

MATEMÁTICAS NM

Bandas de calificación de la asignatura

Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 19	20 - 38	39 - 54	55 - 64	65 - 75	76 - 85	86 - 100

Variantes regionales de las pruebas de exámenes

Con el fin de proteger la integridad de los exámenes, se está haciendo cada vez más uso de las variantes regionales de los exámenes. El uso de estas variantes del mismo examen implica que los alumnos de una región del mundo no siempre estarán rindiendo la misma prueba que los alumnos de otras regiones. Se aplica un riguroso proceso para poder asegurar que las pruebas son comparables en cuanto a su nivel de dificultad y al contenido que evalúan, y se toman medidas para garantizar la aplicación de los mismos estándares en la evaluación de los exámenes correspondientes a las diferentes versiones de las pruebas. Para la convocatoria de mayo de 2011, el BI ha elaborado variantes regionales de las pruebas de Matemáticas NM.

Comentarios generales

Muchas gracias a los profesores que realizaron comentarios críticos acerca del examen, a través de los formularios G2. Estos fueron leídos por el equipo examinador, antes de establecer las bandas de calificación, y proveyeron puntos de discusión útiles y a menudo perceptivos para ser considerados, tanto en esta reunión evaluativa (de “Grade Award”) como en la elaboración de exámenes a futuro. Este informe alude a muchos de los puntos que allí surgieron, respecto de las preguntas individuales.

Evaluación interna del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 7	8 - 13	14 - 19	20 - 23	24 - 28	29 - 33	34 - 40

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

La inmensa mayoría del trabajo presentado provino del conjunto de tareas desarrolladas por el BI. La mayor parte de los colegios parece haber estado al tanto del requerimiento de utilizar tareas nuevas para esta convocatoria. Unos pocos colegios presentaron tareas anteriores, que ya no pueden ser utilizadas para la carpeta, y consecuentemente, los alumnos fueron

penalizados. Una cantidad muy reducida de profesores presentaron tareas diseñadas por ellos mismos. Estas variaban en calidad, pero había entre ellas algunas muy buenas. Otras carecían de la profundidad necesaria para una tarea para la carpeta y no permitían que el alumno alcanzara buen rendimiento en todos los niveles de los criterios.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Criterio A

En términos generales, los alumnos y los profesores están esforzándose por usar notación correcta. Sin embargo, a pesar de la cantidad de años en que se han realizado comentarios sobre el uso inapropiado de notación de computadora o calculadora, persiste una minoría de colegios que no penaliza estos errores. Con frecuencia, los moderadores han observado que el profesor había realizado un comentario en el trabajo del alumno, señalando que estas notaciones eran incorrectas, pero no había aplicado penalización alguna.

Los moderadores también están observando una creciente prevalencia de lenguaje informal para describir términos y operaciones matemáticas. Uno de los objetivos de estas tareas es el de mejorar el nivel del uso de lenguaje y terminología matemáticos. Los profesores deberían estar atentos a la confusión entre “cuadrática” y “exponencial”, “curva” y “recta”, “variable” y “parámetro”, etc.

Criterio B

La inmensa mayoría del trabajo presentado estaba bien comunicado. Algunos problemas que persisten incluyen el rotulado inadecuado de gráficas, el uso del formato de tipo “pregunta y respuesta”, la descripción exageradamente detallada de los pasos seguidos en la calculadora, y el uso de apéndices para incluir gráficas y tablas que deberían figurar en el cuerpo del trabajo. En algunas tareas –por ejemplo, la tarea de “Números estelares”– no solo se recomienda, sino que se requiere el uso de diagramas adecuados. A menudo, los alumnos hacían aseveraciones acerca del número de puntos que aparecían en determinada etapa del patrón, sin ningún tipo de evidencia –en forma de diagrama claro– que apoyara la afirmación.

Criterio C

Tipo I

Si bien en estas tareas la mayoría de los alumnos pudo descubrir con éxito patrones adecuados, las proposiciones resultantes a menudo surgían de la nada, con poco o ningún análisis o ejemplificación que las fundamentaran. Los profesores deberían tomar nota de que los resultados presentados sin la fundamentación adecuada no pueden ser aceptados. Una vez presentada una proposición, el alumno debe usar nuevos ejemplos adicionales que validen la conjetura. Muchos usaron los mismos valores que habían utilizado como punto de partida para desarrollar la proposición, que obviamente la satisfarán.

Tipo II

Hubo una mejora en la calidad del trabajo presentado, en lo que hace a la definición y el establecimiento de variables, restricciones y parámetros. Sin embargo, muchos alumnos le dan poca importancia a este aspecto y dan mucho por sentado. Como ocurre con las tareas de Tipo I, debe existir un análisis lo suficientemente profundo como para justificar el modelo propuesto. Los profesores deberían ser conscientes de que el uso de técnicas de regresión, que

desarrollan la función modelo por medio de la calculadora, limitará la puntuación en el criterio C al nivel 2. En algunos casos, los alumnos utilizaban la regresión para hallar un modelo adecuado y luego trabajaban “de atrás para adelante” para mostrar algún análisis que “condujera” a este modelo. Esto resulta inadecuado y debe ser considerado como si solamente se utilizara la regresión.

En la tarea “Tendencias demográficas en China”, muchos alumnos utilizaron solamente un modelo lineal. Si bien los datos parecen ciertamente lineales, los alumnos deberían darse cuenta de que es improbable que un modelo lineal resulte adecuado para el largo plazo. Se deberían considerar y desarrollar también otros modelos.

Es suficiente una consideración cualitativa del ajuste de la función a los datos, siempre que haya algo de sustancia en los comentarios realizados. Comentarios del tipo “se ajusta bien” poco dicen y no alcanzan para lograr el nivel 4. No se pretende que el error sea medido de forma alguna.

La aplicación del modelo desarrollado analíticamente a un nuevo conjunto de datos y la realización de comentarios acerca del ajuste del modelo a los nuevos datos es suficiente para lograr el nivel 5. Los alumnos modificarán su modelo a fin de mejorar el ajuste, y esto se tiene en cuenta en el criterio D.

Criterio D

Tipo I

Muchos alumnos obtienen buenos resultados y presentan argumentos admirables para justificar los valores adecuados o para explicar el comportamiento observado. Sin embargo, para lograr los niveles más altos en el criterio D, los resultados obtenidos deben estar basados en un razonamiento sólido. Una proposición general que surge de la nada no puede considerarse más que un intento por lograr lo que se busca. Algunos alumnos siguen limitando la discusión sobre el alcance y las limitaciones a las observaciones más superficiales. Si bien puede parecer obvio que determinado valor solamente puede ser, por ejemplo, un número natural, el alumno debería verificar si otros valores satisfacen o no la proposición general, y lo que esto implica. A los alumnos también les resulta difícil brindar explicaciones informales acerca de sus proposiciones. Esto puede a veces consistir en un argumento algebraico o sencillamente en una serie de diagramas claramente dibujados, que indiquen la progresión de una estructura geométrica.

Tipo II

La debilidad más obvia en el criterio D fue la de no considerar el contexto real. Muchos alumnos realizan un excelente desarrollo en lo matemático, pero se olvidan de volver a relacionar las gráficas y las funciones con el contexto de la tarea. Una tarea acerca de la fuerza G debería ser considerada en términos de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo humano en diferentes circunstancias, no simplemente de los valores crecientes o decrecientes de las variables o el comportamiento asintótico de las gráficas. El trabajo de mejor calidad a menudo incluía la consideración reflexiva acerca de por qué podría haber una asíntota en el modelo para la fuerza G, o por qué había un cambio bastante abrupto en la tendencia demográfica de China.

Criterio E

Tanto el acceso a la tecnología como la calidad de la misma han ido en aumento, a punto tal que su uso se ha transformado en moneda corriente. Lamentablemente, los moderadores encuentran que los profesores no les informan con el suficiente detalle acerca de la disponibilidad de tecnología con que cuenta el colegio. A menudo se otorgaron puntuaciones altas en el criterio E cuando no existía evidencia sustantiva, ni en el trabajo ni en la información adicional provista. Aun en las tareas de tipo I, a menudo pueden usarse medios tecnológicos para producir resultados para mayor cantidad y magnitud de las variables o para presentar gráficas que fundamenten la conjetura. En las tareas de tipo II, pueden utilizarse gráficas múltiples para mostrar evidencia de la evolución de transformaciones que conducen a una función de mejor ajuste, o para comparar varias funciones a la vez.

Criterio F

En general, este criterio fue bien evaluado. La mayoría de las puntuaciones se otorgaron, correctamente, en el nivel F1. Se recuerda a los profesores que los niveles 0 y 2 se reservan para un trabajo que se ubica en ambos extremos: totalmente inaceptable o particularmente notable.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Los profesores deben resolver las tareas previamente, para tener una buena idea de las posibilidades y de qué esperar de sus alumnos. Estarán así mejor preparados para ayudar a sus alumnos a entender los criterios y para saber cómo pueden los alumnos acceder a los niveles de logro más altos. En este sentido, pueden utilizarse como práctica las tareas anteriores, que ya no se aceptan en la entrega final. La incorporación de pequeñas partes de estas tareas a las clases puede focalizar la atención en las habilidades y los conceptos aplicados. Esto es particularmente importante en el momento de enseñarles a los alumnos a desarrollar analíticamente un modelo o a validar correctamente una conjetura. Los profesores deberían tomarse el tiempo de enseñar el uso efectivo de cualquier *software* que pudiera resultar útil.

La lectura de este informe puede darles a los profesores y los alumnos una idea más clara de lo que se espera y de los aspectos que se deben tener en cuenta.

Comentarios adicionales

Siempre que las tareas sean adaptadas o auto-diseñadas, los profesores deberían tratar de evitar extensiones que incrementen considerablemente el trabajo esperado del alumno. El trabajo adicional a menudo es demasiado para los alumnos.

Cuando hay más de un profesor en un colegio, es esencial que estandaricen su corrección, a fin de asegurarse de que el enfoque sea coherente y adecuado. También se anima a los profesores a desempeñarse ellos mismos como moderadores de la evaluación interna. De esta manera, pueden verse expuestos a trabajo de diferentes niveles realizado por alumnos de todo el mundo y aprender, en el proceso, cómo mejorar su propia enseñanza.

Prueba 1 del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 18	19 - 36	37 - 51	52 - 60	61 - 70	71 - 79	80 - 90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- la comprensión de los diagramas de Venn
- la aplicación de las reglas de los logaritmos
- la transformación de funciones
- la cinemática
- el área entre dos funciones con diferentes límites
- hallar el rango total de dos conjuntos de valores
- hallar los parámetros de una función trigonométrica
- la manipulación algebraica

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

En esta convocatoria, los alumnos parecen haber sido expuestos a la mayor parte de las áreas del programa, y la mayoría de los alumnos pudo abordar con relativo éxito todas las preguntas. Algunos temas fueron muy bien resueltos por la mayoría de los alumnos:

- progresiones y series aritméticas
- operaciones con vectores
- uso de la regla del cociente en la derivación
- hallar e interpretar las raíces de una función
- manipulación básica de una ecuación cuadrática
- aplicar el modelo de la función coseno a una situación de la vida real

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Esta pregunta fue bien resuelta por la gran mayoría de los alumnos. Los pocos errores que hubo se debieron o bien al reemplazo incorrecto en la fórmula o bien sencillamente a errores aritméticos. Aun en los casos en los que cometían errores, en general los alumnos pudieron luego obtener, por el criterio de arrastre de error (“follow through”), todos los puntos disponibles en los apartados subsiguientes de la pregunta.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos pudo hallar los valores correctos para el diagrama de Venn. Lamentablemente, sin embargo, hubo muchos alumnos que no entendieron lo que representa cada región del diagrama. Por ejemplo, un error muy común fue pensar que $P(B) = p$, en

lugar de que $P(B) = p + n$, como correspondía. En el apartado (b), los alumnos parecían entender la idea de complemento, pero algunos no pudieron hallar el resultado correcto debido a su confusión acerca de la separación de las diferentes regiones en el diagrama.

Pregunta 3

Esta pregunta referida a vectores en dos dimensiones fue, en general, muy bien resuelta. Un número muy pequeño de alumnos tuvo problemas con el “compruebe que” del apartado (b) de la pregunta. Casi todos los alumnos sabían que debían usar el producto escalar en el apartado (c), para demostrar que dos vectores son perpendiculares.

Pregunta 4

La mayoría de los alumnos usó con éxito la regla del cociente y obtuvo la mayor parte de los puntos correspondientes a esta pregunta. Sin embargo, hubo una gran cantidad de alumnos que reemplazó correctamente en la regla del cociente, pero luego cometió errores en la simplificación de esta expresión. Estos errores algebraicos les impidieron a los alumnos obtener el último punto, correspondiente a la respuesta final correcta. Algunos alumnos intentaron utilizar la regla del producto, pero en general lo hicieron con menos éxito que aquellos que usaron la del cociente. Resultó gratificante observar que la mayoría de los alumnos conocía los valores correctos para el seno y el coseno de cero.

Pregunta 5

Esta pregunta fue muy mal resuelta por la mayoría de los alumnos. Si bien, en el apartado (a), los alumnos parecían tener una vaga idea de cómo aplicar las reglas de logaritmos, muy pocos lo hicieron con éxito. El error más común en el apartado (a) fue partir, incorrectamente, de $\ln 5x^3 = 3\ln 5x$. Este error a menudo fue seguido de otros. En el apartado (b), muy pocos alumnos pudieron describir la transformación como una traslación vertical. Muchos alumnos intentaron describir numerosas transformaciones incorrectas, y algunos dejaron el apartado (b) totalmente en blanco.

Pregunta 6

Si bien hubo una gran cantidad de alumnos que resolvió correctamente ambos apartados de esta pregunta, en el apartado (a) un número sorprendente no supo hallar el rango de los 200 peces. Algunos errores comunes fueron hallar el rango de los peces macho y hembra por separado, o hallar el promedio de los rangos de peces macho y peces hembra.

Algunos alumnos no interpretaron correctamente las gráficas de frecuencias acumuladas, o parecieron simplemente adivinar cuál gráfica era la correcta. La “estimación” incorrecta más común fue la gráfica 4, probablemente porque era la que tenía una forma más parecida a la de frecuencias acumuladas.

Pregunta 7

En el apartado (a), la mayoría de los alumnos utilizó bien la determinante y halló bien el valor de x . Muchos alumnos resolvieron bien el apartado (b), a partir de una variedad de métodos. Algunos no obtuvieron la puntuación máxima, debido a errores cometidos en la matriz inversa.

Pregunta 8

La mayoría de los alumnos parecía saber lo que significaba la tangente a la gráfica en el apartado (a), pero hubo muchos que no mostraron el desarrollo completo de su resolución, que, obviamente, resulta necesario en una pregunta de tipo “compruebe que”. Si bien muchos alumnos sabían que precisaban hallar la derivada de f , algunos no reemplazaron el valor dado de x , para hallar la pendiente de la tangente.

El apartado (b) (hallar la intersección con el eje x) fue bien resuelto por casi todos los alumnos.

En el apartado (c), a la mayoría de los alumnos les costó mucho escribir una expresión para el área de R . Muchos intentaron utilizar la diferencia entre dos funciones sobre el intervalo 0-1, sin percatarse de que el área de 0 a 0,5 sólo requería el uso de la función f . Muchos de estos alumnos pudieron luego obtener puntos sobre la base del arrastre de error (“follow through”), por integrar correctamente en la segunda parte de (c). Hubo algunos alumnos que hallaron con éxito el área bajo la recta como el área de un triángulo.

Pregunta 9

Los apartados (a) y (c) de esta pregunta fueron muy bien resueltos por la mayoría de los alumnos.

En el apartado (b), muchos alumnos intentaron utilizar el método de completar el cuadrado, pero no supieron manejar el coeficiente de -10 . Los alumnos que reconocieron que la coordenada x del vértice era 1 y luego reemplazaron este valor en la función del apartado (a) en general obtuvieron aquí la puntuación máxima.

En el apartado (d), quedó claro que muchos alumnos no estaban familiarizados con la relación entre velocidad y aceleración, y no entendían cómo se relacionaban estos conceptos con la gráfica dada. En el apartado (b)(ii), una gran cantidad de alumnos tomó $t = 1$, en lugar de $t = 6$. Para hallar la aceleración, algunos alumnos intentaron integrar la función velocidad, en lugar de buscar la derivada de la velocidad. Otros hallaron la derivada en el apartado (b)(i), pero no se dieron cuenta de que la debían usar en el apartado (b)(ii) también.

Pregunta 10

Casi todos los alumnos resolvieron correctamente el apartado (a), hallando la altura de la noria para $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ de revolución.

Si bien muchos alumnos resolvieron con éxito el apartado (b), hubo muchos que intentaron utilizar triángulos rectángulos o hallar una función para la altura, en lugar de reconocer la simetría de los diferentes puntos de la noria y utilizar los valores dados en la tabla.

En el apartado (c), la mayoría de los alumnos pudo dibujar una representación bastante precisa de la altura de la noria a lo largo de dos ciclos completos. Sin embargo, parece que muchos alumnos no están familiarizados con la forma de una curva sinusoidal, ya que muchas de las gráficas consistían en segmentos de recta, en lugar de una curva.

Para el apartado (d), los alumnos tuvieron menos éxito en la búsqueda de los parámetros de la función coseno. Aun los alumnos que dibujaron gráficas precisas no siempre pudieron relacionar su gráfica con la función. Estos alumnos entendían el contexto del problema (que la posición en la noria sube y baja) pero no lo relacionaban con una función trigonométrica. Solo una pequeña cantidad de alumnos reconoció que el valor de a sería negativo. Los alumnos

deberían saber que si bien puede ser aceptable trabajar en grados, se espera que en este tipo de problemas se utilicen radianes.

Prueba 2 del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 17	18 - 35	36 - 50	51 - 59	60 - 67	68 - 76	77 - 90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- distribución normal
- vectores directores
- reconocer la distribución binomial
- usar la calculadora para resolver ecuaciones algebraicamente complicadas
- preguntas del tipo “compruebe que”

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Los alumnos demostraron un buen nivel de comprensión y conocimiento en la mayoría de los temas. Las fortalezas incluyeron:

- funciones
- dibujar gráficas, utilizando el dominio correcto
- incluir gráficas aproximadas para fundamentar las resoluciones realizadas con la calculadora
- teorema del binomio
- matrices
- trigonometría del triángulo
- mostrar todo el procedimiento desarrollado para cada pregunta

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Funciones inversas y compuestas

La mayoría de los alumnos manejó con soltura esta pregunta. Algunos no estaban familiarizados con la notación de funciones compuestas, y supusieron que $(f \circ g)(x)$ requería hallar la composición y luego multiplicarla por x . Otros malinterpretaron el apartado (b) y

hallaron la función recíproca o la derivada, mostrando que no estaban familiarizados con la notación de función inversa.

Pregunta 2: Gráfica de una función y hallar la intersección

Esta pregunta fue bien resuelta por la mayor parte de los alumnos. La mayoría dibujó una curva aproximadamente correcta en el dominio dado, aunque algunos no se dieron cuenta de que debían configurar sus calculadoras en modo radianes, y obtuvieron una gráfica carente de sentido. Los alumnos deben saber que, a menos que se especifique lo contrario, se esperará que utilicen radianes en la resolución de las preguntas. Los alumnos de mayor habilidad usaron una tabla auxiliar para dibujar la gráfica. Aunque la mayoría reconoció la necesidad de utilizar la calculadora para resolver el apartado (b), algunos usaron la función “trace”, y obtuvieron consecuentemente un resultado inexacto, mientras que otros intentaron, infructuosamente, un método analítico. Indicar simplemente “usando la calculadora” no constituye evidencia suficiente de método; una gráfica aproximada o una ecuación igualada a 0 son ejemplos de evidencia adecuada.

Pregunta 3: Hallar un término específico en un desarrollo binomial

La mayoría de los alumnos abordó esta pregunta y muchos tuvieron bastante éxito en su resolución. Una cantidad de alumnos dedicó tiempo a escribir el desarrollo completo del triángulo de Pascal. Algunos errores comunes fueron un resultado de 11 en el apartado (a) y no escribir la forma simplificada en el apartado (b). Otro error común en este apartado fue sumar las partes del término en lugar de multiplicarlos.

Pregunta 4: Inversa de una matriz de 3×3 y ecuación matricial

La mayoría de los alumnos resolvió el apartado (a) sin dificultad, aunque algunos escribieron la traspuesta de la matriz M . Los candidatos bien preparados entendieron claramente los requerimientos de la calculadora en el apartado (b), y hallaron sin problemas la inversa de la matriz, resolvieron la ecuación matricial y obtuvieron la matriz de 3×1 correcta. En algunos casos, la respuesta correcta surgía de un desarrollo en el que las matrices estaban invertidas. Los que intentaron resolver el sistema analíticamente en general se enfrentaban con dificultades algebraicas. Algunos alumnos no entendieron lo que se pedía en el apartado (c) y reemplazaron las soluciones de la matriz en el sistema lineal pero no especificaron las coordenadas.

Pregunta 5: Trigonometría en triángulos no rectángulos

Esta pregunta fue resuelta de manera satisfactoria. Aun los alumnos más flojos obtuvieron aquí algunos puntos y mostraron procedimientos claros. En el apartado (a), el diagrama fue completado bastante bien; algunos alumnos rotularon mal el ángulo con la vertical, marcándolo como de 4° . La regla del coseno fue aplicada satisfactoriamente en el apartado (b), aunque algunos alumnos utilizaron sus calculadoras incorrectamente, en modo radianes. Se vieron métodos que combinaban la regla del seno con trigonometría del triángulo rectángulo, especialmente cuando el alumno había rotulado incorrectamente el camino de 25 m como la distancia de la horizontal hasta U.

Pregunta 6: Distribución normal

Esta pregunta resultó complicada para muchos alumnos. Un número sorprendente no utilizó la simetría de la curva normal para hallar la probabilidad pedida en (a). Si bien muchos alumnos pudieron plantear una ecuación estandarizada en (b), fueron muchos menos los que pudieron

usar el complemento para hallar el valor de z correcto. Otros tomaron 0,8 como el valor de z . Se observó frecuentemente una confusión, al abordar los apartados (a) y (b), entre usar una probabilidad o un valor z . Además, muchos alumnos se mostraron inseguros en cuanto a la notación adecuada para este problema, que les hubiera permitido mostrar mejor su método.

Pregunta 7: Integración

Si bien un buen número de alumnos reconoció la necesidad de integrar, muchos no aplicaron correctamente en la integración la reversa de la regla de la cadena. Si bien algunos alumnos no escribieron la constante de integración, muchos sí lo hicieron, obteniendo así puntos adicionales por aplicación del criterio de arrastre de error (“follow through”), aun a partir de una integral incorrecta. Los alumnos más flojos a veces sustituyeron $x=1$ en $\frac{dy}{dx}$ o intentaron trabajar con la ecuación de la recta tangente, y no obtuvieron ningún punto.

Pregunta 8: Ecuación vectorial de la recta, ángulo e intersección

En general, el procedimiento para hallar \vec{AB} fue bien realizado, aunque algunos alumnos invirtieron la resta. Sin embargo, en el apartado (b), no todos los alumnos reconocieron que \vec{AB} era el vector director de la recta, ya que algunos utilizaron el vector posición del punto B como vector director. Muchos alumnos usaron con éxito el producto escalar y las magnitudes en el apartado (c), aunque un grupo numeroso eligió vectores que no eran los vectores directores y muchos no mostraron claramente con qué vectores estaban trabajando. Los alumnos que habían demostrado sentirse cómodos en los primeros tres apartados a menudo tuvieron poca dificultad con el último. Si bien los sistemas resultantes eran de fácil resolución algebraica, un número sorprendente de alumnos no verificó sus soluciones, ya fuera a mano o mediante medios tecnológicos. Un error que se vio ocasionalmente en el último apartado fue el de usar un punto medio para hallar C. Algunos alumnos hallaron el punto de intersección en el apartado (c) en lugar de en el (d), reflejando familiaridad con el tipo de pregunta pero falta de comprensión de los conceptos involucrados.

Pregunta 9: Probabilidad binomial

Todos los alumnos, salvo los más flojos, obtuvieron la puntuación máxima en los apartados (a) y (b). Un error ocasional en el apartado (a) fue el de incluir pares adicionales o escribir dos veces el par (3,3). A muchos alumnos les resultó complicado el apartado (c), porque no reconocieron la probabilidad binomial. Los alumnos que llegaron al resultado correcto en general usaron la función CDF de la opción binomial o la suma de dos probabilidades binomiales. Algunos usaron métodos tales como la multiplicación de probabilidades o diagramas arbolares, pero tuvieron menos éxito.

Pregunta 10: Trigonometría

Como era de esperarse, por ser la última de la prueba, esta pregunta resultó complicada para la mayoría de los alumnos. En general, todos intentaron resolver el apartado (a), pero a menudo sin método ni razonamiento claro. A muchos alumnos les costó presentar sus ideas de manera clara y organizada. Algunos intentaron un método “de atrás para adelante”, al que no se le otorgó punto alguno. En el apartado (b), la mayoría de los alumnos entendió lo que se pedía y planteó una ecuación, pero muchos no hicieron uso de la calculadora, sino que intentaron resolverla algebraicamente, lo cual no llevó al resultado correcto. Un error común fue el de hallar una segunda solución, fuera del dominio. Un número gratificante de alumnos de mayor habilidad resolvió satisfactoriamente el apartado (c), reconociendo la necesidad de considerar el punto extremo del dominio y/o el valor máximo de la función área (hallado

gráfica, analítica y a veces geoméricamente). Sin embargo, resultó evidente, a partir del trabajo de los alumnos y de los comentarios de los profesores, que algunos alumnos no entendieron la forma en que estaba redactada la pregunta. Esto se ha tenido en cuenta, para la redacción de pruebas a futuro.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Los profesores deben asegurarse de exponer a sus alumnos a todas las áreas del programa. Resultó evidente que esto no siempre había sido así, ya que algunos alumnos dejaron preguntas sin resolver o dieron respuestas que no tenían ningún sentido. Con demasiada frecuencia, queda claro que los alumnos no reciben una preparación completa en las áreas de vectores y probabilidades. Debería observarse que el número de horas recomendado para la enseñanza de probabilidades y estadística es sustancial y casi igual al de análisis.

También resulta de ayuda a los alumnos estar familiarizados con el cuadernillo de información. Sin embargo, no alcanza con solo conocer estas fórmulas. Los alumnos deben saber en qué tipo de situación se usan. Luego también deben saber qué representan los valores que utilizan y cómo manipular y trabajar adecuadamente con estas fórmulas.

El practicar con preguntas del estilo de la prueba, bajo condiciones similares a las del examen (en lo que se refiere al tiempo disponible) puede ser útil para los alumnos. Si bien la mayoría de los alumnos parece haber podido terminar el examen, hubo muchos que parecen haber tenido que apurarse mucho hacia el final, y algunos dejaron la última parte en blanco, presumiblemente por falta de tiempo. Los alumnos deben entender que no necesitan invertir demasiado tiempo en una pregunta que vale 1 o 2 puntos, y que una pregunta que vale 9 puntos en general les llevará más tiempo y requerirá que muestren un desarrollo más detallado. También sería útil si los alumnos pudieran resolver pruebas de práctica y luego reflexionar sobre lo que han hecho, considerando los requerimientos de cada término de examen y el uso que han hecho del tiempo, en relación con la cantidad de puntos que vale cada pregunta.

Algunos profesores manifestaron preocupación porque a algunas preguntas parecía haberseles adjudicado demasiados puntos. Durante el proceso de preparación del examen, los puntos se adjudican cuidadosamente, sobre la base de la cantidad de trabajo que requiere la resolución. Se debería alentar a los alumnos a mostrar el procedimiento completo, dado que una respuesta incorrecta acompañada del desarrollo completo puede obtener la mayor parte de los puntos.

Los alumnos deberían estar familiarizados con los términos de examen y entender lo que se requiere. Muchos alumnos no comprenden bien el término de examen “compruebe que”. Dado que esta no es una instrucción obvia, resulta útil exponerlos a esta terminología a lo largo de los dos años que dura el curso, para familiarizarlos con su significado.

Algunos alumnos no parecen estar al tanto del requerimiento de las tres cifras significativas; esto requiere énfasis sostenido durante el curso.

Los profesores deberían recordarles a los alumnos que es importante utilizar notación apropiada cuando escriben sus procedimientos, ya que esto hace que sea más fácil entenderlos. Con frecuencia los examinadores han observado que los alumnos de mayor habilidad tienden a resolver las preguntas de manera más organizada. En este nivel, la comunicación deficiente del desarrollo matemático puede causarles problemas a los alumnos. Se anima a los profesores a perseverar en subrayar la importancia de usar lenguaje apropiado

y de plantear correctamente las resoluciones, de evitar la notación y el lenguaje propios de la calculadora y de numerar las respuestas a las preguntas y sus apartados.

Se debería alentar a los profesores a brindarles a sus alumnos más oportunidades de desarrollar la calidad de sus explicaciones y sus justificaciones de resultados matemáticos importantes. Diseñar el curso de manera tal que los alumnos tengan suficiente tiempo como para desarrollar la comprensión conceptual, en conjunto con la buena técnica. Fomentar la comprensión mediante la lectura y la comunicación de lenguaje matemático apropiado. Exponer a los alumnos a aplicaciones matemáticas, tanto en contextos familiares como nuevos, especialmente en las áreas de trigonometría y cálculo.

En los problemas de vectores, los alumnos deberían desarrollar la comprensión de las técnicas y se los debería alentar a indicar claramente qué vectores están usando cuando hallan el ángulo entre dos rectas.

Se alienta a los profesores a asegurarse de que sus alumnos estén familiarizados con todas las habilidades y las técnicas del uso de la calculadora que se encuentran en la guía y en el material de ayuda al profesor referido a la calculadora. Esto se puede lograr incorporando la calculadora a las clases, para aumentar la comprensión de la mayoría de los temas del programa. Se les debería enseñar no simplemente a transcribir gráficas de la pantalla de la calculadora, sin considerar su conocimiento intrínseco de las características y los comportamientos de las funciones.

Los alumnos deben saber que no todas las ecuaciones pueden ser resueltas algebraicamente; en la prueba 2, se esperará que usen la calculadora en la resolución de ecuaciones. También deben saber que una gráfica aproximada o una ecuación igualada a cero son métodos aceptables para la resolución mediante calculadora. Los alumnos deberían entender cómo dibujar con precisión una gráfica tomada de la pantalla de la calculadora, utilizando las características principales de la gráfica y/o la función “table”.

A menos que se especifique lo contrario, las preguntas sobre trigonometría están en radianes. Quedó claro, a partir de los comentarios de los profesores, que algunos alumnos no eran conscientes de la importancia de verificar el modo en que tenían configurada la calculadora.

Muchos alumnos parecen confiar demasiado en la mera aplicación de fórmulas para resolver los problemas y consecuentemente les cuesta interpretar o explicar una situación. Si los profesores focalizan su enseñanza en los conceptos, como base para el desarrollo de la resolución, entonces los alumnos tendrán más éxito a la hora de interpretar diferentes situaciones.

Con respecto a la corrección electrónica, los alumnos y los profesores deben saber que el proceso de escaneo hará que **todo** lo que haya en la prueba se pueda ver, en color negro oscuro. Esto significa que las marcas involuntarias, la tinta que atraviesa el papel, y hasta las cosas que han sido parcialmente borradas aparecerán, en negro, cuando sean escaneadas. Esto a menudo hace que sea difícil descifrar lo que el alumno efectivamente quiso presentar como desarrollo y resultados. Se recuerda a los alumnos que el papel milimetrado no debe utilizarse sino para dibujar gráficas y que cuando una pregunta utiliza el término de examen “dibuje aproximadamente”, en general no es necesario utilizar papel milimetrado.

Finalmente, muchos profesores están preparando muy bien a sus alumnos, y se les alienta a continuar haciéndolo. Se espera que estos comentarios ayuden a identificar dónde se encuentran las falencias y que aporten consejos sobre cómo mejorar en el futuro.