MATEMÁTICAS NM

Bandas de calificación de la asignatura

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 15	16 – 31	32 – 45	46 – 57	58 – 69	70 – 82	83 – 100

Evaluación interna

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 7	8 – 13	14 – 19	20 – 23	24 – 28	29 – 33	34 – 40

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

La inmensa mayoría de los colegios seleccionó tareas pertenecientes al conjunto de tareas ofrecidas por el BI. En algunos casos se presentaron tareas del NS, o los profesores habían modificado, de alguna forma, las tareas del BI. Si el profesor no había revisado la tarea a la luz de los criterios del NM, esto generalmente les impidió a los alumnos alcanzar los niveles más altos de los criterios de evaluación. Se recuerda a los profesores que las tareas del NS deben ser evaluadas según las expectativas correspondientes al NM, y que cualquier modificación a las tareas provenientes de otras fuentes debe ser considerada a la luz de los criterios, a fin de permitir un óptimo rendimiento por parte de los alumnos. Es importante también que los profesores entreguen esquemas de resolución para todas las tareas, ya sea que provengan del conjunto publicado por el BI o no. Se les pide a los profesores que entreguen esquemas de resolución, porque resultan de gran utilidad durante el proceso de moderación.

Muchos colegios no entregaron información referida a los conocimientos previos de los temas utilizados en las tareas, ni a la disponibilidad y las expectativas en lo que respecta al uso de los medios tecnológicos. Para que los moderadores puedan confirmar las puntuaciones otorgadas por los profesores, es importante que comprendan cuáles eran sus expectativas.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Criterio A: Sigue habiendo demasiados casos de notación inadecuada, no penalizada. En general, el uso de notación de calculadora/computadora descarta la posibilidad de obtener el nivel 2. Los alumnos y los profesores son poco estrictos en el uso de la notación apropiada para denotar las aproximaciones. Si una respuesta es aproximada, es necesario usar algún símbolo que indique "aproximadamente igual a". En las tareas de modelización, los alumnos a menudo le asignan la misma variable (por lo general, '*y*') a varias funciones modelo, lo cual resulta confuso a la hora de realizar comparaciones, y debe evitarse. Se les debería enseñar a los alumnos a usar variables con subíndices, para diferenciar entre distintos modelos del mismo comportamiento.

Criterio B: La comunicación sigue mejorando, especialmente en cuanto a las gráficas. El uso de *software* graficador les ha permitido a los alumnos crear gráficas claras y útiles, bien rotuladas. Fueron pocos los alumnos que entregaron trabajo que siguiera un formato de pregunta-respuesta. Algunos alumnos están elaborando trabajos exageradamente largos (hubo un trabajo que consistía en ¡130 páginas!). Los alumnos deberían aprender que una de las características de la buena comunicación es la habilidad de presentar las ideas de manera concisa.

Criterio C: En las tareas de Tipo I, hubo bastantes alumnos que alcanzaron el nivel 4. Sin embargo, la mayoría sigue teniendo dificultad a la hora de validar correctamente sus conjeturas. A menudo, simplemente sustituyeron valores de la variable (*n*, supongamos) en la proposición general que habían elaborado y mostraban que el resultado se correspondía con los datos que habían usado, inicialmente, para generar la proposición. Deben aprender que deberían verificar sus resultados con respecto al patrón de comportamiento original, y usar valores adicionales, en lugar de los que ya han hallado. Se recuerda a los profesores que una explicación **formal** (por ejemplo, una demostración algebraica) es suficiente para alcanzar el nivel 5 (y el nivel 5 para el criterio D), y que no se precisa más verificación. La exploración del alcance y las limitaciones es, a menudo, breve y superficial. Se debería alentar a los alumnos a que consideren todas las posibilidades, incluyendo números negativos, racionales e irracionales, y a verificarlos utilizando todo el potencial de sus calculadoras gráficas.

En las tareas de Tipo II, los alumnos están demostrando mayor aptitud en la identificación de variables y la consideración de las restricciones. Muchas veces, la identificación de parámetros aparece como parte del análisis, pero en algún momento, debe hacerse mención específica de su rol. Si el alumno elige desarrollar una función modelo aplicando una serie de transformaciones gráficas, estas deberían mostrarse. Comentarios del tipo "Probé con varios valores de *k* y descubrí que el ajuste de esta función era el mejor" son insuficientes y constituyen solo un intento de análisis. En la discusión de la calidad del ajuste, muchos alumnos proporcionan comentarios superficiales. Si bien en el NM no se requiere un análisis cuantitativo, debería haber comentarios significativos sobre la medida en que el modelo se corresponde con los datos. La aplicación de la función modelo a un conjunto de datos nuevos, acompañada de comentarios sobre el ajuste, es suficiente para alcanzar el nivel 5. (Las modificaciones necesarias para mejorar el ajuste se tienen en cuenta en el criterio D.)

Un grupo minoritario de alumnos usó el análisis de la regresión de una calculadora o una computadora, como herramienta primaria para el desarrollo del modelo. Se recuerda a los profesores y a los alumnos que este método solamente puede lograr una puntuación de 2, como máximo, dado que carece de los pasos analíticos obligatorios.

Criterio D: Los aspectos más importantes del criterio D son la interpretación contextualizada y la consideración de la razonabilidad y la precisión. Cualquier función modelo simplemente se aproxima a la situación real. Los alumnos deberían considerar cuán bueno es el modelo y si resulta razonable modificarlo, para lograr mayor precisión. "¿Cuán bueno necesita ser para poder considerarse lo suficientemente bueno?" es una pregunta que deberían hacerse. Muchos alumnos se atascan en el análisis matemático, a tal punto que se olvidan de qué trata el problema. Por ejemplo, los comentarios sobre las pendientes y las asíntotas deberían interpretarse en términos de razones de cambio y de comportamientos limitantes, dentro del contexto de la tarea. Una interpretación estrictamente matemática de los resultados no puede alcanzar un nivel superior al 2.

Criterio E: La mayor disponibilidad de mejores recursos tecnológicos ha mejorado el rendimiento en este criterio. Sin embargo, el uso eficaz de estos recursos sigue eludiendo a muchos alumnos. El uso de mayor cantidad de gráficas para mostrar el desarrollo o para confirmar un patrón de comportamiento resulta más eficaz que mostrar una sola gráfica. El uso de varias gráficas en el mismo sistema de ejes, a fin de comparar cambios de parámetro, es más eficaz que una serie de gráficas en distintos sistemas de ejes. No se requiere el uso de copias impresas de lo obtenido, especialmente en lugares en los que el acceso a la tecnología es limitado, pero las reproducciones dibujadas a mano de las gráficas que se ven en la pantalla de la calculadora o la computadora, deben ser realizadas con cuidado y precisión.

Criterio F: La mayoría de los alumnos alcanzó el nivel 1, el cual reconoce que el alumno ha realizado un intento serio por desarrollar el máximo de su potencial en la realización de la tarea. El nivel 0 debería otorgarse solamente en los casos en los que queda claro que se ha hecho poco y nada por completar la tarea, y el trabajo resulta, en esencia, inaceptable. El nivel 2 se reserva para el trabajo que ha abarcado todos los aspectos de la tarea, y da muestras de perceptividad, precisión y significativa comprensión. El trabajo debería ser verdaderamente admirable, no simplemente cuando se lo juzga con respecto a la calidad habitual del trabajo del alumno en cuestión.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Los alumnos deberían aprender que el uso de la notación y la terminología debe ser prácticamente impecable para obtener el nivel 2 en el criterio A. La revisión del trabajo, acompañada de consejos apropiados por parte del profesor y la lectura de documentos adecuados, debería garantizar el buen rendimiento del alumno, en este sentido. La comunicación debe ser la apropiada para un texto matemático, no para un conjunto de ejercicios de deberes escolares. El trabajo debería ser de fácil lectura, sin necesidad de remitirse a la tarea en sí, en busca de mayor claridad. En una investigación, los alumnos deberían asegurarse de que lo que ellos creen es la proposición general esté correctamente confirmada y validada, y de realizar una exploración exhaustiva del alcance y las limitaciones de las variables. En una tarea de modelización, el análisis inicial debe ser realizado a mano; la regresión debe usarse solamente a modo de confirmación y comparación. El modelo debe ser interpretado contextualmente y juzgado a la luz de lo que resulta razonable y preciso. El uso de la tecnología debe ir más allá del recurso de pulsar teclas para crear gráficas o diagramas. Estos deben cumplir un propósito dentro de la presentación del trabajo, en apoyo y sustento de la resolución.

Comentarios adicionales

Los profesores deberían asegurarse de completar correctamente todos los formularios que se piden, y de entregarlos junto con la muestra. La información adicional es de gran ayuda durante el proceso de moderación, y se requiere la entrega de la resolución y la clave de corrección de todas las tareas.

En general, los alumnos y los profesores están demostrando buen manejo de las tareas de la carpeta. Algunos trabajos presentados fueron de calidad superlativa y muchos colegios entregaron muestras que reflejan una excelente organización y un exhaustivo conocimiento y comprensión de la evaluación. En los colegios donde había varios profesores, hubo evidencia de que se había llevado a cabo la estandarización interna, con el fin de garantizar la coherencia de la corrección. El único elemento que falta es que más profesores entreguen tareas diseñadas por ellos mismos. El BI alienta a los profesores a que se sean audaces y elaboren tareas que capten el interés de sus alumnos.

Evaluación externa

Prueba 1

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 14	15 – 28	29 – 40	41 – 53	54 – 65	66 – 78	79 – 90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- los valores trigonométricos de ángulos tales como π, 0, $\frac{3\pi}{2}$

- la probabilidad condicional y el cálculo de probabilidades a partir de un diagrama arbolar
- la integración de funciones de la forma $f(ax+b)$
- el manejo de logaritmos
- las ecuaciones de tipo cuadrático
- las transformaciones de funciones
- los términos de examen “compruebe que” y “a partir de lo anterior”
- cálculo y manejo algebraico básicos

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Los niveles de comprensión fueron muy variados, y se vio una gran cantidad de exámenes excelentes en esta convocatoria. En términos generales, los alumnos parecen haber estado bien preparados para este examen. Muchos alumnos obtuvieron por lo menos algunos puntos en la mayoría de las preguntas.

La mayoría de los alumnos demostró buen conocimiento en las preguntas relativas a:

- las progresiones y series geométricas
- la longitud de arco y el área de sector circulares
- el manejo de vectores
- las funciones compuestas
- la integración de polinómicas básicas

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Esta pregunta fue muy bien resuelta por la mayoría de los alumnos. Hubo algunos que utilizaron un valor de r superior a uno; el error más común fue tomar $r=2$. A un puñado de alumnos les costó bastante el cálculo básico del apartado (c).

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos resolvió correctamente el apartado (a), utilizando la regla del producto para hallar la derivada, y obtuvo la totalidad de puntos en ese ítem. Hubo algunos que no sabían usar la regla del producto, y por supuesto no obtuvieron la derivada correcta.

En el apartado (b), muchos alumnos reemplazaron bien en las derivadas, pero luego utilizaron valores incorrectos para $\operatorname{sen}\pi$ y $\cos\pi$, lo cual derivó en que sus resultados finales tuvieran la pendiente equivocada.

Pregunta 3

Esta pregunta fue muy bien resuelta por la mayoría de los alumnos. Algunos alumnos reemplazaron bien los valores en las fórmulas, pero no realizaron los cálculos y por ende, no escribieron las respuestas en su versión simplificada. En el apartado (b), casi todos usaron el método correcto de restar las áreas de los sectores, aunque la multiplicación de fracciones le resultó difícil a algunos alumnos.

Pregunta 4

Si bien casi todos los alumnos resolvieron correctamente el apartado (a), muchos tuvieron dificultades con los demás apartados de esta pregunta.

En el apartado (b), muchos alumnos no multiplicaron a lo largo de las ramas del diagrama arbolar para hallar los valores pedidos, y muchos no se dieron cuenta de que había dos recorridos para P*(B)*. Hubo también muchos alumnos que entendían lo que pedía la pregunta, pero no sabían calcular un producto de fracciones y los errores en los cálculos llevaron a una respuesta incorrecta.

En el apartado (c), la mayoría de los alumnos intentó usar la fórmula para la probabilidad condicional sacada del cuadernillo de información, pero fueron muy pocos los que reemplazaron los valores correctos.

Pregunta 5

En el apartado (a), la mayoría de los alumnos reemplazó correctamente en la fórmula de ángulo doble para el coseno. Hubo bastantes alumnos que trabajaron “en reversa”, partiendo del resultado dado y manipulando de diversas maneras la ecuación. Por ser esta una pregunta de tipo “compruebe que”, trabajar de atrás para adelante a partir de la respuesta dada, no es un método válido.

En el apartado (b), muchos alumnos parecieron darse cuenta de lo que pedía la frase “a partir de lo anterior”, aunque algunos tuvieron dificultades para factorizar la ecuación de tipo cuadrático. Unos pocos alumnos también resolvieron bien este apartado, mediante el uso de la fórmula cuadrática. Algunos alumnos resolvieron incorrectamente la ecuación $\operatorname{sen}\theta = -1$, y hubo unos pocos que no se dieron cuenta de que la ecuación $\operatorname{sen}\theta = -\frac{3}{2}$ no tiene solución.

Pregunta 6

Si bien la mayoría de los alumnos se dio cuenta de que en esta pregunta necesitaba integrar, muchos no pudieron hacerlo correctamente. Muchos no consideraron el coeficiente de *x*, y no multiplicaron por ½. Algunos de los alumnos que reemplazaron la condición inicial en la integral no pudieron resolver para hallar “c”, ya sea por errores de cálculo o porque no sabían cuál era el valor correcto de $\cos 0$.

Pregunta 7

En el apartado (a), casi todos los alumnos reemplazaron bien en la fórmula del determinante. Sin embargo, hubo algunos que cometieron errores en la simplificación de esta expresión, que incluía potencias de e.

En el apartado 8(b), la mayoría de los alumnos se dio cuenta de que se necesitaba det **A** = 0. A partir de este punto, sin embargo, se vieron diversos errores. De los alumnos que se dieron cuenta de que debían usar logaritmos para resolver la ecuación, la mayoría no pudo aplicar correctamente las reglas de logaritmos. En el desarrollo de este paso, se vieron muchas expresiones matemáticas incorrectas, tales como “ln 0”. Hasta los alumnos de mayor habilidad tuvieron dificultades para hallar la expresión final, con $a,b \in \square$, y solo un puñado de alumnos logró la puntuación máxima en esta pregunta.

Pregunta 8

La mayoría de los alumnos resolvió bien el apartado (a), hallando los vectores entre dos puntos y usando el producto escalar para comprobar que dos vectores son perpendiculares entre sí.

Si bien una gran cantidad de alumnos resolvió correctamente el apartado (b), hubo muchos que tuvieron dificultades con la ecuación vectorial de la recta. Lo que más llamó la atención es que hubo quienes confundieron el vector posición con el vector dirección, y quienes escribieron la ecuación en una forma equivocada.

En el apartado (c), la mayoría de los alumnos parecía saber lo que se pedía, aunque hubo muchos que cometieron errores algebraicos en la resolución necesaria para hallar los parámetros. Algunos pocos alumnos trabajaron de atrás para adelante, tomando $k=1$, lo cual no está permitido en una pregunta de tipo “compruebe que”.

En el apartado (d), los alumnos emplearon muchos métodos diferentes, tanto geométricos como vectoriales, para hallar el área del triángulo. Como la pregunta indicaba “a partir de lo anterior”, se requería que los alumnos utilizaran los resultados previamente obtenidos, es decir $\mathrm{AC} \perp \mathrm{BD}$ y $\mathrm{P}(3,1)$. Algunos métodos geométricos, si bien llevaban a la respuesta correcta, no respetaban el “a partir de lo anterior” o carecían de la justificación pedida.

Pregunta 9

Los alumnos demostraron buena comprensión en el proceso de búsqueda de la función compuesta del apartado (a) y en el manejo de la cuadrática del apartado (c), aunque algunos parecían no entender el significado del vector de traslación del apartado (b). Había más de un método para resolver y hallar *h* en el apartado (d), y un número gratificante de alumnos pudo resolver con éxito este apartado de la pregunta.

Pregunta 10

Muchos alumnos demostraron comprender el apartado (a), y la mayoría pudo obtener aquí al menos algunos puntos. El apartado (a)(i) era una pregunta de tipo “compruebe que”, y lamentablemente hubo algunos alumnos que no mostraron cómo habían llegado a la expresión dada.

En el apartado (b), el concepto parece haber sido bien comprendido. La mayoría de los alumnos advirtió la necesidad de usar integrales definidas y restar las dos funciones y la integración fue bien desarrollada, en general. Sin embargo, hubo una cantidad de errores algebraicos y aritméticos que impidieron que los alumnos llegaran, correctamente, al resultado final deseado.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Si bien los alumnos parecían preparados para trabajar sin la calculadura, hubo muchos errores aritméticos y algebraicos. En particular, los alumnos necesitan practicar los cálculos con fracciones y números negativos, y ejercitar habilidades algebraicas tales como la aplicación de la propiedad distributiva.

En general, los alumnos tuvieron buen rendimiento en las situaciones en las que la pregunta los conducía específicamente a alguna fórmula determinada del cuadernillo de información. Sin embargo, los alumnos deberían estar familiarizados, también, con cosas que no aparecen explícitamente en el cuadernillo, tales como los valores trigonométricos, las reglas de exponentes y logaritmos, y la integración de funciones tales como $y = \text{sen}\ 2x - 3$.

Sería útil que los alumnos practicaran bajo condiciones de examen. Muchos alumnos parecen haberles dedicado demasiado tiempo a algunas preguntas, dejándose poco tiempo para dedicarles a otras. Además, hubo una gran cantidad de alumnos que parecían no estar familiarizados con términos de examen tales como A PARTIR DE LO ANTERIOR y COMPRUEBE QUE, y no entendieron los requerimientos de este tipo de preguntas.

Finalmente, los profesores deberían recalcarles a sus alumnos la importancia de presentar su trabajo en forma organizada. Los examinadores observaron que los alumnos de mayor habilidad tendían a hacerlo muy bien. Además, es mejor no usar el papel milimetrado para otra cosa que no sean las gráficas, dado que estas hojas son particularmente difíciles de leer cuando se las escanea. Los alumnos deberían usar las hojas rayadas para casi todo –por no decir, todo– el trabajo correspondiente a la Sección B.

Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 13	14 – 27	28 – 39	40 – 49	50 – 60	61 – 70	71 – 90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

En esta prueba, una gran cantidad de alumnos demostró tener conocimiento y comprensión integrales del programa. Sigue habiendo áreas de preocupación, tanto para alumnos como para profesores. Las siguientes áreas resultaron difíciles para los alumnos:

- Obtención de valores estadísticos relevantes, mediante el uso de la calculadora
- Resoluciones gráficas de ecuaciones
- Resolución de un sistema de ecuaciones lineales, mediante el uso de la calculadora
- Relaciones entre f, f' y f''
- Uso de un modelo trigonométrico
- Dar explicaciones precisas para las situaciones matemáticas

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

En general, en esta convocatoria los alumnos demostraron tener conocimiento y comprensión integrales del programa. Si bien algunas preguntas fueron mejor resueltas que otras, hubo menos preguntas que quedaron sin resolver, lo cual indica que el examen resultó accesible para la mayoría de los alumnos. Muchos de los problemas observados en esta prueba pueden atribuirse ya sea al poco cuidado en la lectura de la pregunta, al uso inadecuado de la calculadora, o a la falta de uso de la calculadora cuando resultaba necesario.

Los alumnos demostraron un alto nivel de habilidad en las progresiones, el producto escalar, la regla del coseno y el análisis. Sorprendentemente, muchos alumnos pudieron plantear y resolver ecuaciones trigonométricas analíticamente, aun cuando la resolución gráfica por medio de la calculadora era el método preferido y esperado.

El área que le causó mayor dificultad a los alumnos fue el de las preguntas que requerían el uso de la calculadora gráfica. En su mayoría, los alumnos no saben usar las funciones estadísticas de la calculadora ni resolver un sistema de ecuaciones.

Si bien parece haber habido alguna mejoría en la aplicación de las operaciones habituales con la calculadora, tales como graficar funciones para un dominio dado, hallar áreas bajo la curva o entre curvas o volúmenes de revolución, hubo todavía muchísimos alumnos que no han dominado aún estas destrezas. Hay todavía muchos alumnos que no tienen en cuenta si tienen la calculadora en modo grados o radianes.

Hay alumnos que no están familiarizados con los términos de examen o no están familiarizados con la terminología matemática básica. Por ejemplo, el término de examen “escriba” sigue malinterpretándose, y términos tales como “expresión” u “obtuso” parecían resultarles poco familiares a una gran cantidad de alumnos.

La capacidad de razonar de los alumnos fue, en general,pobre y muchos no podían fundamentar sus afirmaciones con el rigor propio de la lógica matemática.

Los alumnos que demostaron habilidad tanto en las técnicas analíticas como las geométricas tuvieron poca dificultad en la resolución de esta prueba.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Resultó sorprendente que esta pregunta no fuera bien resuelta, principalmente debido al uso incorrecto de la calculadora gráfica y a la falta de comprensión de los términos “mediana” y “rango intercuartil”. En el apartado (a), muchos alumnos optaron por un método analítico, lo cual derivó, siempre, en errores. En el apartado (b), algunos alumnos escribieron la media en lugar de la mediana.

Pregunta 2

La gráfica del apartado (a) fue bien dibujada. Fue gratificante comprobar que muchos alumnos tenían en cuenta el dominio, en el momento de dibujar la gráfica. El apartado (b)(i) pedía una expresión que desconcertó a muchísimos alumnos. Sin embargo, fueron pocos los que tuvieron dificultad para obtener el resultado correcto en (b)(ii).

Pregunta 3

La mayoría de los alumnos o bien pudo reconocer la diferencia común en la fórmula del término enésimo, o bien la pudo hallar, luego de escribir los primeros términos de la progresión. El apartado (b) demostró que los alumnos no estaban familiarizados con la expresión “término enésimo”. Muchos indicaban que el primer término era 5 y luego decidían usar su propia versión de la fórmula del término enésimo, lo cual llevó a una gran cantidad de errores, en (b)(ii). En este apartado, algunos alumnos lograron obtener puntos por arrastre de error (coherencia).

Pregunta 4

En términos generales, esta pregunta fue bien resuelta y los alumnos tuvieron poca dificultad para hallar el producto escalar y las magnitudes apropiadas, y luego reemplazar correctamente en la fórmula del ángulo entre vectores. Sin embargo, fueron pocos los alumnos que pudieron resolver la ecuación resultante, utilizando la calculadora gráfica para llegar al resultado correcto. Surgieron complicaciones cuando los alumnos intentaban resolver la ecuación resultante analíticamente.

Pregunta 5

Una cantidad de alumnos dejó sin resolver esta pregunta. Los que intentaron hacerlo, a menudo obtuvieron la puntuación máxima. Se cometieron errores por no simplificar las ecuaciones en el apartado (a) o por utilizar un método analítico en lugar de recurrir directamente al uso de la calculadora para la resolución del sistema resultante en el apartado (b).

Pregunta 6

El apartado (a) fue bien resuelto; la mayoría de los alumnos obtuvo el ángulo agudo. Lamentablemente, la pregunta pedía el ángulo obtuso, lo cual estaba claramente dicho y marcado en el diagrama. Independientemente de cuál hubiera sido el ángulo usado, la mayoría de los alumnos obtuvo la puntuación máxima en el apartado (b), mediante una simple aplicación de la regla del coseno.

Pregunta 7

Hubo resultados variados en el apartado (a). Era preciso que los alumnos entendieran las relaciones entre una función y su derivada; muchas veces obtuvieron las soluciones correctas, a partir de un razonamiento incorrecto, o sin razonamiento alguno. En el apartado (b), la pregunta valía dos puntos y se pretendía que los alumnos señalaran dos puntos válidos en su explicación. Había muchos métodos que se podían aplicar aquí y los alumnos a menudo brindaban razonamientos confusos o se ponían a escribir extensamente, en la esperanza de que en algún momento dirían algo que fuera correcto, que los llevara a ganarse los puntos. Muchos confundieron f' y g'.

Pregunta 8

Esta pregunta fue bien resuelta por muchos alumnos. Los problemas que hubo se debieron al uso incorrecto o inadecuado de la calculadora gráfica. Por ejemplo, algunos alumnos usaron la función “trace” para resolver los apartados (a) y (b), estrategia que brinda, en el mejor de los casos, solamente una aproximación. La mayoría de los alumnos pudo plantear expresiones correctas en los apartados (c) y (d), y si habían usado la calculadora, pudieron hallar las respuestas correctas. Algunos alumnos omitieron las partes importantes de la fórmula del volumen. Los métodos analíticos aplicados en los apartados (c) y (d) resultaron siempre inútiles y no se les otorgó puntos.

Pregunta 9

Hubo una amplia gama en la calidad del rendimiento en este problema. En general, los alumnos pudieron hallar $\mathrm{E}(X)$ utilizando $n \times p$ pero muchos no tuvieron en cuenta que el “experimento” era binomial y que para que Mark aprobara el examen, debía responder correctamente 3, 4 o 5 preguntas. El apartado (b) fue bien resuelto en general, si bien hubo una cantidad de errores algebraicos, especialmente en el apartado (b)(ii), que derivaron en valores incorrectos de *a* y *b*. Aquí también, el uso adecuado de la calculadora hubiera eliminado estos errores. En (c), los alumnos tuvieron dificultades con el término de examen "halle" y a menudo simplemente escribieron "Mark" o "Bill".

Pregunta 10

El apartado (a) fue bien resuelto; la mayoría de los alumnos obtuvo la respuesta correcta.

El apartado (b), sin embargo, resultó problemático; la mayoría de los errores fue consecuencia de diagramas incorrectos, inexistentes o mal dibujados. Muchos no se dieron cuenta de que este es un problema de trigonometría de triángulos, mientras que otros usaron la regla del coseno para hallar la longitud de la cuerda en lugar de la altura vertical, pero esto resultaba válido solamente si luego la utilizaban para completar la resolución. Muchos alumnos malinterpretaron la pregunta, y la abordaron como si evaluara longitud de arco y área de sector, y poco y nada pudieron avanzar en la resolución del apartado (b). Los alumnos hallaron la longitud del arco.

Otros vieron que 6 minutos representaban 1/5 de una revolución, pero la mayoría luego pensó que, transcurridos 6 minutos, la altura sería de 1/5 de la altura máxima, como si se tratara de una relación lineal. Hubo incluso algunos alumnos que usaron información dada más adelante, en el apartado (b). Cuando se recurre a esta estrategia, por lo general no se otorga la totalidad de los puntos asignados al ítem.

Resultó sorprendente que el apartado (c) no fuera bien resuelto. Se esperaba que los alumnos simplemente usaran la fórmula $\frac{2\pi}{\text{período}}$ para hallar el valor de *b* y luego reemplazaran en la ecuación para hallar el valor de *c*. Sin embargo, a menudo, los alumnos prefirieron plantear un par de ecuaciones e intentar resolverlas analíticamente; algunos lo hicieron con éxito, otros no. Ninguno intentó resolver el sistema por medio de la calculadora gráfica, lo cual indica que los alumnos no se han visto expuestos a demasiados "sistemas" que no fueran lineales. La confusión entre radianes y grados, en este apartado, no hizo más que contribuir al bajo rendimiento.

En el apartado (d), los alumnos tenían claro lo que debían hacer e igualaron la ecuación a 96. Sin embargo, nuevamente, la resolución de esta ecuación mediante las opciones gráficas de la calculadora resultó una tarea demasiado formidable para la mayoría.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Desde la instauración de la prueba con calculadora gráfica, en mayo de 2008, ha sido claramente evidente cuáles colegios les están enseñando a sus alumnos a usar métodos tanto analíticos como tecnológicos, para facilitar la comprensión de los conceptos. Muchos profesores están utilizando ya sea un método o el otro, pero no recalcan la relación entre ambos. Una comprensión gráfica, conjuntamente con el uso de técnicas analíticas, puede conducir a una comprensión mucho más profunda. En estas condiciones, los alumnos serán capaces de aplicar sus conocimientos en problemas que se presenten de manera levemente fuera de lo común.

Se debería alentar a los alumnos a que dibujen diagramas auxiliares en sus hojas de respuesta. Muchos mostraron el trabajo en los cuadernillos de examen, particularmente las indicaciones hechas directamente sobre el diagrama de la pregunta 10. Esto tornó difícil el seguimiento del trabajo escrito: ¡los examinadores no tienen obligación de leer lo que se escribe en el cuadernillo de preguntas!

Se debería alentar a los alumnos a usar bastante espacio para comunicar sus respuestas, y a dibujar diagramas donde resulten apropiados. Es evidente que los alumnos más flojos no comprenden el lenguaje matemático y no pueden comunicar eficazmente sus ideas. Los alumnos de mayor habilidad presentan su trabajo de manera clara y concisa.

Se debería alentar a los alumnos a utilizar las funciones apropiadas de la calculadora, para hallar máximos, mínimos y/o raíces.

Una característica del rendimiento de los alumnos fue la frecuencia con que tendían a querer aplicar una fórmula en lugar de pensar, con cuidado, qué pedía la pregunta. Las fórmulas pueden ser de ayuda a la hora de realizar un cálculo, pero a menudo, en las preguntas que evalúan la comprensión conceptual, la fórmula desvió a los alumnos de los objetivos del problema.

Los profesores deberían seguir recalcando el significado de los términos de examen, y hacer que los alumnos se fijen en la cantidad de puntos asignados a cada pregunta, para determinar así cuánto "trabajo" deben mostrar.

Una expresión completamente correcta para el área bajo una curva o para un volumen debe incluir los límites, el reemplazo correcto de la función en el integrando y el "dx". El profesor tiene la responsabilidad de instruir adecuadamente a los alumnos acerca del significado de los términos comúnmente usados en los exámenes.

Los profesores deben lograr que sus alumnos sean más conscientes de la importancia de la clarida y el rigor en las preguntas cuyas consignas indican "compruebe que" o "explique".

Los profesores deben indicarles a los alumnos cuál es la desviación típica que deben usar en el NM. Dado que se consideran todos los datos como poblaciones, los alumnos deberían usar la desviación típica para la poblacion, σ .