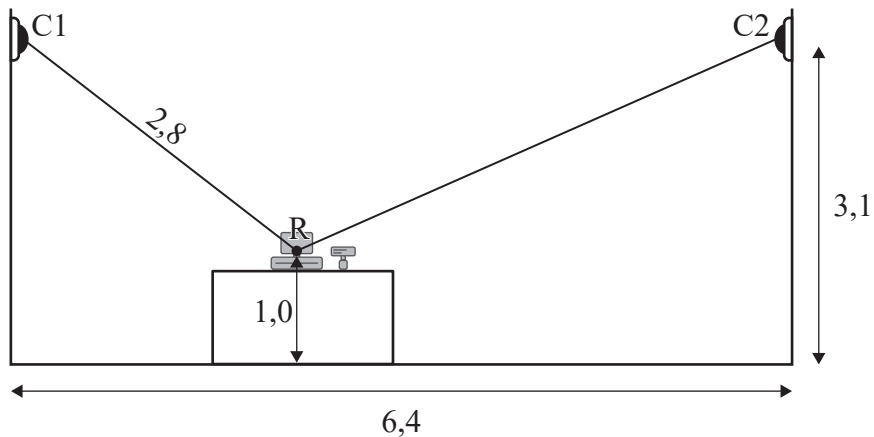


3. [Puntuación máxima: 8]

El propietario de una tienda de ultramarinos instala dos cámaras de seguridad, que están representadas por los puntos C1 y C2. Las dos cámaras apuntan al centro de la caja registradora de la tienda, que está representado por el punto R.

La siguiente figura, que corresponde a un corte transversal de la tienda, muestra toda esta información.

la figura no está dibujada a escala



Las cámaras están situadas a una altura de 3,1 m y la distancia horizontal que hay entre las cámaras es de 6,4 m. La caja registradora está colocada sobre un mostrador, de modo tal que su centro R está a 1,0 m del suelo.

Entre la Cámara 1 y el centro de la caja registradora hay una distancia de 2,8 m.

- (a) Determine el ángulo de depresión que hay desde la Cámara 1 al centro de la caja registradora. Dé la respuesta en grados. [2]
- (b) Calcule la distancia que hay desde la Cámara 2 al centro de la caja registradora. [4]
- (c) Sin hacer ningún cálculo más, determine cuál de las dos cámaras tiene el mayor ángulo de depresión al centro de la caja registradora. Justifique su respuesta. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



4. [Puntuación máxima: 5]

El pH de una disolución es una medida de su acidez y se puede determinar usando la fórmula $\text{pH} = -\log_{10} C$, donde C es la concentración de iones hidronio que hay en la disolución, medida en moles por litro. Cuanto menor es el pH, más ácida es la disolución.

La concentración de iones hidronio que hay en un tipo concreto de café es de $1,3 \times 10^{-5}$ moles por litro.

(a) Calcule el pH del café. [2]

Un líquido distinto desconocido tiene una concentración de iones hidronio 10 veces mayor que la del café del apartado (a).

(b) Determine si el líquido desconocido es más o menos ácido que el café. Justifique su respuesta matemáticamente. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



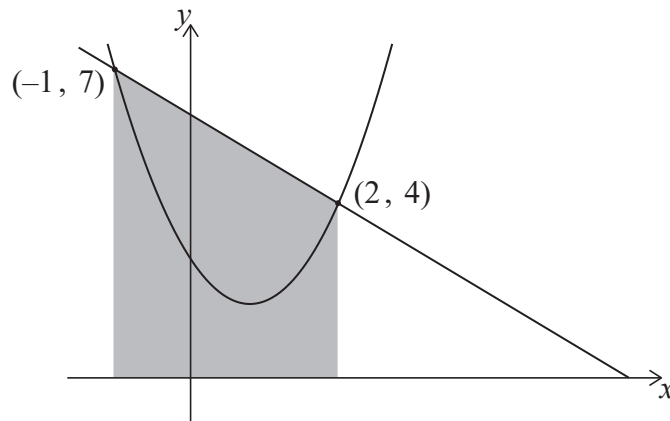
6. [Puntuación máxima: 7]

Los gráficos de $y = 6 - x$ e $y = 1,5x^2 - 2,5x + 3$ se cortan en $(2, 4)$ y en $(-1, 7)$, tal y como se muestra en las siguientes figuras.

En la **figura 1**, se ha sombreado la región que está delimitada por las rectas $y = 6 - x$, $x = -1$, $x = 2$ y el eje x .

la figura no está dibujada a escala

Figura 1



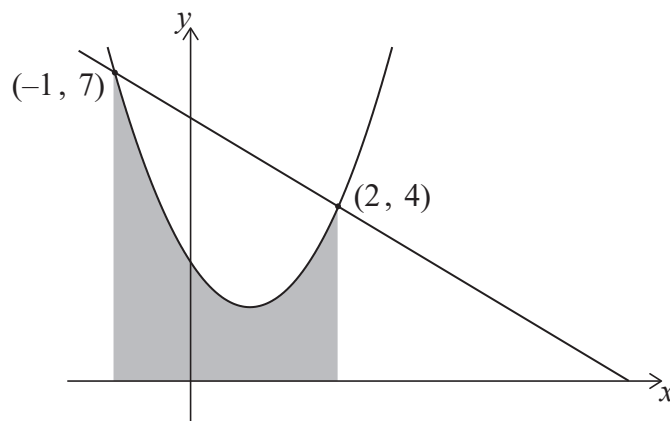
(a) Calcule el área de la región sombreada de la **figura 1**.

[2]

En la **figura 2**, se ha sombreado la región que está delimitada por la curva $y = 1,5x^2 - 2,5x + 3$, las rectas $x = -1$, $x = 2$ y el eje x .

la figura no está dibujada a escala

Figura 2



(b) (i) Escriba una integral para el área de la región sombreada de la **figura 2**.

(ii) Calcule el área de esta región.

[3]

(c) A partir de lo anterior, determine el área que está delimitada por $y = 6 - x$ e $y = 1,5x^2 - 2,5x + 3$.

[2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



7. [Puntuación máxima: 5]

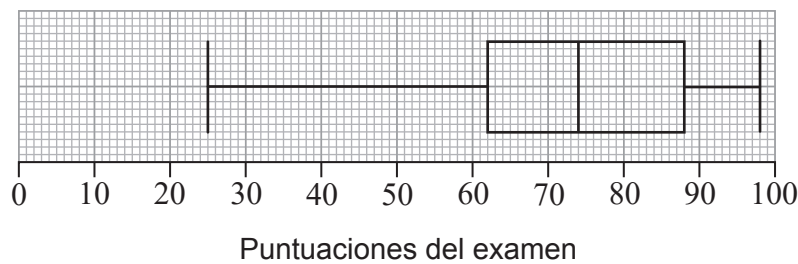
En una facultad se imparte un curso de matemáticas por las mañanas. A continuación se muestran las puntuaciones de un examen que se hizo en esta clase.

25 33 51 62 63 63 70 74 79 79 81 88 90 90 98

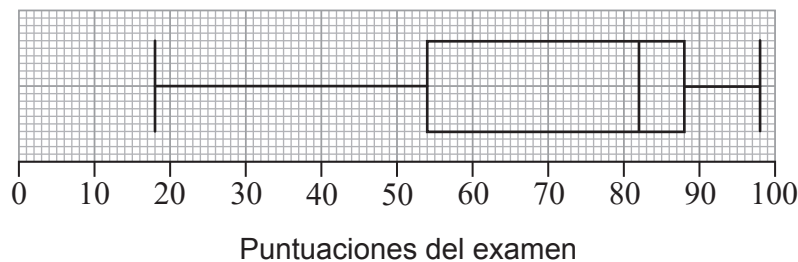
Para estos datos, el primer cuartil es 62 y el tercer cuartil es 88.

(a) Muestre que una puntuación de 25 en este examen no se consideraría un valor atípico. [3]

El diagrama de caja y bigotes que representa estas puntuaciones se muestra a continuación.



En esa facultad hay otra clase de matemáticas que se imparte por las tardes. A continuación se muestra un diagrama de caja y bigotes que representa las puntuaciones que se han obtenido en esta clase en el mismo examen.



Un investigador analiza los diagramas de caja y bigotes y cree que en la clase de la tarde se han obtenido mejores resultados que en la clase de la mañana.

(b) Haciendo referencia a dichos diagramas de caja y bigotes, indique un aspecto que pueda respaldar la opinión del investigador y un aspecto que pueda contradecirla. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



8. [Puntuación máxima: 6]

Se realizó un estudio para investigar si la media del tiempo de reacción de los conductores que van hablando por el teléfono móvil es la misma que la media del tiempo de reacción de los conductores que van hablando con los pasajeros del vehículo. Para este estudio se eligieron al azar dos grupos independientes.

Para la obtención de datos, se puso a cada conductor en un simulador de conducción y se le pidió que hablara, o bien por el teléfono móvil, o bien con un pasajero. A cada conductor se le indicó que pisara el freno tan pronto como viera aparecer un semáforo rojo delante del coche. Los tiempos de reacción de los conductores (en segundos) se recogieron en la siguiente tabla.

Habla por el teléfono móvil	Habla con un pasajero
0,69	0,67
0,87	0,86
0,98	0,60
1,04	0,81
0,79	0,76
0,87	0,71
0,71	0,74

Se utilizó la prueba t de Student, a un nivel de significación del 10%, para comparar las medias de los tiempos de reacción de estos dos grupos. Se supone que cada conjunto de datos sigue una distribución normal y que las varianzas de la población son iguales.

Sean μ_1 y μ_2 las medias de la población correspondientes a esos dos grupos. Para este contraste, la hipótesis nula es $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$.

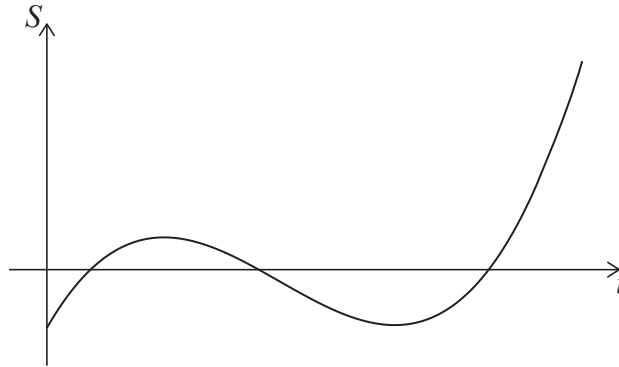
- (a) Indique la hipótesis alternativa. [1]
- (b) Calcule, para este contraste, el valor del parámetro p . [2]
- (c) (i) Indique la conclusión del contraste. Justifique su respuesta.
- (ii) Indique qué significa su conclusión en el contexto de la pregunta. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



9. [Puntuación máxima: 8]

El siguiente gráfico muestra el promedio de los ahorros (S miles de dólares) que tienen un grupo de graduados universitarios en función de t , que es el número de años transcurridos desde que acabaron la universidad.



- (a) Escriba una característica de este gráfico que sugiera que podría resultar apropiado usar una función cúbica para modelizar esta situación.

[1]

La ecuación del modelo se puede expresar de la forma $S = at^3 + bt^2 + ct + d$, donde a , b , c y d son constantes reales.

El gráfico del modelo tiene que pasar obligatoriamente por los siguientes cuatro puntos.

t	0	1	2	3
S	-5	3	-1	-5

- (b) (i) Escriba el valor de d .
- (ii) Escriba un sistema de tres ecuaciones con las incógnitas a , b y c .
- (iii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle los valores de a , b y c .

[4]

Un valor negativo de S representa una situación en la que cabe esperar que un graduado esté endeudado.

- (c) Utilice el modelo para determinar el tiempo total (en años) durante el que cabe esperar que un graduado esté endeudado después de haber acabado la universidad.

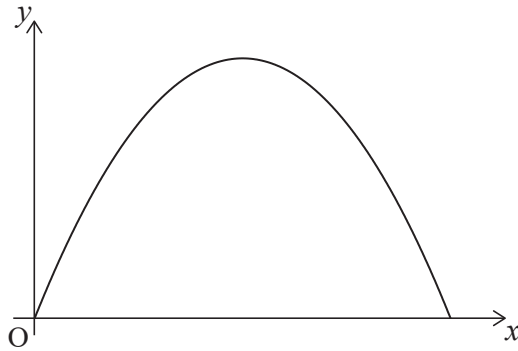
[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



12. [Puntuación máxima: 5]

La sección transversal del arco de entrada al salón de baile de un hotel tiene forma de parábola. Esta sección transversal se puede modelizar mediante una parte del gráfico de $y = -1,6x^2 + 4,48x$, donde y es la altura (en metros) que tiene el arco a una distancia horizontal de x metros del punto O, situado en la esquina inferior del arco.



- (a) Determine la ecuación del eje de simetría de la parábola que modeliza el arco. [2]

Para preparar un evento, hay que meter en el salón de baile una caja rígida de base cuadrada que mide 1,6 m de ancho y 2,0 m de alto, pasando a través del arco. La caja tiene que permanecer en posición vertical durante todo el trayecto.

- (b) Determine si la caja cabrá por el arco. Justifique su respuesta. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP22

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP23

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP24