Bachillerato Internacional

Portada de la Monografía

Los alumnos deben llenar esta hoja y entregarla al supervisor junto con la versión final de su monografía.			
Número de convocatoria del alumno			
Nombre y apellido(s) del alumno			
Número del colegio			
Nombre del colegio			
Convocatoria de exámenes (mayo o noviembre)	MAYO	Año	2013

Asignatura del Programa del Diploma en la que se ha inscrito la monografía: FÍSICA

(En el caso de una monografía en lenguas, señale si se trata del Grupo 1 o el Grupo 2.)

Título de la monografía: INVESTIGACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA PRESIÓN INTERNA EN El SERVICIO DE UN BALÓN DE VOLEIBOL

Declaración del alumno

El alumno debe firmar esta declaración; de lo contrario, es posible que no reciba una calificación final.

Confirmo que soy el autor de este trabajo y que no he recibido más ayuda que la permitida por el Bachillerato Internacional.

He citado debidamente las palabras, ideas o gráficos de otra persona, se hayan expresado estos de forma escrita, oral o visual.

Sé que el máximo de palabras permitido para las monografías es 4.000, y que a los examinadores no se les pide que lean monografías que superen ese límite.

Esta es la versión final de mi monografía.

Firma del alumno:

Fecha:

Informe y declaración del supervisor

El supervisor debe completar este informe, firmar la declaración y luego entregar esta portada junto con la versión final de la monografía al coordinador del Programa del Diploma.

Nombre y apellido(s) del supervisor [MAYÚSCULAS]:

Si lo considera adecuado, escriba algunos comentarios sobre el contexto en que el alumno desarrolló la investigación, las dificultades que encontró y cómo las ha superado (ver página 13 de la guía para la monografía). La entrevista final con el alumno puede ofrecer información útil. Estos comentarios pueden ayudar al examinador a conceder un nivel de logro para el criterio K (valoración global). No escriba comentarios sobre circunstancias adversas personales que puedan haber afectado al alumno. En el caso en que el número de horas dedicadas a la discusión de la monografía con el alumno sea cero, debe explicarse este hecho indicando cómo se ha podido garantizar la autoría original del alumno. Puede adjuntar una hoja adicional si necesita más espacio para escribir sus comentarios.

hizo una indagación de su tema a raíz de su gusto por el voleibol. En un principio tuve que aconsejar acotar su tema ya que quería abarcar muchos conceptos y se perdía en el tema de investigación.
Considero que hizo un buen trabajo, espero que su aprendizaje sea aprovechado.

El supervisor debe firmar esta declaración; de lo contrario, es posible que no se otorgue una calificación final.

He leído la versión final de la monografía, la cual será entregada al examinador.

A mi leal saber y entender, la monografía es el trabajo auténtico del alumno.

He dedicado 5 horas a discutir con el alumno su progreso en la realización de la monografía.

Firma del supervisor:

Fecha:

Formulario de evaluación (para uso exclusivo del examinador)

Criterios de evaluación	Examinador 1	Máximo	Examinador 2	Máximo	Examinador 3
		Nivel de logro			
A Formulación del problema de investigación	1	2		2	
B Introducción	1	2		2	
C Investigación	2	4		4	
D Conocimiento y comprensión del tema	2	4		4	
E Argumento razonado	2	4		4	
F Aplicación de habilidades de análisis y evaluación apropiadas para la asignatura	2	4		4	
G Uso de un lenguaje apropiado para la asignatura	2	4		4	
H Conclusión	1	2		2	
I Presentación formal	2	4		4	
J Resumen	2	2		2	
K Valoración global	2	4		4	
Total (máximo 36)	19				

Bachillerato Internacional:

Monografía

Investigación de los efectos de la presión interna en el servicio de un balón de voleibol

Código del Alumno:

Mayo 2013

Física

Abstract

Este ensayo estudia las consecuencias que tiene la presión interna de un balón de voleibol, en el servicio que se efectúa en una situación normal de juego. Se pretende demostrar que el tipo de colisión que se lleva a cabo por un balón de voleibol y alguna superficie, será de tipo inelástica y por lo tanto existirá una pérdida energía que afectará la cantidad de movimiento que se le tiene que proporcionar al balón para que se efectúe un saque o servicio de juego exitoso. La investigación pretende confirmar dicha tesis por medio de dos partes: la primera consiste en definir teóricamente lo que es un servicio de voleibol ideal mediante el cálculo del ángulo, dirección y velocidad inicial que debe tener este. La segunda involucra realizar un experimento en el que se registra la presión interna del balón de voleibol, posteriormente se arroja de una altura determinada y finalmente se registra la altura de su rebote; este proceso se repetirá con distintas presiones internas del balón. Los valores de las alturas de rebote obtenidas correspondientes a las presiones internas del balón, demostraron que dicha presión interna es directamente proporcional a la energía y al cuadrado de la cantidad de movimiento que se conservará en el balón justo después de la colisión. La investigación se ve limitada a solo un tipo de ambos, superficie en la que se realiza el experimento, una plana y de concreto, y un tipo de balón de voleibol, uno oficial para voleibol de sala. El propósito del trabajo es el análisis detallado del servicio de voleibol y sus fenómenos físicos involucrados. La extensión de esta investigación pudiera llevar al cálculo de fuerza para el servicio, cuya posible aplicación sería en las máquinas que arrojan balones para la práctica del deporte.

Conteo de palabras: 295

Tabla de contenido

Introducción 4
Marco Teórico 4
Descripción de la Experimentación 5
Descripción Instrumento de medición y material utilizados 6
Resultados teóricos 6
Experimentación y Resultados 11
Análisis de datos 12
Repercusiones en el alcance del tiro parabólico 14
Evaluación y conclusión 15
Apéndice 1 16
Apéndice 2 19
Apéndice 3 20
Apéndice 4 21
Bibliografía 22

Introducción

Muchas de las personas que en algún momento de sus vidas han practicado algún deporte que involucre la interacción con balones, pueden haber notado que en ocasiones, antes de que un balón sea utilizado, alguien lo aprieta con el fin de determinar el que tan inflado o no está. Desde dicha experiencia cotidiana surgió la siguiente duda: ¿Por qué los balones más inflados rebotan con mayor fuerza?

Conforme se fue formalizando esta pregunta de la vida diaria se consideró que sería una interesante cuestión a desarrollar, pues en la mayoría de los libros para bachillerato se cubren diferentes temas pertenecientes a la mecánica clásica, sin embargo raramente se combinan conocimientos pertenecientes a distintos de esos temas para resolver problemas. Desde este punto de vista se escribió el presente ensayo, cuyo objetivo es, formalmente dicho, comparar los alcances de un balón de voleibol que se golpeó varias veces en las mismas condiciones excepto que contaba con presiones distintas y determinar cuál es la cantidad de movimiento, que se le debe proporcionar idealmente, para realizar un servicio de voleibol [1] exitoso en una situación normal de juego. La tesis es que la colisión que tomará lugar con un balón de voleibol y otro objeto será clasificada como inelástica, y su nivel de inelasticidad cambiara por la variación de presión interna de este balón, por lo tanto la cantidad de movimiento que se pretende transmitir al balón, para efectuar el servicio, también se modificará por dicha presión interna variable. Por lo tanto Para poder cumplir con dicho objetivo se tiene que poner especial atención en las diferentes cantidades de movimiento que tendrán los balones, la conservación de la energía después de que se presenten colisiones entre el balón y el objeto que le dará el impacto y las consecuencias de elevar o no la presión interna del balón.

Marco Teórico

Como concepto básico se entiende presión por la fuerza ejercida perpendicularmente a una superficie en particular, en el caso del balón la presión será ejercida por el aire comprimido hacia afuera de las paredes del balón.

La cantidad de movimiento se define como la masa a una cierta velocidad $P = mv.$ Y la utilidad que se le va a dar a la cantidad de movimiento en este ensayo se basa en la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.

Como una colisión es el choque entre dos objetos, entonces claramente se va a presentar un evento de este tipo en nuestro experimento. Es relevante mencionar que existen dos clases de colisiones, las elásticas y las inelástica. En ambos tipos la cantidad de movimiento se conserva, sin embargo en las elásticas la energía cinética total del sistema al inicio va a ser exactamente igual a la energía total del sistema al final, y en las inelásticas se perderá cierta cantidad de energía. En relación a lo anterior, a través de la experimentación, se estará intentando demostrar que la colisión entre una superficie y el balón de juego será clasificada como inelástica y mientras menos presión interna tenga el balón más inelástica se hará la colisión.

1- Servicio de voleibol es el saque efectuado al inicio de cada punto para iniciar el juego.

La energía cinética es aquella que se manifiesta y se puede apreciar cuando un objeto está en movimiento. Para poder obtener la energía cinética es necesario conocer la masa y la velocidad de un objeto, la fórmula se presenta a continuación:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

Finalmente, el último concepto que de igual forma se estará manejando en la experimentación, es el de caída libre. Este fenómeno toma lugar cuando se presenta un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado por la fuerza de gravedad, y gracias a las fórmulas que se presentan, es posible calcular la velocidad final en función de la velocidad inicial, la gravedad y la altura desde la que se dejó caer el objeto. Fórmula a continuación:

$$V_f = V_0 + 2gh$$

Cabe mencionar que el tiro parabólico es una caída libre vertical, pero al mismo tiempo también es un movimiento uniforme en el eje horizontal. Hay velocidad tanto horizontal como vertical, pero la aceleración gravitacional solo afecta al movimiento vertical.

Descripción de la Experimentación

Para probar que existe absorción de energía, se pensó en una situación en la que se pudiera medir o calcular las velocidades inicial y final del balón, tomando en cuenta que una colisión es lo que provoca ese cambio de velocidad. Después, se piensa calcular la energía cinética con la que terminó el balón al salir de la colisión para comparar dichos datos con los que también se obtuvieron calculando con la velocidad final teórica, cuando se considera que se está tratando con una colisión completamente elástica.

En el experimento se hará uso de los conocimientos sobre caída libre y se representa en los siguientes pasos:

1. Se establecerá será la masa del balón de voleibol y se inflará hasta una presión determinada que se registrará.
2. Se colocará una cinta graduada de la altura de la estructura desde el punto donde se dejará caer el balón (7.40 m sobre el piso) hasta el punto donde rebotará, justo donde será la trayectoria que seguirá el balón cuando esté en caída libre.
3. Se localizará una persona a la altura (h) de la que se dejará caer el balón de voleibol hacia el piso, que será una superficie firme, de concreto y que no presente ningún tipo de relieve. A partir de este paso, se encenderá una grabadora de video para que registre absolutamente todo el experimento desde que se soltó el balón de la altura establecida.
4. El balón rebotará en el suelo y se elevará hasta cierta distancia, la que podremos saber fácilmente al momento de ver la grabación, que fue captada por la cámara encendida

anteriormente, y compararla con las medidas escritas en la cinta graduada que se colocó previamente.

Este procedimiento se repetirá cada vez que se quiera registrar el porcentaje de energía absorbida por el balón al cambiarle la presión. Asimismo, para mejorar la precisión de los datos, por cada balón con distinta presión se efectuarán diez repeticiones del proceso. Foto del experimento en Apéndice 4.

Descripción Instrumento de medición y material utilizados

Los instrumentos de medición y material a utilizar serán una cámara de alta definición con opción para grabar video, una cinta de papel del tamaño de la altura de la estructura de la que se dejará caer el balón (7.40 m), un balón profesional de voleibol aprobado por la F.I.V.B.[1] y un manómetro para monitorear la presión que variara en el balón. La medición como tal, empezará al transferir los videos al ordenador. Cuando se reproduzca el video en cámara lenta será sencillo para nosotros determinar la altura máxima, pues simplemente se registrará a que nivel de la cinta graduada fue el alcance máximo del balón que poseía una presión determinada.

Resultados teóricos

La hipótesis es que el choque que se estará efectuando será clasificado como una colisión de tipo inelástica, pues después de haber sucedido el impacto, la energía cinética que el proyectil poseerá será menor con la que contaba justo antes del choque, lo que implica que al momento de colisionarse el balón con la superficie plana hubo absorción de energía.

Se estará considerando únicamente a dicho balón como el cuerpo culpable de la absorción de energía, pues la superficie solida de concreto, por sus condiciones físicas entre las que destacan su densidad y material, no provocará una pérdida de energía que sea relevante para los resultados prácticos de esta experimentación.

Usando los principios de caída libre y en específico la siguiente fórmula:

$$v^2 = u^2 + 2gh$$

Donde $v = velocidad\,final \quad u = velocidad\,inicial \quad g = gravedad \quad h = altura$, podemos hacer la sustitución de nuestros datos y obtener la siguiente fórmula:

$$v = 0^2 + 2\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(7.40m) = 12.049\ \frac{m}{s}$$

Con lo anterior obtuvimos cual sería la velocidad final del balón de voleibol justo antes de que toque el suelo en función de la altura de la que se estará lanzando.

Para demostrar que el choque fue de tipo inelástico y que hubo absorción de energía por parte del balón, las energías cinéticas y potenciales máximas antes de la colisión el balón deberán ser iguales a las máximas después de la colisión.

1- Fédération Internationale de Volleyball

Considerando que la masa del balón es de 265 g, entonces la energía cinética que tendrá el balón justo antes del impacto será:

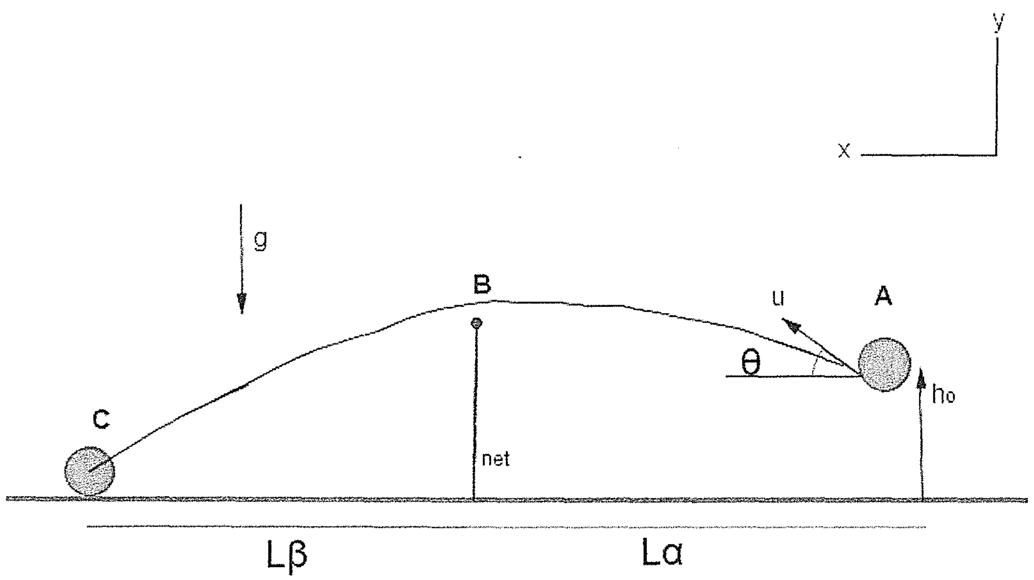
$$E_c = \frac{1}{2}(.265kg)\left(12.049\frac{m}{s}\right)^2 = 19.23613813\,joules$$

La energía potencial máxima y cinética máxima serán prácticamente iguales, por lo tanto es suficiente demostrar que hay pérdida de alguna de las dos para comprobar la hipótesis.

Si asumimos que el choque que se presentará será completamente elástico, por consiguiente, la energía cinética que poseerá el balón después de dicha colisión será de 19.23613813 $joules$ y la energía potencial máxima después de dicha colisión también será del mismo valor. Por lo tanto para tener esa misma energía potencial el balón necesitará rebotar hasta la misma altura de donde fue lanzado, por ende, lo único necesario para probar la hipótesis de que se estará presentando un choque inelástico es asegurarnos que la altura que alcanza el balón, después de la colisión, es menor a los 7.40 metros.

Como se analizará la velocidad requerida para efectuar un servicio de voleibol efectivo, por lo tanto es indispensable definir lo que estaremos considerando como un servicio "efectivo". Debido a que en el deporte del voleibol no existe predefinido un tipo de servicio completamente recomendado en todas las ocasiones, entonces trabajaremos con un tipo de saque utilizado frecuentemente en voleibol profesional llamado "saque de frente flotado" que cumpla con ciertas condiciones físicas. Estaremos considerando que el servicio efectivo es aquel que a al equipo contrario se le dificulta recibir y basándonos en experiencia propia de varios jugadores se determinó que dicho saque es el que al ser efectuado perpendicular a la línea del fondo de la cancha de juego es colocado a un metro de distancia de la línea lateral de dicha cancha, a un metro de la línea que la delimita, y esta el menor tiempo en el aire.

Una vez que ya se han establecido las condiciones principales del problema es posible comenzar con su resolución, para lo que se necesita definir todas las variables involucradas. Dichas variables se observan gráficamente en el esquema que se muestra a continuación:



A continuación se explica cada una de las variables:

- A es el punto de donde inicia la trayectoria del balón, esto es exactamente en el punto de contacto de la mano del jugador con el balón al momento de efectuar el servicio. Considerando una persona de estatura promedio (1.70 metros), se determinó que al levantar el brazo para golpear el balón, dicha colisión se llevará a cabo 2.10 metros sobre el suelo.
- B es el punto donde se encuentra el balón justo cuando está pasando por encima de la red de la cancha. Esto es la altura de la red más .106 metros, que es el radio del balón, menos la altura, de donde entonces las coordenadas de este punto son (9 m, .436 m)
- C es el punto donde hace contacto el balón con el suelo de la cancha después de efectuarse el servicio. Esto es a un metro de la línea de fondo de la cancha y a un metro de la línea lateral de esta. En el plano anterior las coordenadas de este punto serían: (17 m, -1.994)
- u es la velocidad inicial del balón de vóleibol justo después de efectuarse el servicio.
- h_0 es la altura inicial de la que sale el balón al ser golpeado por el jugador.
- θ es el ángulo de inclinación que presentará el balón con respecto a la horizontal (el suelo).
- L_α es el desplazamiento del balón desde el punto A hasta el punto B. Esto es 9 metros pues la trayectoria del balón es perpendicular a las líneas laterales de la cancha y estas miden 18 metros cada una.
- L_β es el desplazamiento del balón desde el punto B hasta el punto C. Esto es 8 metros pues el balón cae 1 metro antes de llegar a la línea del fondo de la cancha.

Lo que por el momento se estará buscando mediante cálculos teóricos es saber la velocidad con la que el balón debe salir al ser golpeado por el jugador que realiza dicho saque.

Como primer paso se tomará al punto A como el origen de un plano cartesiano y se considerarán dos nuevas variables "x" y "y", las cuales serán las coordenadas "x" y "y" de nuestro plano, sin embargo físicamente "x" representará el desplazamiento horizontal del balón mientras que "y" representará el vertical. La trayectoria del balón será representada por la parábola que se forma partiendo desde el origen.

Definiremos a "x" y "y" utilizando ecuaciones de la mecánica clásica. Se sabe que para conocer la altura de algún cuerpo en caída libre se utiliza la siguiente fórmula:

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Por lo tanto, si únicamente tomamos en cuenta la altura del balón, lo que es representado como la coordenada "y" en nuestro plano, solamente se considera como un cuerpo en caída libre cuya elevación se obtiene a partir del componente vertical de su velocidad como se observa en la siguiente ecuación:

$$y = u(sen\theta)t - \frac{1}{2} g t^2$$

Para definir la coordenada "x" es necesario notar que el la velocidad horizontal del proyectil, al descartar la fricción del aire, nunca se ve afectada, por lo que permanecerá constante hasta que el balón llegue al suelo. Por consiguiente utilizamos la ecuación básica de desplazamiento, pero considerando la velocidad constante como el componente horizontal de la velocidad inicial de balón de vóleibol.

$$x = u(cos\theta)t$$

Como la variable del tiempo es desconocida se combinan las dos ecuaciones anteriores para eliminarla, el proceso se muestra a continuación:

$$\frac{y}{x^2} = \frac{u(sen\theta)t}{(u(cos\theta)t)^2} - \frac{gt^2}{2(u(cos\theta)t)^2}$$

$$\frac{y}{x^2} = \frac{(tan\theta)}{u(\cos\theta)t} - \frac{g}{2(u(cos\theta))^2}$$

$$y = (\tan\theta)x - \frac{gx^2}{2(u(cos\theta))^2}$$

Se puede notar que esta nueva ecuación tiene la forma general de una ecuación de segundo grado

$$y = ax^2 + bx$$

En donde

$$a = -\frac{g}{2(u(cos\theta))^2}$$

$$b = \tan\theta$$

Como se pudo observar, tenemos dos variables desconocidas: "a" y "b" por lo tanto necesitamos dos ecuaciones para resolverlas. Dichas ecuaciones las podemos obtener si generamos ecuaciones para los puntos B y C en donde sustituiremos las coordenadas "x" y "y" por la posición del balón en el plano en cada uno de los puntos.

La ecuación del punto B es la siguiente:

$$.436 = a(9)^2 + b(9)$$

La ecuación del punto C es la siguiente:

$$-1.994 = a(17)^2 + b(17)$$

Ahora que se han planteado dos ecuaciones en las que se encuentras dos incógnitas es posible resolverlas utilizando alguno de los métodos para realizar sistemas de ecuaciones. Después de realizar el proceso, cuya descripción amplia se encuentra en el apéndice 2, se obtuvieron los siguientes resultados:

$$\theta = 13.21913913°$$

$$u = 15.80576849\ \frac{m}{s}$$

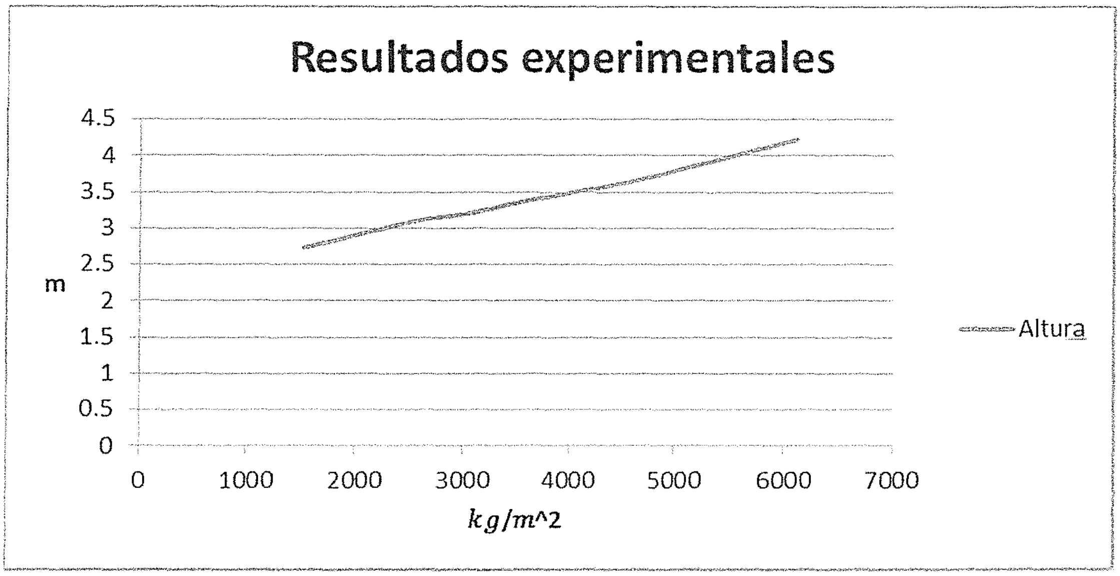
Debido a que desde un inicio se definieron los puntos por los que debería pasar la parábola entonces se puede afirmar que esa es la única trayectoria posible y por ende solamente habrá un transcurso de tiempo determinado para que el balón realice la trayectoria. Dicho intervalo de tiempo de obtiene de la siguiente manera:

$$t = \frac{x}{u(cos\theta)} = 1.1048\ s$$

Ahora se cuenta con el dato de la velocidad inicial necesaria que debe llevar el balón, justo después de ser golpeado, para que este caiga en el lugar preciso que definimos anteriormente.

Experimentación y Resultados

A continuación se presenta una gráfica de altura (m) contra presión (kg/m^2). Los valores en el eje-y se obtuvieron al medir las diferentes alturas que presentaban los balones de voleibol, con respecto a su presión interna variable, después de colisionar contra el suelo. Resultados completos en el apéndice 1.

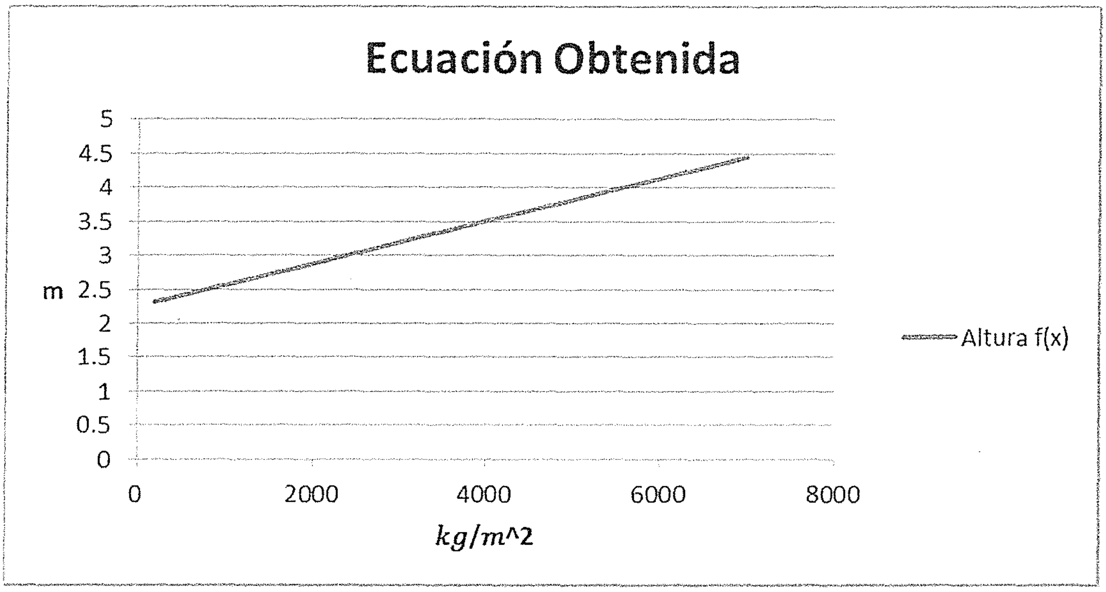


Se puede notar que conforme la presión interna aumenta, la altura de rebote también lo hace de manera constante. De hecho se podría hacer una rápida semejanza con una función lineal o de primer grado. Tomando en cuenta lo anterior, utilizando datos experimentales, se generó la función (ecuación) de la altura $f(x)$ con respecto a la presión x que nos proporcionará la altura en base a la presión; se presenta a continuación:

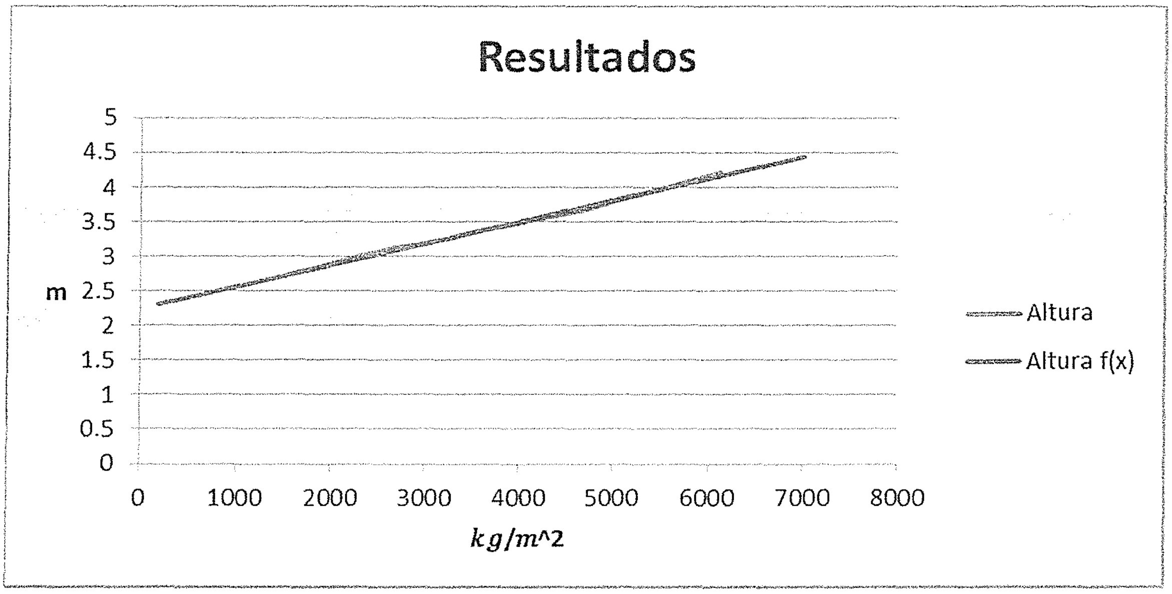
$$f(x) = \frac{.64}{2040} * x + 2.25$$

Descripción detallada en el apéndice 3.

La gráfica de dicha ecuación es la siguiente:



Si superponemos ambas gráficas obtenemos el siguiente resultado:



Analizando la gráfica anterior es preciso afirmar que la altura de rebote se comporta como una función lineal en base a la presión interna que posean los balones.

Análisis de datos

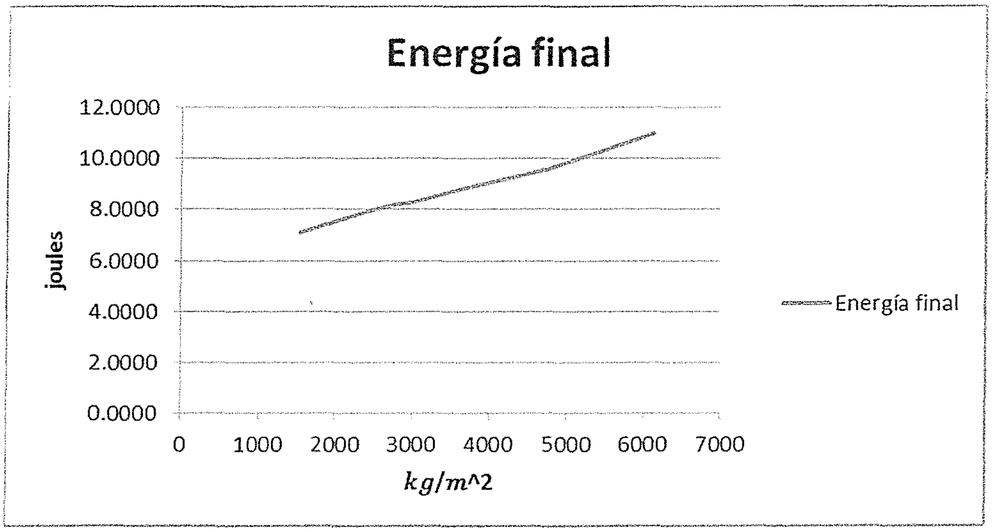
En la quinta sección de este ensayo se planteó que para probar la hipótesis, la cual establecía que el tipo de colisión que se presenta es de tipo inelástica, era necesario que la altura de rebote fuera inferior a los 7.4 metros. Dado los resultados obtenidos, es posible ahora afirmar que la hipótesis es correcta; la colisión que tomo lugar en el experimento es una colisión inelástica.

Los resultados experimentales nos mostraron claramente que la altura de rebote cambiará constantemente con respecto a la presión interna del balón, sin embargo esa altura variable es una consecuencia de la pérdida de energía al momento de la colisión. Haciendo uso del marco teórico presentado con anterioridad sabemos qué podemos obtener la energía potencial conociendo la masa, la altura y la gravedad. Por lo tanto, utilizando los datos experimentales, será posible determinar la energía del balón después de la colisión y como ya se había obtenido la energía del balón antes del impacto, entonces se puede determinar un porcentaje de energía perdida ocasionado por el choque inelástico.

A continuación se muestra una tabla relacionando la energía final de los balones después de haberse colisionado con el suelo. Cabe mencionar que la energía inicial del balón, antes de la colisión era de $19.2374\, joules$.

Presión (kg/m^2)	Energía final ($joules$)	% Energía con respecto a la inicial
6118	10.9835	57%
5098	9.9567	52%
4588	9.4757	49%
3569	8.7608	46%
3059	8.3319	43%
2549	8.0459	42%
1529	7.0970	37%

A continuación se presenta la gráfica de la energía que poseían los balones después de la colisión:



De igual manera que las gráficas anteriores, es evidente que el aumento de la energía, mientras aumenta la presión, se comporta como una función lineal.

Repercusiones en el alcance del tiro parabólico

En la sección anterior se expusieron la información obtenida por medio de la experimentación y gracias al análisis de datos y al uso de herramientas como gráficas de resultados se pudo comprobar que los cambios, tanto de altura de rebote como de energía, con respecto a la presión pueden ser expresados con una función lineal, de primer grado. A continuación se analizará como dichos cambios afectarán la variable de la velocidad. Una variable que cobra gran importancia cuando volvemos a mirar el tiro parabólico que se producirá al efectuar un servicio de voleibol.

Ya que podemos obtener el porcentaje de energía perdido, entonces podemos obtener un factor por el cual se reducirá la energía original del balón. Al despejar la velocidad de la ecuación de energía cinética se obtiene la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

Por lo tanto sabemos que el factor por el que se reducirá la velocidad será la raíz cuadrada del factor por el que se reduce la energía cinética. En otras palabras, la presión interna del balón será proporcional a la energía del balón y al cuadrado de la velocidad del balón después del rebote.

En la sección de resultados teóricos se pudo obtener la velocidad con la debe salir el servicio de voleibol para que caiga en el lugar deseado. Como ya se sabe la velocidad inicial deseada y el peso el balón, entonces es posible determinar la cantidad de movimiento que se requiere que posea el balón justo después de ser impactado. De la misma forma también ya se sabe el factor por el cual se disminuirá la velocidad por el hecho de la pérdida de energía en el rebote, dicho factor será el mismo por el que se disminuirá la cantidad de movimiento, ya que su fórmula solo involucra velocidad y la masa constante del balón: $p = mv$.

En la siguiente tabla se observan los factores de disminución de velocidad y cantidad de movimiento.

Presión kg/m^2	Factor de disminución de energía	Factor de disminución de v y p
6118	0.571	0.756
5098	0.518	0.719
4588	0.493	0.702
3569	0.455	0.675
3059	0.433	0.658
2549	0.418	0.647
1529	0.369	0.607

De acuerdo con los resultados teóricos, el balón debe salir con la siguiente cantidad de movimiento:

$$p = \left(15.80576849\ \frac{m}{s}\right).265\ kg = 4.1885\ kg\frac{m}{s}$$

Para determinar la cantidad de movimiento que debe ser transmitida al balón de voleibol al ejecutar el servicio debemos tomar en cuenta la cantidad de movimiento que se perderá. Para esto usaremos el factor de disminución de p, obtenido en la tabla anterior, que corresponda a la presión más cercana a aquella que es oficial según la F.I.V.B para los balones de juego, la cual es de 3000 - 3250 kg/m^2.

Las siguiente es la presión con su factor de disminución de p que queda dentro del rango reglamentario de presión.

Presión kg/m^2	Factor de disminución de energía	Factor de disminución de v y p
3059	0.433	0.658

Conociendo este factor de disminución y la cantidad de movimiento neta con la que debe iniciar el balón justo después de la colisión con la mano del jugador, entonces podemos calcular la cantidad la cantidad de movimiento que debe ser transmitida al balón (p_1) para que, después de la pérdida de energía, termine con la cantidad deseada. Lo anterior se obtiene planteando la siguiente ecuación:

$$(p_1).658 = 4.1885\frac{m}{s}$$

$$p_1 = \frac{4.1885}{.658} = 6.3655\frac{m}{s}$$

Con este cálculo ya se conoce la cantidad de movimiento que se le debe transmitir al balón de voleibol para efectuar el servicio efectivo, tomando en cuenta la colisión inelástica de este proyectil con la mano del jugador y que esta provoca una pérdida del 35% de dicha cantidad de movimiento.

Evaluación y conclusión

Con la investigación anterior se alcanzó el objetivo principal de este trabajo, se demostró que cuando el balón de voleibol colisiona con una superficie, sin importar que tan rígida sea esta, ni que tan inflado este el balón, se presentará una colisión de tipo inelástica en la que se perderá energía cinética.

Ahora también se puede afirmar que se comprende más profundamente el efecto que tiene el cambio de presión interna del balón, no solo en la pérdida de energía y cantidad de movimiento, sino también en la velocidad, que finalmente será un factor sumamente importante en el servicio de voleibol. Por ende, dicha comprensión permite también un entendimiento más amplio de los factores importantes en este famoso deporte.

Conforme se fue desarrollando esta investigación, el trabajo conjunto con la física experimental y la teórica nos permitieron analizar profundamente un servicio de voleibol, y una variedad de los factores que lo modifican. Finalmente se alcanzó a saber cuál es la cantidad de movimiento, que debe ser transmita el balón para efectuar un servicio efectivo, tomando en cuenta la energía perdida por la colisión y la dirección específica del saque de voleibol.

Durante este trabajo surgieron nuevas preguntas a las que se considera interesantes poder responder en un futuro. Se piensa que sería útil poder conocer la fuerza neta necesaria para efectuar el servicio ideal, considerando igualmente la pérdida de energía por el rebote del balón. Desgraciadamente, en el trabajo actual, una de las limitaciones fue que no se contaba con equipo necesario para medir el corto intervalo de tiempo en el que el balón tiene contacto con la superficie impactada, impidiéndonos así empezar a trabajar con el concepto de fuerza. A pesar de que para toda la investigación se tomaron en cuenta distintas variables, y se efectuaron los experimentos numerables veces para obtener los valores más precisos posibles, se cree que los resultados pudieron haber todavía más confiables si su hubieran podido obtener los datos de la velocidad inicial y ángulo, para efectuar el servicio ideal, de una manera experimental, en vez de la teórica que se llevó a cabo. Para darle un poco más de exactitud a los datos experimentales, se pudo haber trabajado con un rango más amplio de presiones internas variables que permitiera obtener una ecuación con mayores fundamentos.

Finalmente, esta investigación puede tener distintas aplicaciones en el mundo real. Se sugiere que se llevara a cabo un procedimiento similar, pero superando la limitación que se mencionó anteriormente, para determinar la fuerza necesaria que una máquina le debe aplicar a un balón para efectuar el servicio ideal. La utilidad sería que la máquina, que normalmente se usa para la práctica mediante el lanzamiento continuo de balones, tenga la modalidad de realizar un servicio ideal y así preparar a los jugadores para este tipo de retos del deporte.

Apéndice 1

Alturas de rebote con diferentes presiones.

	Presión= $60kPa$ = $6118kg/m^2$
	4.1
	4.25
	4.3
	4.25
	4.3
	4.2
	4.2
	4.25
	4.2
	4.2
Promedio Altura	4.225

	Presión= 50 kPa = 5098 kg/m^2
	3.8
	3.95
	3.9
	3.75
	3.75
	3.9
	3.9
	3.8
	3.8
	3.75
Promedio Altura	3.83

	Presión= 30 kPa = 3059 kg/m^2
	3.25
	3.2
	3.1
	3.15
	3.25
	3.2
	3.3
	3.2
	3.25
	3.15
Promedio Altura	3.205

	Presión= 15 kPa = 1529 kg/m^2
	2.8
	2.75
	2.7
	2.75
	2.7
	2.7
	2.75
	2.7
	2.7
	2.75
Promedio Altura	2.73

	Presión= 45 kPa = 4588 kg/m^2
	3.6
	3.7
	3.65
	3.7
	3.6
	3.7
	3.7
	3.6
	3.6
	3.6
Promedio Altura	3.645

	Presión= 35 kPa = 3569 kg/m^2
	3.25
	3.45
	3.4
	3.3
	3.5
	3.35
	3.35
	3.35
	3.35
	3.4
Promedio Altura	3.37

	Presión= 25 kPa = 2549 kg/m^2
	3.05
	3.15
	3.1
	3.1
	3.05
	3.1
	3.05
	3.2
	3.15
	3
Promedio Altura	3.095

Apéndice 2

Proceso algebraico para obtener finalmente la velocidad inicial que debe tener el servicio de voleibol efectivo.

La ecuación del punto B es la siguiente:

$$.436 = a(9)^2 + b(9)$$

La ecuación del punto C es la siguiente:

$$-1.994 = a(17)^2 + b(17)$$

Se despeja b de la primera ecuación:

$$b = \frac{.436 - a * 9^2}{9}$$

Ecuación del punto C sustituyendo y se resuelve para a

$$-1.994 = a(17)^2 + (17)\frac{.436 - a * 9^2}{9}$$

$$-\frac{1.994}{17} = a(17) + \frac{.436}{9} - a(9)$$

$$-\frac{1.994}{17} - \frac{.436}{9} = a(17) - a(9) = 8a$$

$$\frac{-\frac{1.994}{17} - \frac{.436}{9}}{8} = a$$

$$a = -.0207173203$$

Se sustituye el valor obtenido en la ecuación de b

$$b = \frac{.436 - a * 9^2}{9}$$

$$b = \frac{.436 - (-.0207173203) * 9^2}{9}$$

$$b = .2349003273$$

Recordamos una ecuación presentada anteriormente

$$b = \tan\theta$$

Encontramos valor para θ

$$\tan^{-1} b = \theta$$

$$\tan^{-1}.2349003273 = 13.21913912$$

$$\theta = 13.21913913°$$

Recordamos la ecuación original de a y se resuelve para u

$$a = -\frac{g}{2(u(cos\theta))^2}$$

$$u = \sqrt{\frac{-g}{2a * \cos^2\theta}}$$

Después de la sustitución de valores

$$u = 15.80576849\frac{m}{s}$$

Apéndice 3

Para obtener la ecuación se utilizaron dos alturas obtenidas con dos presiones registradas.

Presión kg/m^2	Altura m
3569	3.37
3059	3.205
2549	3.095
1529	2.73

Primero se calculó la pendiente con la siguiente fórmula, donde las x son las presiones y las y son las alturas.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3.37 - 2.73}{3569 - 1529} = \frac{.64}{2040}$$

Luego se utiliza la fórmula general de las ecuaciones de primer grado y se sustituyen resultados:

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

$$y - 2.73 = \frac{.64}{2040}(x - 1529)$$

Finalmente despejamos la y

$$y = \frac{.64}{2040} * x + 2.25$$

Lo que representaremos como una función de altura en base a la presión:

$$f(x) = \frac{.64}{2040} * x + 2.25$$

Apéndice 4

Foto de cómo se montó el experimento.

Bibliografía

Dan Lithio, E. W. (14 de October de 2006). *rose-hulman.edu.* Obtenido de http://www.rose-hulman.edu/mathjournal/archives/2006/vol7-n2/paper11/v7n2-11pd.pdf

FIVB. (19 de Julio de 2012). *www.fivb.org.* Obtenido de http://www.fivb.org/en/Technical/Homologation/FIVB_Volleyball_Homologation_Procedures.pdf

FIVB. (Julio de 18 de 2012). *www.fivb.org.* Obtenido de http://www.fivb.org/en/volleyball/Forms.asp

Hamper, C. (2009). *Physics.* Whales: Pearson Baccalaureate.

real-world-physics-problems.com. (25 de Mayo de 2012). *Real World Physics Problems.* Obtenido de http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-volleyball.html

Virgilio Berltrán, E. B. (1972). *Principios de la Física.* México: Trillas.

Zemansky's, S. a. (2004). *UNIVERSITY PHYSICS.* San Francisco CA: Pearson, Addison Wesley.