

## MATEMÁTICAS NM

### Bandas de calificación de la asignatura

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 – 18	19 – 35	36 – 52	53 – 63	64 – 75	76 – 87	88 – 100

### Evaluación interna

#### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 – 7	8 – 13	14 – 19	20 – 23	24 – 28	29 – 33	34 – 40

### Ámbito y adecuación del trabajo entregado

La inmensa mayoría de los colegios eligió tareas del conjunto de tareas ofrecido por el BI. En algunos casos se presentaron tareas del NS, o tareas del BI que habían sido modificadas en algo por los profesores. Es fundamental que los profesores entreguen las claves de resolución de las tareas así como las expectativas de evaluación de las tareas, para que resulte claro el razonamiento que sustenta la evaluación.

Muchos colegios no entregaron información con respecto a los saberes previos de los temas utilizados en la tarea, o sobre la disponibilidad y las expectativas relacionadas con el uso de los medios tecnológicos. Para que los moderadores puedan confirmar las puntuaciones otorgadas por los profesores, es importante que entiendan las expectativas de los profesores.

### Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

#### Criterio A

Se observan todavía muchos casos en los que no se penaliza el uso de notación inapropiada. En general, el uso de notación propia de la calculadora o de la computadora impedirá que el alumno llegue al nivel 2. Tanto los alumnos como los profesores muestran falta de rigor en el tema de la notación. Si las respuestas son aproximadas, será necesario utilizar algún símbolo que denote “aproximadamente igual a”. En las tareas de modelización, a menudo los alumnos utilizan la misma variable (por lo general, ‘y’) para identificar varias funciones modelo. Esto genera confusión a la hora de realizar comparaciones y se debería evitar. Se debería enseñar a los alumnos a utilizar variables con subíndices para diferenciar entre distintos modelos que tienen el mismo comportamiento. A veces los alumnos usan terminología incorrecta (por ejemplo, “exponencial” en lugar de “cuadrática”).

#### Criterio B

El uso de *software* graficador les ha permitido a los alumnos crear gráficos claros y útiles, y rotularlos correctamente. Pocos alumnos presentaron su trabajo en formato de pregunta-respuesta. Si bien en términos generales la calidad fue bastante buena, había muchos huecos en las explicaciones ofrecidas. En algunos casos, se brindaba una “explicación” después de haber dado un resultado; esto sugiere que el alumno ha partido de un resultado ya conocido y trabajado “de atrás para adelante”. Este defecto se dio particularmente en las tareas de Tipo I. Los alumnos deberían aprender que las explicaciones excesivamente largas no resultan de ayuda y que una característica de la buena comunicación es la habilidad de presentar las ideas de manera concisa.

### **Criterios C y D**

En las tareas de Tipo I, los alumnos pudieron alcanzar con bastante éxito el nivel 4 en el criterio C. Hubo casos, sin embargo, en los que faltaba un análisis convincente, a pesar de lo cual aparecía el resultado esperado. En otros casos se sugerían proposiciones generales después de haber investigado un solo caso. La mayoría de los alumnos sigue teniendo dificultades a la hora de validar sus conjeturas. A menudo, simplemente sustituían valores de la variable ( $n$ , digamos) en la proposición general que habían sugerido y demostraban que el resultado se correspondía con los datos que habían usado, justamente, para generar la proposición. Deben aprender que deberían verificar los resultados con respecto al patrón de comportamiento original y utilizar valores adicionales a los que ya han encontrado. Se recuerda a los profesores que una explicación **formal** (por ejemplo, una demostración algebraica) es suficiente para alcanzar el nivel 5 para C y D, y que no es necesario seguir verificando. Se debería fomentar que los alumnos imaginen todas las posibilidades, incluyendo números negativos, racionales e irracionales, y que prueben su comportamiento usando la capacidad de sus calculadoras gráficas. Muy pocos alumnos pudieron dar explicaciones adecuadas, que justificaran el otorgamiento del nivel D5.

En las tareas de Tipo II, la mayoría de los alumnos identificó adecuadamente las variables y consideró algunas restricciones. La identificación de los parámetros aparecía a menudo como parte del análisis, pero sin aclarar qué papel jugaban. Fueron menos los alumnos que optaron por desarrollar su función modelo a partir de una serie de transformaciones gráficas. En la discusión sobre la calidad del ajuste, muchos alumnos ofrecieron comentarios superficiales. Si bien en el NM no se pide un análisis cuantitativo, debería haber comentarios significativos sobre qué tan bien se ajusta el modelo a los datos. La aplicación de la función modelo a un nuevo conjunto de datos, acompañada de comentarios sobre la calidad del ajuste, es suficiente para llegar a C5. Las modificaciones necesarias para mejorar el ajuste se recompensan en D5.

Algunos alumnos usaron el estudio de regresión en la calculadora o la computadora como herramienta primaria en el desarrollo del modelo. Entre ellos, algunos hallaron en primer lugar una función modelo a partir de técnicas de regresión, para luego volver atrás, “analizar” la situación y desarrollar esencialmente la misma función modelo. Se recuerda a los profesores y a los alumnos que este método puede alcanzar a lo sumo un nivel de C2, dado que los pasos analíticos necesarios se basan en información obtenida de la calculadora o la computadora.

En la tarea “Tendencias demográficas en China”, los datos ciertamente sugieren un modelo lineal. Sin embargo, el estudio de modelos demográficos sugiere que esto sencillamente no

es razonable para un período extendido. Por lo tanto, para lograr una puntuación alta en el criterio C se deberían haber considerado también otros modelos.

Los aspectos más importantes del criterio D para las tareas de Tipo II son la interpretación contextualizada y la consideración de la razonabilidad y la aproximación. La mayoría de los alumnos no los manejó bien. Algunos se concentraron en una interpretación puramente matemática y no obtuvieron más de D2. Otros presentaron solo una conexión superficial entre la función modelo que proponían y la realidad de la población o la tolerancia de la fuerza G en el cuerpo humano. La mayoría no consideró explícitamente la importancia de las aproximaciones: a menudo no utilizaron ninguna notación para denotar “aproximadamente igual a”, ni discutieron el efecto de utilizar menor o mayor grado de aproximación en los parámetros de sus funciones. La puntuación de D5 debería reservarse para el alumno que ha hecho una evaluación crítica de estos aspectos.

### **Criterio E**

Los alumnos hicieron buen uso de los recursos tecnológicos, en lo que se refiere a la creación de gráficos. Sin embargo, el verdadero valor de los gráficos dentro del trabajo fue extremadamente variado. Si bien es más difícil hallar formas de utilizar la tecnología en actividades del Tipo I, ciertamente hay lugar para mejorar la forma en que se aprovecha la representación gráfica de los datos generados para explorar, confirmar y predecir. Algunos alumnos se dieron cuenta de que se podían utilizar métodos matriciales para generar las relaciones cuadráticas en la tarea “Números estelares”, y emplearon la calculadora gráfica a este fin. Algunos hicieron uso efectivo de las hojas de cálculo en la tarea “Suma infinita”, aunque no siempre resultaba claro si habían presentado los datos efectivamente generados (el “output”) o si habían transferido los datos de la hoja de cálculo a una tabla. Muchos pudieron hallar *software* en Internet que les permitió dibujar diagramas claros para las figuras p-estelares. Si bien esto resultaba en un trabajo más prolijo, no ameritó por sí mismo una puntuación más alta en el criterio E.

### **Criterio F**

La mayoría de los alumnos obtuvo el nivel 1. Esto reconoce que el alumno hizo un esfuerzo serio por completar la tarea lo mejor que pudo. El nivel F0 debería otorgarse solamente en los casos en los que resulta claro que se ha hecho poco por completar la tarea y que el trabajo es esencialmente inaceptable. El F2 se reserva para el trabajo que ha contemplado todos los aspectos de la tarea y que da muestras de percepción, precisión y comprensión significativa. El trabajo debe ser verdaderamente admirable, no simplemente por evaluación comparativa con la calidad habitual del trabajo del alumno.

## **Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos**

Es fundamental que el profesor resuelva la tarea antes de asignársela a la clase. De esta manera podrá identificar las expectativas, y la asistencia que les brinde a los alumnos les marcará el camino hacia una presentación exitosa. En este momento existen muchas tareas del BI que ya no pueden ser entregadas como parte de la carpeta, pero que sí pueden usarse como ejercitación. Estas tareas también sirven de práctica para los profesores, en el desarrollo de matrices de estandarización y claves de resolución que describan claramente las expectativas para cada nivel de evaluación.

Resolver las tareas y crear claves de resolución y matrices de estandarización también llevará a identificar puntos relativos a temas tales como la notación apropiada, la calidad y la naturaleza de la explicación, los tipos de análisis, el uso de la tecnología y las consideraciones dignas del nivel F2. Las expectativas desarrolladas para las tareas de práctica pueden ser compartidas con los alumnos, a fin de explicarles con mayor claridad qué es lo que se espera para cada nivel de los criterios.

Los profesores deberían discutir en clase cómo se puede validar una conjetura y cómo se puede interpretar una función modelo dentro de determinado contexto. Se pueden compartir ejemplos de uso creativo de los recursos tecnológicos, en el contexto de una tarea de carpeta. Por ejemplo, se debería mostrarles a los alumnos cómo las transformaciones gráficas podrían utilizarse para ajustar una función modelo, y cómo la evolución del eventual modelo puede mostrarse a través de una serie apropiada de gráficos.

Los profesores deberían asegurarse de leer los informes de asignatura recientes, para tener una idea de los temas que han surgido con respecto a las fortalezas y las debilidades en la evaluación.

## Comentarios adicionales

Los profesores deberían asegurarse de completar correctamente todos los formularios pedidos y entregarlos junto con la muestra. La información contextual y las claves de resolución son de gran ayuda en el proceso de moderación.

## Prueba 1 del Nivel Medio

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 – 13	14 – 26	27 – 40	41 – 52	53 – 65	66 – 77	78 – 90

### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- Probabilidades que involucran más de un suceso
- Distribuciones de probabilidad discretas
- Aplicación de las fórmulas de ángulo doble
- Uso del discriminante para determinar la naturaleza de las raíces de una cuadrática
- Determinación de los parámetros de una función trigonométrica
- Derivación mediante la regla de la cadena
- Determinación de la ecuación de la tangente a la curva en un punto determinado

- Propiedades de los logaritmos

## Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos pudo resolver al menos parte de cada una de las preguntas. Hubo menor cantidad de preguntas no resueltas que en exámenes anteriores. Algunos temas fueron muy bien resueltos por la mayoría de los alumnos:

- la forma del vértice de la función cuadrática
- la operatoria con matrices de  $2 \times 2$
- las transformaciones de funciones
- la probabilidad simple
- la integración de polinomios básicos
- el uso de seno, coseno y la identidad pitagórica
- la determinación de vectores simples y la ecuación vectorial de una recta en 3 dimensiones
- la manipulación algebraica

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1

Un número sorprendente de alumnos omitió el apartado (a) de esta pregunta, que les pedía escribir la ecuación del eje de simetría. Algunos alumnos no escribieron la respuesta en forma de ecuación, mientras que otros simplemente escribieron la fórmula  $x = -\frac{b}{2a}$ . El

resto de esta pregunta fue resuelto correctamente por la amplia mayoría de los alumnos. Los errores observados en el apartado (c) se debieron en general o bien a errores en la sustitución de un punto en la ecuación, o bien a la sustitución de las coordenadas del vértice, que resultó totalmente infructuosa.

### Pregunta 2

Esta pregunta que involucraba matrices de  $2 \times 2$  fue bien resuelta por una amplia mayoría de los alumnos. En el apartado (a), hubo algunos alumnos que no conocían el método correcto para multiplicar matrices. En el apartado (b), hubo algunos alumnos que equivocadamente hallaron la inversa de la matriz hallada en el apartado (a), en lugar de la inversa de la matriz  $P$ .

### Pregunta 3

Los alumnos resolvieron muy bien los apartados (a) y (b) de esta pregunta sobre probabilidades y sabían que debían multiplicar las probabilidades de sucesos independientes en el apartado (b). Sin embargo, en el apartado (c), muy pocos alumnos tuvieron en cuenta

que hay dos maneras de escoger una bolita roja y otra azul y consiguientemente no obtuvieron la puntuación máxima en esta pregunta. Hubo también algunos alumnos que intentaron sumar las probabilidades de los apartados (b) y (c), en lugar de multiplicarlas.

#### Pregunta 4

Esta pregunta, que requería que los alumnos integraran un polinomio simple y luego sustituyeran una condición inicial para hallar “c”, fue muy bien resuelta. Casi todos los alumnos que la abordaron lograron la puntuación máxima. Los escasísimos errores que se observaron tuvieron que ver con errores de cálculo en la determinación de “c” o con no escribir la respuesta final en forma de ecuación de una función.

#### Pregunta 5

En términos generales, en esta pregunta los alumnos obtuvieron o bien la puntuación máxima o bien solo un punto. El error más común ocurrió cuando los alumnos solo escribían la ecuación para  $E(X)=1,7$ , e intentaban reformularla de modo de resolverla para q. Los alumnos que además sabían que la suma de las probabilidades debe ser 1 resolvieron muy bien el sistema de ecuaciones resultante.

#### Pregunta 6

Si bien la mayoría de los alumnos sabía que debía usar la identidad pitagórica en el apartado (a), muy pocos recordaron que el coseno de un ángulo del segundo cuadrante tiene valor negativo. En el apartado (b), muchos alumnos cometieron el error de tratar de calcular  $\operatorname{tg} 2\theta$  como  $2 \times \operatorname{tg} \theta$ , en lugar de aplicar las identidades de ángulo doble.

#### Pregunta 7

En el apartado (a), una buena cantidad de alumnos utilizó exitosamente el discriminante para hallar los valores de k; sin embargo, hubo muchos que intentaron utilizar la fórmula cuadrática, sin darse cuenta de la significación del discriminante. El apartado (b) fue muy mal resuelto por casi todos los alumnos. Hallar los valores incorrectos para k y no darse cuenta de que había 11 posibles valores para k fueron dos de los errores más comunes.

#### Pregunta 8

En el apartado (a), casi todos los alumnos hallaron correctamente el vector PQ y la mayoría pudo hallar luego la ecuación vectorial de la recta. Sigue habiendo muchos alumnos que no escriben correctamente esta ecuación, en la forma “ $r =$ ”; estos alumnos fueron penalizados mediante la quita de un punto. En el apartado (b), la mayoría de los alumnos sabía que debía igualar el producto escalar a 0 para los vectores perpendiculares, y pudo hallar el valor correcto de p. Una buena cantidad de alumnos utilizó el método correcto para hallar la intersección de dos rectas, aunque algunos errores algebraicos y aritméticos les impidieron a algunos llegar a la respuesta final correcta.

#### Pregunta 9

El apartado (a) de esta pregunta le resultó difícil a la mayoría de los alumnos. Si bien una buena cantidad de alumnos se dio cuenta de que el período era 8, en el apartado (b), algunos no se dieron cuenta de que este período podía hallarse usando las coordenadas dadas de los puntos máximo y mínimo. En el apartado (c), fueron pocos los alumnos que hallaron correctamente la derivada, usando la regla de la cadena. Para el apartado (d), una buena cantidad de alumnos igualó la expresión a  $-2\pi$ , pero los errores de arrastre

proveniente de los valores previos le impidieron a la mayoría resolver con éxito la ecuación. La mayoría de los alumnos que llegaron a la ecuación correcta obtuvieron aquí la puntuación máxima.

### **Pregunta 10**

Si bien la mayoría de los alumnos resolvió correctamente el apartado (a), y halló la ecuación de la tangente, hubo algunos que no consideraron el valor de la derivada cuando  $x = 4$ . En el apartado (b), la mayoría de los alumnos sabía que debía integrar para hallar el área, pero los errores cometidos en la integración y la aplicación de las propiedades de los logaritmos les impidieron a muchos hallar el área.

En el apartado (c), quedó claro que un número significativo de alumnos entendía la idea de la simetría de la función y algunos se dieron cuenta de que la integral era el inverso de la integral del apartado (b), pero solamente unos pocos reconocieron la relación entre las áreas. Muchos pensaban que el área entre  $h$  y el eje  $x$  era 120.

## **Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

Como siempre, los profesores deben asegurarse de que sus alumnos entren en contacto con todas las áreas del programa. Resultó evidente que esto no siempre fue así, aunque hay algunas áreas que siempre se enseñan bien, como quedó evidenciado en la gran cantidad de alumnos que obtuvieron la puntuación máxima en la pregunta 4.

Es buena idea que los alumnos se familiaricen con las preguntas del estilo de las del examen y que practiquen bajo condiciones de examen, en lo que al tiempo se refiere. Da la impresión de que algunos alumnos debieron apurarse para poder terminar las preguntas finales, y hubo algunos que dejaron partes de las últimas preguntas sin responder.

Siempre resulta importante que los alumnos presenten su trabajo de manera prolija y organizada. Esta recomendación vale especialmente para el trabajo que se corrige electrónicamente. Cuando se escanean las pruebas, todo lo que se haya escrito aparecerá como texto en negro, aun cuando se trate de "trabajo en borrador" o marcas hechas sin querer. Muchas veces esto hace que sea difícil descifrar el trabajo y las respuestas de los alumnos.

Finalmente, resultó gratificante notar que en esta convocatoria los alumnos tuvieron buen desempeño en cuanto a mostrar el procedimiento y demostrar los métodos empleados. Como consecuencia, muchos pudieron obtener al menos algunos puntos en cada pregunta que abordaron. Se debería alentar a los alumnos a mostrar claramente sus procedimientos en exámenes futuros.

## **Prueba 2 del Nivel Medio**

### **Bandas de calificación del componente**

**Calificación final:**      1            2            3            4            5            6            7

**Puntuaciones:**      0 – 19      20 – 39      40 – 55      56 – 64      65 – 72      73 – 81      82 – 90

## Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- La combinación de transformaciones de funciones (especialmente el estiramiento paralelo al eje y)
- La probabilidad binomial
- El caso ambiguo en el teorema del seno
- La resolución de ecuaciones que incluyen logaritmos
- Reconocer la integración de la velocidad para hallar distancia
- Las preguntas del tipo 'compruebe que'
- La interpretación de la segunda derivada como razón de cambio

## Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Los alumnos dieron muestras de tener un buen nivel de conocimiento y comprensión en la mayoría de los temas. Las fortalezas demostradas incluyeron:

- progresiones y series
- longitud de arco y área de sector
- dibujo aproximado de la gráfica de una función, mediante la calculadora gráfica
- la trigonometría de triángulos rectángulos
- la distribución normal.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### **Pregunta 1 – Funciones compuestas y función inversa**

Todos los apartados de esta pregunta fueron bien resueltos por la mayoría de los alumnos. Algunos malinterpretaron el apartado (a) y hallaron la derivada o la recíproca, indicando así que no estaban familiarizados con la notación de función inversa. A veces, el símbolo de composición se confundió con el de multiplicación. Además, algunos alumnos se equivocaron en el orden de las funciones cuando realizaron la composición.

### **Pregunta 2 – Estadística**

Los apartados (a) y (b) fueron bien resueltos, en general. Algunos alumnos solamente pudieron obtener el primer punto correspondiente al apartado (c), por hallar 82% de 200. Otros no le restaron este valor al total de 200 y dieron como respuesta final 164.

### **Pregunta 3 – Longitud del arco y área del sector**

El apartado (a) fue bien resuelto por casi todos. Tampoco hubo demasiadas dificultades con el apartado (b): la mayoría restó al área del círculo y una minoría utilizó el ángulo cóncavo. Algunos alumnos trabajaron en grados, aunque algunos lo hicieron incorrectamente, porque usaron la fórmula para el área que es válida para radianes. Algunos alumnos solo hallaron el área del sector no sombreado.

#### **Pregunta 4 – Trigonometría en triángulos no rectángulos**

La mayoría de los alumnos aplicó sin dificultad el teorema del coseno, aunque muchos no pudieron hallar luego el ángulo obtuso, demostrando falta de comprensión del caso ambiguo. Esto les impidió obtener puntos en el apartado (b). Los que sí hallaron el ángulo obtuso en general no tuvieron dificultades en el apartado (b).

#### **Pregunta 5 – Determinación de un término específico en un desarrollo binomial**

Muchos alumnos estaban familiarizados con el desarrollo binomial, aunque algunos desarrollaron el binomio por completo, lo cual llevó a veces a que cometieran errores triviales. Otros intentaron usar el triángulo de Pascal. Algunos errores comunes fueron no identificar el coeficiente binomial correspondiente al término pedido y no elevar al cuadrado el 3 en el término  $(3x)^2$ .

#### **Pregunta 6 – Función exponencial**

Considerando que se trataba de una de las últimas preguntas de la sección A, una buena cantidad de alumnos se desempeñó bien. Algunos alumnos creían que elevar una base a la potencia cero da cero, lo cual indica que seguramente no comenzaron por usar la calculadora para analizar la función. En el apartado (c), muchos alumnos pudieron plantear correctamente la ecuación y tenían alguna idea de que debían aplicar logaritmos, pero se perdieron en los pasos algebraicos. Los alumnos que utilizaron la calculadora gráfica para determinar cuándo la función era igual a 0,395 en general lo hicieron bien. Un error común cometido por los que obtuvieron el valor correcto para el tiempo en minutos fue interpretar 5,55 horas como 5 horas y 55 minutos después de las 13:00.

#### **Pregunta 7 – Transformaciones de funciones y cinemática**

Si bien una cantidad de alumnos comprendía cada una de las transformaciones, la mayoría tuvo dificultades para aplicarlas en el orden correcto y pocos obtuvieron la respuesta correcta al apartado (a). Muchos obtuvieron puntos de método por discernir tres transformaciones distintas. Pocos alumnos sabían que debían integrar para hallar la distancia recorrida. Muchos sustituyeron valores del tiempo en la función velocidad o en su derivada, y restaron. Unos cuantos de los alumnos que se dieron cuenta de la necesidad de integrar intentaron hacerlo analíticamente en lugar de utilizar la calculadora gráfica, lo cual resultó muchas veces infructuoso.

#### **Pregunta 8 – Progresiones**

A muchos alumnos el apartado (a) les resultó sencillo, aunque un error común en (a)(ii) fue calcular 40 dividido por  $\frac{1}{2}$  y obtener 20. En el apartado (b), algunos alumnos tuvieron dificultades con el “compruebe que” y trabajaron “de atrás para adelante”, partiendo del resultado dado. La mayoría de los alumnos obtuvo la ecuación correcta en el apartado (c), aunque algunos no descartaron el valor negativo de  $n$  por ser imposible en este contexto.

**Pregunta 9 – Probabilidades binomial y normal**

Muchos de los alumnos más capaces resolvieron con éxito esta pregunta y emplearon eficientemente los recursos tecnológicos. En los apartados (a) y (b), una cantidad de alumnos no reconoció la probabilidad binomial y en el apartado (b) una proporción de alumnos simplemente halló la diferencia entre la respuesta del apartado (a) y 1. Los alumnos tuvieron más éxito con la distribución normal y muchos obtuvieron puntos por arrastre de error en el apartado (e), luego de haber cometido un error en el apartado (b). Muchos alumnos no apreciaron la independencia en el apartado (e) y sumaron probabilidades en lugar de multiplicarlas. Unos cuantos alumnos fueron penalizados por no dar las respuestas con una aproximación de 3 cifras significativas.

**Pregunta 10 – Cálculo diferencial**

Muchos alumnos obtuvieron los cuatro primeros puntos de la pregunta en los apartados (a) y (b), por haber usado correctamente la calculadora gráfica para obtener el valor máximo. La mayoría utilizó un método válido en el apartado (c), aplicando ya sea la regla del cociente o la del producto, pero muchos tuvieron dificultades a la hora de aplicar la regla de la cadena y simplificar, en la función que involucraba la constante  $e$ . Si bien muchos asociaron la razón de cambio con la derivada, solo los alumnos mejor preparados emplearon un razonamiento válido y pudieron hallar el intervalo correcto, incluyendo ambos extremos.

**Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

- Si bien muchos alumnos demostraron buen uso de la calculadora gráfica, algunos todavía siguen usando métodos analíticos en situaciones en las que el uso de la calculadora resulta una estrategia más eficiente. Los profesores deberían asegurarse de que los alumnos se sientan seguros en el uso de la calculadora en tales situaciones.
- Algunos alumnos no rotularon los apartados de las preguntas. Cuando el examinador no sabe qué parte de la pregunta está intentando resolver el alumno, puede ocurrir que este no obtenga todos los puntos que debería. Los profesores deberían alentar a sus alumnos a rotular cada apartado de la respuesta con el subtítulo correspondiente.
- Los profesores deben seguir subrayando la necesidad de que los alumnos presenten su trabajo en forma clara.
- Los alumnos deben comprender que, en las preguntas de tipo “compruebe que”, trabajar a partir del resultado dado, “de atrás para adelante”, no es aceptable.
- Los alumnos solo deberían usar el papel milimetrado para dibujar gráficas y no para resolver apartados de una pregunta, puesto que el escaneo del trabajo realizado en papel milimetrado es difícil de leer y de corregir.
- Los alumnos deberían saber que graficar la primera derivada en la calculadora gráfica es un método eficiente para hallar la coordenada  $x$  de un punto de inflexión.
- Los alumnos deberían saber que cuando se aplican varias transformaciones a una función, existe un orden apropiado para hacerlo.

- A fin de preservar la precisión en las aproximaciones, los alumnos deben evitar el redondeo prematuro.