

Informes generales de la asignatura de mayo de 2014

## MATEMÁTICAS NM TZ2

### Bandas de calificación de la asignatura

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 17	18 - 36	37 - 49	50 - 61	62 - 73	74 - 85	86 - 100

### Variantes de los exámenes según la zona horaria

Para proteger la integridad de los exámenes, cada vez se están utilizando más variantes distintas de los exámenes según la zona horaria donde se realicen. Al recurrir a variantes del mismo examen, los alumnos ubicados en una parte del mundo no estarán respondiendo al mismo cuestionario de examen que los alumnos ubicados en otras partes del mundo. Se aplica un proceso muy riguroso para garantizar que las diversas variantes del examen sean comparables en lo que respecta a su dificultad y a la cobertura del programa de estudios, y se toman las medidas pertinentes para garantizar que se apliquen las mismas normas de calificación a todos los exámenes escritos de los alumnos, independientemente de cuál haya sido la versión del examen a la que hayan respondido. Para la convocatoria de exámenes de mayo de 2014 el IB ha elaborado variantes de los exámenes de Matemáticas NM para las distintas zonas horarias.

### Evaluación interna

#### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 2	3 - 5	6 - 8	9 - 11	12 - 14	15 - 17	18 - 20

### Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Se entregaron un amplio abanico de temas adecuados, aunque de muy diversa calidad. Aquellos alumnos que habían elegido temas apropiados fueron capaces de lograr los niveles superiores dentro de cada criterio. Sin embargo, hubo otros pocos que elaboraron trabajos que no estaban a la altura del nivel de esta asignatura.

Entre los temas que con más frecuencia eligieron los alumnos para sus trabajos estaban: juegos de cartas y apuestas, demografía, propagación de una enfermedad, atletismo/deportes en general y videojuegos. Además, hubo muchos alumnos que trataron de elaborar una exploración sobre

«investigaciones habituales» o sobre problemas que con frecuencia encontramos en los «libros de texto», como la Razón Áurea, los números de Fibonacci, la Paradoja del cumpleaños, el Problema de Monty Hall o el Triángulo de Pascal. También se entregaron numerosas actividades de utilización de modelos matemáticos para situaciones de la vida real que tenían un estilo muy similar al de las antiguas tareas de utilización de modelos matemáticos de la carpeta. En estos casos, con frecuencia los alumnos elaboraron un trabajo que era un simple resumen de hechos corrientes y/o de la historia general del tema tratado. Este enfoque, por lo general, demuestra una falta de compromiso personal. No obstante, en algunos casos las exploraciones basadas en problemas de los libros de texto dieron lugar a buenas exploraciones, cuando los alumnos decidieron ampliar la investigación más allá de los problemas originales y/o añadir a la investigación algo de su propia cosecha. Sin embargo, esta situación no se dio con demasiada frecuencia. La mayoría de las exploraciones basadas en estos típicos problemas o ejemplos de los libros de texto se centraron en la comprensión superficial de los conceptos y consistieron en una mera repetición de los métodos que se encuentran en Internet sin aportar nada nuevo y, por consiguiente, no pudieron obtener los niveles más altos.

Fue muy frecuente el uso de medios tecnológicos para obtener funciones de regresión para la modelización de los datos. En algunos casos esto se hizo de manera eficaz, con el respaldo matemático adecuado. Sin embargo, también hubo casos en los que el alumno simplemente creó y aplicó el modelo de regresión con ayuda de medios tecnológicos, demostrando así tener un grado de comprensión muy limitado. Para el futuro, se recomienda que los alumnos justifiquen el porqué de su elección de modelo de regresión y reflexionen de manera crítica sobre dicha elección.

Hubo unos pocos casos en los que los alumnos se limitaron a enviar una exploración basada enteramente en antiguas tareas de la carpeta, las cuales habían sido concebidas específicamente para los antiguos criterios de evaluación. Por consiguiente, dichas exploraciones no les permiten optar necesariamente a los alumnos a los niveles más altos de logro.

Por lo general, los alumnos siguieron al pie de la letra la recomendación de que la exploración tuviera entre 6 y 12 páginas. Sin embargo, hubo muchas que eran demasiado largas. A menudo, este hecho jugó en contra del alumno y le perjudicó.

## Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

### **Criterio A:**

La mayoría de los alumnos abordaron bien este criterio, pues entregaron trabajos coherentes y organizados (aunque unos más que otros). Por lo general trataron de incluir una introducción pertinente, unos fundamentos, un objetivo general explícito y algún tipo de conclusión. También intentaron explicar algún concepto pertinente y tuvieron presente la importancia de la concisión. Sin embargo, hubo algunos profesores que no captaron la sutil diferencia que existe entre los niveles 3 y 4; dicha diferencia estriba en la concisión y en lo completo que es el trabajo entregado por el alumno. Por ejemplo, las tablas de datos muy extensas pueden quedar relegadas a un apéndice, incluyéndose simplemente un resumen de las mismas en el texto en el que se utiliza dicha información. De modo similar, el incluir páginas y páginas de cálculos repetitivos afecta a la concisión y a la fluidez del trabajo; basta con mostrar uno o dos cálculos de muestra y el resto se pueden resumir en una tabla.

Los alumnos deberían tener más cuidado de que el objetivo general establecido concuerde con lo que escriben y presentan en el trabajo y con la conclusión alcanzada. Si se ven incapaces de escribir el trabajo que tenían previsto inicialmente debido a las limitaciones de espacio o a cualquier otro motivo es aconsejable que modifiquen el objetivo general original para adaptarlo al resto del trabajo.

Además, aquellos trabajos que dependen de muchas fuentes secundarias suelen tener una menor coherencia y suelen resultar más difíciles de seguir.

Con las citas textuales, es fundamental que la fuente aparezca correctamente citada en el lugar de la exploración en el que se incluyen, tanto por favorecer la fluidez del trabajo como por probidad académica.

**Criterio B:**

En la mayoría de las exploraciones este criterio se abordó de la manera apropiada. En los trabajos entregados hubo una gran diversidad de presentaciones matemáticas utilizadas, pero es fundamental recordar a los alumnos que la presentación matemática elegida ha de resultar adecuada. La mayoría de los alumnos utilizaron en su trabajo la terminología y la notación adecuadas, incluido el uso de las herramientas TIC apropiadas. Sin embargo, todavía hubo alumnos que utilizaron de manera inapropiada notación de computador o de calculadora (lo cual no es un problema si la genera el software), que no definieron los términos clave o que emplearon presentaciones inadecuadas, como diagramas mal rotulados o gráficos con escalas mal hechas. Hubo también gráficos copiados de Internet que se incluyeron en el trabajo sin ningún propósito concreto. Los gráficos tienen que tener un fin; no basta con incluirlos solo para «utilizar diversas formas de representación matemática». Con frecuencia, las fórmulas y teoremas matemáticos tomados directamente de Internet se incluyeron sin que aportaran nada adicional al trabajo del alumno.

**Criterio C:**

Este criterio fue el que más complicado de evaluar o de interpretar les resultó a los profesores; de hecho, dio la sensación de que es el que menos habían entendido tanto los alumnos como los profesores. Parece que hubo demasiados profesores que dijeron que habían «visto» un compromiso por parte del alumno, pero sin que esta opinión quedara avalada por el trabajo entregado. Simplemente dieron por hecho que el interés del alumno por el tema elegido implicaba que existía un alto grado de compromiso personal. No se debería conceder una puntuación alta a aquellos alumnos que se limitan a decir que han disfrutado mucho del tema o que han mostrado entusiasmo en clase, a menos que ese entusiasmo quede plasmado en la exploración propiamente dicha. Decir simplemente «... me interesa mucho...» no demuestra que haya compromiso personal.

Aquellos alumnos que exploraron un problema de investigación corriente o un problema típico de los libros de texto sin ningún aporte personal adicional o sin ampliar el tema no deberían, por lo general, recibir en este criterio los niveles de logro más altos. No obstante, sí que hubo algunos profesores que parece que comprendieron correctamente este criterio y que fueron capaces de transmitírselo eficazmente a sus alumnos. Algunas exploraciones, ya de partida, se prestan más a un mayor grado de compromiso personal; por ejemplo, aquellas en las que el alumno lleva a cabo su propia investigación y recogida de datos. Por el contrario, con aquellos temas que son más descriptivos o que tienen una componente histórica más marcada no resulta especialmente fácil obtener aquí una puntuación alta.

Es importante tener presente que este criterio no se puede utilizar para penalizar un retraso en la entrega del trabajo..

**Criterio D:**

Muchos de los profesores y de los alumnos comprendieron claramente este criterio, aunque hubo una gran variedad de niveles de logro concedidos. En la exploración muchos alumnos se limitaron a describir los resultados. En ocasiones también reflexionaron sobre por qué les había parecido interesante la exploración o por qué habían disfrutado aprendiendo acerca del tema elegido. Con menor frecuencia reflexionaron sobre el proceso analítico que conlleva la exploración. Muchas reflexiones eran bastante superficiales. También hubo casos en los que el alumno acometió una exploración que era parecida a las antiguas tareas de la carpeta y en la que utilizó la misma técnica de interrogatorio para reflexionar sobre el proceso. Este enfoque no se prestaba a una reflexión coherente y con sentido.

Muchos alumnos tenían la impresión de que la reflexión solo puede evidenciarse en la conclusión y, por consiguiente, perdieron la oportunidad de ir aportando a lo largo de toda la exploración pruebas de peso de que había habido una reflexión crítica.

Por lo general, los niveles más altos se concedieron a aquellos alumnos que ampliaron sus miras más allá de la propia exploración, que discutieron las implicaciones de los resultados, que compararon los puntos fuertes y los débiles de los distintos enfoques matemáticos y que analizaron diferentes perspectivas.

### **Criterio E:**

En este criterio hubo un amplio abanico de niveles de logro, desde el más bajo hasta el más alto. La mayoría de los alumnos emplearon procedimientos matemáticos pertinentes y acordes con el nivel de la asignatura, dado que la mayoría de los temas se escogieron para que los alumnos pudieran poner en práctica al menos «algún» procedimiento matemático. Se vio a los alumnos utilizando muchos campos distintos de las matemáticas, desde progresiones a ecuaciones diferenciales. Por lo general, la mayoría de profesores fueron capaces de determinar si el trabajo era o no acorde con el nivel de la asignatura.

Los alumnos utilizaron muchísimo el análisis de regresión, pero no siempre demostraron haberlo comprendido en profundidad. De hecho, hubo casos en los que el alumno simplemente creó y aplicó el modelo de regresión con ayuda de medios tecnológicos, sin apenas justificar por qué se había decantado por dicho modelo de regresión.

En ocasiones los profesores concedieron una puntuación elevada a un trabajo por contener muchos cálculos, incluso aunque el alumno no hubiera demostrado claramente que había comprendido bien lo que había hecho. Además, el mero hecho de mostrar la respuesta correcta no implica que haya habido una comprensión; hay que demostrarlo. Aquellos alumnos que explicaron de manera excelente el razonamiento que habían seguido a lo largo de todo el trabajo son los que obtuvieron las puntuaciones más altas. Un número nada desdeñable de alumnos eligieron temas donde los conceptos matemáticos implicados estaban claramente fuera de su alcance y de su comprensión. Con frecuencia, esto se debió a que habían cogido el tema de otras fuentes. A pesar de que los alumnos sí que incluyeron referencias a dichas fuentes, en muchos casos quedó claro que no entendían lo que estaban haciendo desde un punto de vista matemático.

Basta con utilizar las matemáticas necesarias para respaldar el desarrollo de la exploración: Podría tratarse simplemente de unos pocos temas breves o incluso de un único tema procedente del programa de estudios. Hay que dejarles claro a los alumnos que es mejor hacer pocas cosas bien que tratar de abordar más aspectos matemáticos pero hacerlo mal. Si las matemáticas utilizadas resultan pertinentes para el tema que se está explorando, están acordes con la asignatura y el alumno las ha comprendido bien, en ese caso se puede obtener un nivel de logro alto.

## **Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

- Los profesores tienen que familiarizarse con los criterios de evaluación. Con este fin se han incluido numerosos ejemplos en el Material de ayuda al profesor, que se puede encontrar en el Centro pedagógico en línea (CPEL). Asimismo, los profesores deberían familiarizarse con los objetivos de la exploración y con el modo en el que se conceden los distintos niveles de logro con los nuevos criterios. Para ello, deben consultar los trabajos de alumnos con notas al margen que se incluyen en el Material de ayuda al profesor.
- Uno de los principales problemas fue que los profesores realizaron pocas anotaciones y/o comentarios al margen sobre el trabajo individual de cada alumno. Además, en muchos de los casos en los que sí se incluyeron comentarios se tendía a parafrasear el contenido de los descriptores. Se recuerda a los profesores que en el Material de ayuda al profesor se especifica que una de sus responsabilidades es evaluar con exactitud el trabajo, realizando las anotaciones al margen oportunas para indicar dónde se han concedido los niveles de logro. Esto incluye calificar los diversos procedimientos matemáticos utilizados e identificar todos los errores que se hayan cometido. Estos comentarios ayudan enormemente a ratificar

el nivel que ha concedido el profesor. Sin comentarios de apoyo es más probable que se introduzcan cambios en los niveles concedidos.

- Los profesores deberían proporcionar información de contexto relevante sobre sus asignaturas, allí donde resulte oportuno.
- Los profesores tienen que seguir los procedimientos que aparecen en la guía, en los que se especifica que los alumnos pueden entregar un primer borrador. De este modo los profesores pueden evaluar si el tema resulta o no apropiado, verificar la organización general del trabajo y su coherencia, comprobar mediante una prueba oral los conocimientos de matemáticas del alumno y, más importante aún, asegurarse de que el trabajo lo esté elaborando el alumno y no sea una mera repetición mecánica de lo que aparece en Wolfram, en Wikipedia o en otros sitios web de matemáticas.
- Si los alumnos van a escribir el trabajo con el computador tienen que utilizar un editor de ecuaciones adecuado, para evitar cometer errores en la notación. Los alumnos no deben insertar capturas de pantalla de ecuaciones o de fórmulas tomadas de la Wikipedia o de Wolfram. Esta costumbre es un buen indicador de que no se trata de su propio trabajo. Asimismo, a los alumnos les vendría muy bien que les dieran indicaciones explícitas de cómo se han de utilizar esas herramientas.
- Los profesores deberían tratar de convencer a los alumnos de que no escojan temas corrientes ni temas típicos de los libros de texto sin tener antes un plan claro de cómo lo van a convertir en una verdadera exploración (que contenga suficientes matemáticas pertinentes), puesto que estos trabajos tienden a centrarse en la investigación sin que apenas quede patente una personalización del tema o una dosis suficiente de creatividad. Dicho esto, los profesores tampoco deberían predefinir una lista de temas concretos para sus alumnos ni limitarlos a un campo concreto de las matemáticas.
- Los profesores tienen que recalcar la importancia de que los alumnos, en sus trabajos, utilicen referencias claras e incluyan las citas apropiadas. Muchos alumnos incluyen al final del documento una página de referencias bibliográficas o de trabajos citados, sin identificar en qué lugar del trabajo se ha utilizado cada uno de esos recursos. Se les debería aconsejar a los alumnos que citen en el cuerpo del trabajo todos los recursos utilizados, incluidos todos los datos e imágenes procedentes de fuentes secundarias.
- Los profesores deben hacer anotaciones al margen y escribir comentarios en el mismo trabajo del alumno. Tal y como cabría esperar, aquellos colegios cuyos profesores hicieron esto tuvieron una mayor probabilidad de que les confirmaran las puntuaciones concedidas, puesto que quedaba claro qué razonamiento se había seguido para conceder dicha puntuación.
- Los profesores podrían proponer a sus alumnos exploraciones de práctica para poner a punto/practicar unas destrezas concretas.
- Se les debería recordar a los alumnos que, según las directrices existentes, la exploración debería constar de entre 6 y 12 páginas.
- A los colegios, se les desaconseja encarecidamente que obliguen a realizar un tipo de exploración concreta. Por el contrario, los alumnos deberían tener la libertad de explorar el campo que ellos elijan.

## Comentarios adicionales

- Hubo ejemplos de posible plagio; de hecho, muchos alumnos utilizaron fuentes como Wolfram o Wikipedia para copiar contenidos, fórmulas o ideas.
- A menudo al trabajo le faltaba contenido matemático, a pesar de que la exploración propiamente dicha estuviera bien escrita y hubiera obtenido una buena puntuación.
- La sensación de conjunto, tras analizar las diversas exploraciones presentadas, es que esta nueva Evaluación Interna ha supuesto para los alumnos una estupenda ocasión para explorar el tema que quisieran, y les ha dado la oportunidad de adentrarse en las matemáticas y de apreciarlas a su manera.
- Los materiales de ejemplo y las preguntas frecuentes que aparecen en el material de ayuda al profesor se han actualizado/se actualizarán tras la primera convocatoria real de exámenes. Los profesores deberían asegurarse de leer con detenimiento estos documentos, junto con la

orientación actualizada sobre cómo aplicar los criterios.

## Prueba uno

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 15	16 - 31	32 - 45	46 - 56	57 - 67	68 - 78	79 - 90

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- la integración, en particular el uso de métodos de sustitución
- comprender la relación que existe entre los vectores 2D y las representaciones cartesianas
- reconocer la relación que existe entre una función y su inversa
- relacionar modelos vectoriales con situaciones de la vida real
- la búsqueda y la generalización de patrones
- representación gráfica de una función derivada
- razones trigonométricas de ángulos especiales
- habilidades de razonamiento, y responder a preguntas en contextos no tradicionales

### Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- uso de la regla del cociente para las derivadas
- trabajar con funciones cuadráticas (de segundo grado) utilizando la fórmula del vértice y la forma estándar
- hallar el discriminante de una ecuación cuadrática (de segundo grado)
- utilizar las propiedades básicas para evaluar logaritmos
- utilizar las fórmulas del ángulo doble para el coseno
- el producto escalar, y cómo mostrar que dos vectores son perpendiculares
- responder a preguntas realizadas en un contexto sencillo, utilizando un enfoque formulaico

### Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar cada una de las preguntas concretas

#### Pregunta 1: Trigonometría

La mayoría de los alumnos respondieron correctamente los dos apartados de esta pregunta. En el apartado (a), la mayoría de los alumnos recurrieron al teorema de Pitágoras, aunque hubo algunos alumnos que estaban familiarizados con la razón 5:12:13 para triángulos rectángulos, que también era un enfoque aceptable. En el apartado (b), la mayoría de los alumnos utilizaron una de las dos fórmulas del ángulo doble y hallaron correctamente  $\cos 2A$ . Lamentablemente, hubo bastantes alumnos que cometieron errores de tipo aritmético; algunos cometieron el error de limitarse a duplicar

la respuesta dada en el apartado (a). Había un error en el examen francés, en el que la «A» había desaparecido de  $\cos 2A$ . Este error se tuvo en cuenta durante el proceso de calificación, para garantizar que ningún alumno se viera afectado y estuviese en situación de desventaja respecto al resto de idiomas.

### Pregunta 2: Logaritmos

Mientras que la mayoría de los alumnos respondieron correctamente a los tres apartados de los que constaba esta pregunta, hubo algunos que no fueron capaces de evaluar las expresiones tras haber aplicado adecuadamente las propiedades de los logaritmos. Hubo unos pocos alumnos que no parecían saber que las fórmulas necesarias para aplicar las propiedades de los logaritmos se encuentran ahora (desde mayo de 2014) en el cuadernillo de fórmulas.

### Pregunta 3: Funciones inversas

Esta pregunta, para nuestra sorpresa, demostró ser un verdadero desafío para muchos alumnos. A pesar de que un buen número de alumnos respondieron correctamente al apartado (c) (bosquejo del gráfico de la función inversa), les costó mucho más resolver los apartados (a) y (b) de la pregunta. Muchos alumnos parecían desconocer el vínculo que existe entre el recorrido de una función y el dominio de su función inversa. En el apartado (c), hubo unos pocos alumnos que dibujaron aproximadamente el gráfico de  $-f(x)$  o el de  $f(-x)$ , en lugar del de la función inversa.

### Pregunta 4: vectores bidimensionales

A la mayoría de los alumnos se les atragantó el apartado (a) de esta pregunta, lo que parece indicar que desconocían la relación que existe en dos dimensiones entre las componentes cartesianas y las de un vector. En el apartado (b), la mayoría de los alumnos fueron capaces de lograr algunos puntos sustituyendo en la ecuación de la recta bien la pendiente o bien las coordenadas, aunque algunos cometieron luego errores de tipo algebraico que les impidieron obtener la máxima puntuación. El apartado (c) (en el que había que escribir la ecuación vectorial de una recta), parece que fue para los alumnos el apartado más fácil de esta pregunta, a pesar de que muchos de ellos siguen cometiendo el error de escribir que la ecuación es igual a  $L$ , que no es un vector sino el nombre de la recta.

### Pregunta 5: Integración con una condición dada

A pesar de que la mayoría de los alumnos parecían saber lo que tenían que hacer y lo que se les pedía en esta pregunta, al final solo unos pocos fueron capaces de completarla y obtener la máxima puntuación. Hubo muchos alumnos que no supieron cómo integrar la función coseno dada, limitándose a escribir algún tipo de expresión que incluyera un seno. Entre aquellos que sí que

supieron integrar correctamente la función, muchos desconocían el valor de  $\sin \frac{\pi}{6}$ , el cual era necesario para resolver la integral para  $c$ .

### Pregunta 6: Derivadas

Muchos alumnos obtuvieron la máxima puntuación en el apartado (a) de esta pregunta (para lo cual tenían que dibujar aproximadamente el gráfico de la función derivada partiendo del gráfico de  $y = f(x)$ ) y muchos otros fueron capaces de lograr una puntuación intermedia (inferior a la máxima) por mostrar al menos los puntos de corte con el eje  $x$  del gráfico de la función derivada. A pesar de esto, hubo algunos alumnos que dejaron en blanco el apartado (a), o que esbozaron unas funciones totalmente incorrectas. En el apartado (b), aquellos alumnos que consideraron el valor de la función,

el de su derivada primera y el de su derivada segunda en los puntos apropiados consiguieron completar el apartado correctamente. Sin embargo, muchos alumnos parecían estar dando un orden al azar (por si «suenan la flauta»), y dieron respuestas que eran incorrectas.

### Pregunta 7: Progresiones

Esta pregunta supuso todo un desafío para los alumnos, quienes no sabían cómo hallar los términos individuales a partir de las sumas dadas. Aquellos alumnos que simplemente trataron de aplicar una de las fórmulas de la suma de una progresión aritmética o geométrica no consiguieron dar con la respuesta correcta. En ambos apartados de esta pregunta el error más habitual fue suponer que la progresión era puramente aritmética lo que, por supuesto, no condujo a una generalización correcta en el apartado (b). Parecía, en muchos casos, que los alumnos estaban intentando crear sus propios patrones, haciendo suposiciones en vez de buscar el patrón que podían hallar con la información dada.

### Pregunta 8: Funciones cuadráticas

En su conjunto, los alumnos lograron muy buenas puntuaciones en los apartados (a), (b) y (c) de esta pregunta. En el apartado (a), la palabra «valor» pretendía transmitir un «0», pero algunos alumnos escribieron la expresión del discriminante,  $36-12p$ . La mayoría de los alumnos supieron demostrar correctamente que  $p=3$ , aunque hubo algunos que lo resolvieron incorrectamente en sentido inverso («hacia atrás»), utilizando el valor dado de  $p$  en su desarrollo. La mayoría de los alumnos fueron capaces de responder correctamente a los apartados (b), (c) y (d) y utilizaron diversos métodos, todos apropiados, para hallar la coordenada  $x$  del vértice y la solución a  $f(x)=0$ . Sin embargo, muchos obviaron el vínculo que había entre los tres apartados de la pregunta y perdieron tiempo haciendo cálculos adicionales innecesarios en los apartados (c) y (d). Un error habitual en el apartado (d) fue responder  $h=-1$ , en lugar de  $h=1$ . Hubo diversidad de resultados en el apartado (e), en el que muchos alumnos sabían lo que tenían que hacer pero no consiguieron hallar la respuesta correcta debido a errores algebraicos.

### Pregunta 9: Aplicación de los vectores tridimensionales

En el apartado (a), solo unos pocos alumnos supieron cómo hallar la velocidad del avión utilizando el vector director, a pesar de que este concepto se menciona en el programa de estudios. En el apartado (b), hubo muy pocos alumnos que consiguieran la máxima puntuación, aunque la mayoría de los alumnos obtuvieron algún punto al menos. A pesar de que la mayoría de los alumnos se dieron cuenta de que tenían que sustituir  $t=2$  en la ecuación, la aplastante mayoría dieron por

respuesta final  $\begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix}$ , que es el vector de posición del avión al cabo de 2 segundos, o  $\sqrt{173}$ , que es el módulo de dicho vector de posición. En el apartado (c), la mayoría de los alumnos utilizaron correctamente el producto escalar para demostrar que las trayectorias de los dos aviones son perpendiculares entre sí. En el apartado (d), la mayoría de los alumnos sabía cómo empezar el ejercicio, aunque luego los errores algebraicos cometidos les impidieron alcanzar la máxima puntuación. Hubo unos pocos alumnos que resolvieron con éxito la ecuación en  $s$  y  $t$ , pero que luego no respondieron a la pregunta en su totalidad porque les faltó indicar que el avión de José había despegado 3 segundos más tarde que el de Roberto.

### Pregunta 10: Análisis

Para el apartado (a) de esta pregunta los alumnos tenían que utilizar la regla del cociente para obtener la derivada y casi todos ellos lo hicieron correctamente. Solo hubo unos pocos que no mostraron todos los pasos algebraicos necesarios para llegar hasta la respuesta final dada, que es algo que se requiere en una pregunta de tipo «Mostrar que». Por otro lado, el apartado (b) no tuvo una tasa de respuestas correctas tan elevada. En este apartado los alumnos tenían que integrar la función dada mediante sustitución o comparación. Quedó patente que había muchos alumnos que no estaban familiarizados con este nuevo tema del programa de estudios. Unos pocos de estos alumnos parecían tener alguna idea de que la función integrada tenía que contener  $\ln$ , mientras que otros escribieron respuestas absurdas, como limitarse a integrar por separado el numerador y el denominador de la función dada. La mayoría de los alumnos que acometieron el apartado (c) tenían una idea bastante acertada de por dónde empezar, y muchos de los que respondieron correctamente al apartado (b) también obtuvieron la máxima puntuación en el apartado (c). Aquellos que respondieron al apartado (b) incorrectamente por lo general lograron al menos en el apartado (c) algunos puntos por arrastre de error, aunque las respuestas enrevesadas dadas en el apartado (b) a menudo les impidieron acabar el apartado (c).

## Prueba 2

### Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 19	20 - 39	40 - 48	49 - 57	58 - 65	66 - 74	75 - 90

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- Uso eficaz de la calculadora de pantalla gráfica, incluyendo el ir operando y el dar las respuestas con el grado de precisión requerido
- Considerar las respuestas en el contexto proporcionado en la pregunta (tener en cuenta el/los dominios, saber interpretar los valores, pensar si resulta más apropiado dar la respuesta con decimales o con números enteros)
- Transformaciones de funciones trigonométricas
- Teorema del binomio cuando hay implicado un producto
- Aplicaciones de la integración
- Pasar de una distribución de probabilidad a otra

### Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Razones trigonométricas en un triángulo: Teorema del seno y teorema del coseno
- Longitud de un arco y área de un sector circular
- Resolución de ecuaciones exponenciales

### Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar cada una de las preguntas concretas

### Pregunta 1: Arcos y sectores circulares

La mayoría de los alumnos identificaron cuáles eran las fórmulas apropiadas y las utilizaron correctamente.

### Pregunta 2: Volumen de revolución

La mayoría de los alumnos hallaron correctamente los puntos de corte con el eje  $x$ . Muchos fueron capaces de escribir la expresión correcta de la integral para calcular el volumen pero no utilizaron luego la calculadora para hallar fácilmente el valor. En su lugar, trataron de utilizar enfoques «analíticos» (p. ej., desarrollando el cuadrado), a menudo de manera incorrecta.

### Pregunta 3: Modelo de regresión

Resultó sorprendente constatar que un número significativo de alumnos habían tratado de hallar los valores de  $a$  y de  $b$  eligiendo dos puntos de la tabla y resolviendo el sistema de ecuaciones resultante, en vez de utilizar la herramienta de regresión de la calculadora. Hubo muchos alumnos que no fueron capaces de interpretar la pendiente y no tuvieron en cuenta el contexto concreto de la pregunta (p. ej., el «por km») Redondear demasiado pronto las respuestas del apartado (a) con frecuencia condujo a la pérdida de un punto en el apartado (b).

### Pregunta 4: Diagramas de Venn y probabilidad

Algunos alumnos dieron por hecho que los sucesos eran mutuamente excluyentes, por lo que sumaron las probabilidades de  $A$  y  $B$  directamente. Ese fue el motivo por el cual en el apartado (b) 0,9 fue una respuesta bastante frecuente. En cuanto al sombreado correspondiente a  $A \cap B'$  hubo una gran diversidad de respuestas. Aun a pesar del sombreado incorrecto, muchos alumnos fueron capaces de hallar correctamente la probabilidad del apartado (c)(ii), como si no existiera relación alguna entre los apartados (i) y (ii).

### Pregunta 5: Razones trigonométricas en un triángulo

La mayoría de los alumnos supieron qué fórmulas tenían que elegir y las aplicaron correctamente. Un error habitual cometido en el apartado (a) fue dar únicamente la respuesta correspondiente al ángulo agudo o hallar  $131,8$  ( $90^\circ + 41.8^\circ$ ) como valor del ángulo obtuso.

### Pregunta 6: Funciones circulares

Hubo distintos niveles de éxito a la hora de determinar los valores de  $P$ ,  $q$  y  $r$ . En particular, a los alumnos les costó darse cuenta de que el periodo era igual a 24. Aquellos alumnos que calcularon incorrectamente uno o varios de estos valores por lo general tampoco escribieron todas las soluciones que había dentro del dominio dado. Algunos alumnos no captaron la diferencia que hay entre resolver  $f(x) = 7$  y evaluar  $f(7)$ .

### Pregunta 7: Teorema del binomio

Al tratarse de una pregunta no estructurada, muchos alumnos se las vieron y se las desearon para hacer algo más que escribir algunos o todos los términos del desarrollo o que escribir el triángulo de Pascal. Algunos se dieron cuenta de qué término podría conducir al resultado correcto, pero titubearon y fallaron luego con el álgebra y la aritmética. Hubo muy pocos alumnos que incluyeran  $k = -2$  como segunda respuesta.

### Pregunta 8: Modelos exponenciales

En su conjunto, los alumnos respondieron acertadamente a esta pregunta y demostraron disponer de

buenas técnicas. Es importante analizar con detenimiento las respuestas obtenidas en las preguntas con contexto: p. ej., cuándo es apropiado dar un número entero como respuesta o si realmente en el enunciado te pedían dar un valor de ese tipo.

### Pregunta 9: Cinemática

En el apartado (b) la mayoría de alumnos hallaron la respuesta correcta, pero con frecuencia la obtuvieron con unos cálculos/razonamiento incorrectos (p. ej.,  $t^6 - 64 = 0$ ) y, por tanto, perdieron dos puntos. El cálculo de la distancia total recorrida constituyó todo un reto para los alumnos: hubo muchos que trataron de integrar pero, en su lugar, hallaron el desplazamiento. La mayoría de los alumnos derivaron correctamente la velocidad, pero hay que ser tener cuidado a la hora de demostrar todos los procedimientos algebraicos empleados para obtener la respuesta dada. De modo similar, los intentos hechos en el apartado (e) carecían con frecuencia de cálculos/razonamientos/explicaciones que los respaldaran (p. ej., un gráfico) y las respuestas se dieron sin tener en cuenta cuál era el dominio restringido que se especificaba en la pregunta.

### Pregunta 10: Probabilidad

La probabilidad simple se abordó acertadamente e, incluso cuando utilizaron valores incorrectos procedentes del apartado (a), los alumnos sabían lo que tenían que hacer. La mayoría de los alumnos se dieron cuenta de que en el apartado (a)(ii) había que utilizar probabilidad condicionada, aunque para hallar la intersección de  $H > 60$  y  $H > 70$  muchos alumnos dieron por hecho que los sucesos eran independientes y, por consiguiente, multiplicaron las probabilidades. Se concedieron algunos puntos por mencionar la probabilidad binomial en el apartado (c) o por interpretar correctamente  $X \geq 25$ , pero casi ningún alumno obtuvo la máxima puntuación.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos – Pruebas 1 y 2

### General

Los profesores tienen que asegurarse de que están familiarizados con todos los cambios introducidos para mayo de 2014. Esto incluye el programa de estudios y los enfoques de la enseñanza y el aprendizaje, así como los términos de instrucción y el nuevo cuadernillo de fórmulas. En todos los exámenes hubo indicios de que no todos los cambios se habían tenido en cuenta. Toda la información relativa a estos cambios está disponible en el CPEL.

Algunos profesores comentaron que las preguntas que requieren una cierta investigación no resultan adecuadas para un examen donde el alumno dispone de tiempo limitado para responder, sino que se trata del tipo de preguntas utilizadas en las antiguas carpetas de la Evaluación Interna. Sin embargo, tal y como aparece en la página 11 de la Guía de Matemáticas NM, hay que reconocer que dichas preguntas forman parte de la nueva asignatura, y que un enfoque del aprendizaje basado en la indagación es una pieza clave de la enseñanza de esta asignatura. A pesar de que los autores de las pruebas son conscientes de la limitación temporal inherente a estos exámenes, también es cierto que aquellos alumnos a los que les han enseñado y formado para elaborar y justificar conjeturas estas preguntas les resultarán más accesibles.

Los alumnos tienen que estar familiarizados con el vocabulario y con los conceptos subyacentes, en vez de limitarse a practicar rutinas y procesos estándar. Se debería alentar a los alumnos a que, antes de comenzar a hacer cálculos, lean cada pregunta con detenimiento y se planteen qué datos les han proporcionado en la pregunta y qué se les pide que hagan. Queda claro que los alumnos se sienten mucho más cómodos con aquellas preguntas en las que pueden limitarse a coger el cuadernillo de fórmulas y sustituir los datos en una fórmula. Por ejemplo, muchos alumnos suelen recurrir a las fórmulas cuando se topan con preguntas sobre probabilidad condicionada, pero pocos

tienen la comprensión conceptual necesaria para ir más allá de lo que aparece en el cuadernillo de fórmulas.

Por ello, los alumnos han de tener acceso a exámenes y esquemas de calificación de años anteriores, y se les debe animar a que los utilicen para practicar. Leer el esquema de calificación puede ayudarles tanto a los alumnos como a los profesores a comprender qué se les pide que hagan dependiendo de cuál sea el término de instrucción utilizado; por ejemplo, «Escriba...», «Halle...», «Muestre que...» o «A partir de lo anterior...».

Se les debería alentar a los alumnos a que muestren todo el desarrollo de cada ejercicio (razonamiento, cálculos, etc.) de una manera cuidada, ordenada y bien organizada y utilizando la notación matemática apropiada. En este sentido, el estar familiarizados con el formato de cada prueba de examen les servirá de gran ayuda a los alumnos. Si se comete un error, lo mejor es trazar simplemente una «X» o una línea tachando todas las operaciones descartadas.

### Prueba 1

En general, para las preguntas de esta prueba no se requería mucha manipulación aritmética o algebraica, pero sí que era necesaria una buena comprensión de los conceptos. Aquellos alumnos que entendieron los conceptos fueron capaces de responder a las preguntas con una cantidad de trabajo mínima. Lamentablemente, aquellos alumnos que no entendieron bien los conceptos con frecuencia acabaron atascándose en desarrollos enrevesados e innecesarios, los cuales, en la mayoría de los casos, no les condujeron a ninguna respuesta.

### Prueba 2

En la prueba 2 no solo está permitida sino que es necesario utilizar la calculadora de pantalla gráfica. A los alumnos se les debería instar a que se plantearan, a la hora de responder a una pregunta dada de la Prueba 2, si el uso de la calculadora de pantalla gráfica resulta adecuado. A pesar de que las habilidades básicas en el manejo de la calculadora de pantalla gráfica (CPG) están mejorando, todavía hay alumnos que optan por un enfoque analítico en vez de decantarse por un enfoque más eficiente basado en la CPG; por ejemplo, cuando se trata de integrales definidas, de evaluar derivadas numéricamente, de resolver ecuaciones, etc. Los métodos alternativos elegidos con frecuencia les llevan a cometer errores algebraicos simples y les hacen perder un tiempo valioso. Habría que recalcar que una vez que se ha obtenido una ecuación no es necesario realizar ningún desarrollo algebraico adicional para respaldar una respuesta. Los profesores deberían hacer más hincapié en integrar el uso de los medios tecnológicos como herramienta para el aprendizaje y para una mejor comprensión de los conceptos clave, así como para la resolución de problemas, pues ayudan a comunicar con claridad las soluciones. A muchos alumnos les sigue costando saber qué cálculos/razonamientos han de mostrar por escrito cuando utilizan medios tecnológicos. «Lo he hallado utilizando la calculadora de pantalla gráfica» no es una explicación válida. Asimismo, se debería desaconsejar el uso del lenguaje típico de las calculadoras en el desarrollo del ejercicio.

Los alumnos siguen perdiendo puntos cuando se les pide que dibujen aproximadamente un gráfico, pues hacen bosquejos deficientes donde no muestran las características requeridas. Esto, en principio, parece un obstáculo fácil de superar: practicando con más frecuencia durante las clases, cuando surja la necesidad. Sin embargo, a los alumnos hay que enseñarles que no deben limitarse a transcribir los gráficos de la calculadora de pantalla gráfica sin antes pararse a pensar cuáles son las características clave y el comportamiento de las funciones representadas. Se les debería alentar a utilizar las herramientas de la calculadora de pantalla gráfica más apropiadas: aquellas que les permitan hallar y rotular las características clave de los gráficos.

Los alumnos deben asegurarse de que la calculadora de pantalla gráfica que utilicen esté en el modo correcto (p. ej., radianes o grados) Aquellos valores numéricos que vayan a necesitarse en apartados posteriores de la pregunta se tienen que guardar en la memoria de la calculadora de pantalla gráfica en formato «long» (el más preciso). El utilizar valores que no tengan la precisión requerida o que se hayan redondeado antes de tiempo puede hacer que las respuestas finales que se obtengan sean incorrectas.

