MATEMÁTICAS NM

Bandas de calificación de la asignatura

Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 13	14 - 26	27 - 41	42 - 53	54 - 65	66 - 77	78 - 100

Variantes regionales de las pruebas de exámenes

Con el fin de proteger la integridad de los exámenes, se está haciendo cada vez más uso de las variantes regionales de los exámenes. El uso de estas variantes del mismo examen implica que los estudiantes de una región del mundo no siempre estarán rindiendo la misma prueba que los estudiantes de otra región. Se aplica un riguroso proceso para asegurar que las pruebas sean comparables en cuanto a su nivel de dificultad y al contenido que evalúan, y se toman medidas para garantizar la aplicación de los mismos estándares en la evaluación de los exámenes correspondientes a las diferentes versiones de las pruebas. Para la convocatoria de mayo de 2009, el BI ha elaborado variantes regionales de las pruebas de Matemáticas NM.

Evaluación interna del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 7	8 - 13	14 - 19	20 - 23	24 - 28	29 - 33	34 - 40

Información importante

Se notifica a los profesores de que el conjunto de tareas publicadas por el BI para 2009-10 es para ser usado en esas convocatorias solamente, y de que estas tareas no deberían ser presentadas como parte de la carpeta después de la convocatoria de noviembre 2010. Pueden utilizarse en calidad de práctica, y animamos a los profesores a proveer la oportunidad de practicar toda vez que el tiempo lo permita. Se está desarrollando un nuevo conjunto de tareas para 2011-2012. Consulte las *Notas para coordinadores* del PD y el Centro Pedagógico en línea (CPEL) para mantenerse informado acerca de la distribución de estas tareas. El BI sigue animando a los profesores a diseñar y utilizar tareas que se adecuen a sus propias circunstancias, siempre que estas tareas brinden al alumno la oportunidad de alcanzar los máximos niveles de logro en todos los criterios.

Resulta fundamental que los colegios incluyan antecedentes, copias de las tareas, resoluciones / criterios de corrección y comentarios del profesor junto con las muestras presentadas. Todo este material será muy útil a la hora de establecer las razones para los niveles de logro otorgados por el profesor. Será más útil aún si las expectativas del profesor respecto del otorgamiento de los niveles en cada criterio se pudieran mostrar en forma de matriz, como la que se ha publicado para los criterios de evaluación, o las matrices en la sección de recursos del CPEL. En colegios donde hay más de un profesor de Matemáticas NM, una matriz de este tipo puede ser de ayuda en la estandarización interna, para garantizar la coherencia en la corrección dentro de un mismo colegio.

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Esta fue la primera convocatoria en la que se permitió que los profesores utilizaran las tareas nuevas, publicadas para 2009/2010. Se aplicó una penalización de 10 puntos a la utilización de tareas tomadas del documento *Material de ayuda al profesor* anterior. En consecuencia, casi todos los colegios habían seleccionado tareas apropiadas, de entre las publicadas. La tarea de Tipo I más popular parece ser "Binomios matriciales", seguida en popularidad por "Bases de los logaritmos". Para la tarea de Tipo II, "Índice de masa corporal" y "Cuervos que dejan caer nueces" fueron las más utilizadas, mientras que rara vez se usó "El logotipo de Logan". Naturalmente, todas estas tareas satisfacen los requerimientos de la evaluación interna sin problema alguno.

La calidad de las tareas diseñadas por los profesores sigue variando entre adecuada e inaceptable. Las investigaciones que eran demasiado prescriptivas le impedían al alumno alcanzar los niveles de logro más altos en los criterios C y D. Hubo también tareas recicladas del programa anterior, que no habían sido lo suficientemente modificadas. Se recuerda a los profesores que, antes de asignarles una tarea a sus alumnos, deberían resolverla, para asegurarse de que se ajusta a los criterios de evaluación y de que permite que los alumnos puedan lograr el nivel máximo de logro. Una carpeta incompleta no debería presentarse como parte de la muestra. De resultar seleccionada, debería ir acompañada de otra carpeta que tenga aproximadamente la misma calificación.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Criterio A: Este sigue siendo el criterio en el que resulta más fácil que los alumnos logren el nivel máximo de 2. Casi todos conocían la terminología adecuada para los temas tratados y pudieron usar sistemáticamente la notación correspondiente. Aun así, algunos no reconocieron la importancia de usar variables significativas para diferentes funciones modelo, en las tareas de modelización. Otros habían usado reiteradamente notación de calculadora / computador, como "^", "*", [A], que no fue penalizada por sus profesores. El uso correcto del símbolo de "aproximadamente igual a" también se debería hacer cumplir, especialmente en una tarea de modelización, dada la naturaleza estimativa del contexto.

Criterio B: La mayoría de los alumnos tuvo buen rendimiento en este criterio también, y fueron bien evaluados por sus profesores. El uso de gráficas y de tablas apropiadas, generalmente aseguraría un nivel de 2 o más. Sin embargo, la falta de introducción sumada a un comentario pobre, un formato de simple "pregunta y respuesta", o procedimientos que requieren remitirse constantemente al enunciado de la tarea, llevarían a perder un punto. Las tareas requieren la redacción de un texto de matemática, no la resolución de un conjunto de ejercicios de tarea escolar.

Tipo I Criterios C y D: La mayoría de los alumnos identificó patrones y generalizó resultados correctamente, llegando así al nivel 3 en el Criterio C, a pesar de que en algunos casos, las proposiciones generales surgían de la nada, sin que hubiera análisis o desarrollo alguno. Podía luego lograrse un nivel 4 mediante un análisis matemático correcto y bien logrado, aunque no se tratara de la proposición general esperada. Esto podía llegar hasta el C5, siempre que la proposición general fuera puesta a prueba con más ejemplos (¡nótese el plural!) y/o justificada informalmente. Nótese que la validación de una proposición general exige que se compare la proposición y sus resultados con el comportamiento matemático real que constituye la base de la investigación. La simple sustitución de valores en una expresión para así obtener un resultado no constituye verificación de que la proposición refleje el patrón.

Asimismo, estos alumnos no tuvieron dificultad en lograr una puntuación de 3 en el Criterio D. Sin embargo, llegar a una puntuación más alta resultó difícil, puesto que el análisis del alcance y las limitaciones, unido a la verificación, continuó siendo una debilidad de los alumnos. La mayoría de los alumnos consideró solamente valores enteros positivos, e ignoró la posibilidad de que las variables tomaran valores reales. Dada la disponibilidad de medios tecnológicos, se espera que los alumnos reemplacen valores negativos, fracciones, decimales, raíces irracionales, etc. en sus proposiciones, dentro de lo que la situación permita. Por consiguiente, resultó bastante común que, en la moderación, el nivel otorgado en el criterio D se bajara a 3 o 4, según se hubiera presentado (o no) una justificación informal.

Tipo II, criterios C y D: La mayoría de los alumnos se desempeñó bien en la obtención analítica de los modelos adecuados y en el posterior análisis del grado de ajuste del modelo a los datos, por lo menos en el nivel cualitativo. De vez en cuando, algunos profesores consideraron que esto no era suficiente para otorgar el nivel 4 en el criterio C, y sin embargo, una buena respuesta cualitativa es lo único que se espera en Matemáticas NM. Lamentablemente, hubo todavía casos en los que los modelos fueron desarrollados exclusivamente mediante el uso de herramientas de regresión, sin presentar un análisis analítico. Este método permite un máximo de C2. Para alcanzar el nivel máximo de 5, debe haber evidencia de la aplicación del modelo desarrollado por el alumno a nuevos datos o a otra situación. La mayoría de los alumnos también logró 2 o 3 en el criterio D, señal de que había un intento de interpretar cuán razonables eran los resultados. Sin embargo, el poder realizar comentarios significativos con referencia a la tarea, o contextualizados, sigue resultando un desafío para los alumnos.

Criterio E: El uso de medios tecnológicos osciló entre los cálculos rutinarios y la aplicación completa y eficaz. La falta de información sobre la tecnología disponible hace que sea difícil confirmar la evaluación del profesor. Debe haber clara evidencia del uso de medios tecnológicos dentro del trabajo del alumno para fundamentar el nivel máximo de 3 en el criterio E. Con bastante frecuencia, los profesores no aplicaron sistemáticamente las mismas expectativas dentro de la muestra de un mismo colegio.

Criterio F: A pesar de que a veces se otorgó F2 demasiado livianamente (aun en carpetas a las que les faltaban partes), el criterio F en general se entendió bien, y tuvo un alto nivel de confirmación. Esto se debió mayormente al hecho de que la mayoría de los alumnos obtuvo el nivel satisfactorio 1, como sería de esperar.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Uso de las tareas

Los profesores deben sentirse en libertad de adaptar, modificar y reformular las tareas publicadas, de manera de adecuarlas a su situación particular, en vista de la diversidad de los antecedentes y del carácter internacional de su alumnado. Al mismo tiempo, deben asegurarse de que la versión resultante brinde la posibilidad de lograr los máximos niveles en cada criterio. Sería una buena idea que, antes de asignárselas a los alumnos, las tareas diseñadas personalmente por el profesor, no tomadas del *Material de ayuda al profesor*, se compartieran en el CPEL, para que otros pudieran opinar.

Práctica específica

Se debería proponer una variedad de tareas, especialmente del Tipo II. En una tarea de investigación, los profesores deberían desarrollar el proceso de búsqueda de patrones, haciendo foco en el análisis de datos. Para las tareas de modelización, deberían guiar a los alumnos a través del desarrollo del modelo matemático, comenzando por la definición de variables, la especificación de parámetros y la identificación de restricciones. La evaluación contextualizada de los resultados es otra habilidad que necesita ser cultivada. También se les debería mostrar a los alumnos ejemplos tomados de buenas carpetas, tales como del uso de notación correcta o de la búsqueda algebraica de una función modelo por medio de la resolución de una sistema de n ecuaciones con n incógnitas. La discusión en clase acerca del contexto real puede ayudar a los alumnos a focalizar su interpretación de la situación.

Comentarios escritos en el trabajo

Las anotaciones y correcciones del profesor, con comentarios precisos y específicos, escritos sobre el trabajo de los alumnos, sirven para facilitar la moderación. Hacen que les resulte más fácil a los moderadores seguir el razonamiento que sostiene la evaluación de los profesores, y también permiten que los alumnos aprendan de sus propios errores. Un comentario genérico, tal como “bien” o “coherente”, debería ir acompañado del detalle que lo fundamente. Una simple reformulación de los descriptores del nivel del criterio no resulta útil. Es importante que todos los comentarios sean legibles. Por favor, tómese el tiempo de hacer que sus comentarios resulten fáciles de leer, tanto para el alumno como para el moderador.

Apoyo a los alumnos

Todos los alumnos deberían recibir copias de la descripción completa de las instrucciones de la carpeta y de los criterios de evaluación, a fin de facilitar su comprensión de todo el proceso y la definición de metas personales para este componente interno. En particular, cuando se asigna una tarea nueva, se les debería informar claramente las expectativas para cada criterio de evaluación.

Tecnología

Los profesores deberían explorar y discutir con los alumnos qué es lo que constituye un uso eficaz de la tecnología. El uso de gráficas que reflejen o refuercen un patrón numérico, el uso de hojas de cálculo para producir o confirmar resultados para valores crecientes de la(s) variable(s), la representación de la evolución del desarrollo de un modelo por medio de una secuencia de transformaciones gráficas cada vez más precisas, la comparación de múltiples posibilidades en el mismo sistema de ejes para mostrar claramente semejanzas y diferencias, son algunas de las formas en que puede demostrarse el uso efectivo de la tecnología.

Prueba 1 del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 12	13 - 25	26 - 37	38 - 48	49 - 59	60 - 70	71 - 90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Las áreas del programa que resultaron difíciles para los alumnos son:

- los logaritmos
- las razones trigonométricas y los ángulos
- la justificación de un punto de inflexión
- la aplicación del valor esperado
- el punto de intersección de dos vectores
- la cinemática contextualizada

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

En general, los alumnos manejaban las habilidades y los procedimientos básicos (por ejemplo, hallar el producto escalar, la magnitud de un vector, derivadas por medio de la regla de la cadena o del producto, funciones inversas, etc.). Pero puestos frente a la necesidad de extenderse más allá del procedimiento típico por aplicación de fórmulas, a los alumnos se les hizo más difícil completar las preguntas que pedían la aplicación de una comprensión conceptual más profunda.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1 (Funciones)

Muchos alumnos hallaron correctamente tanto la función inversa como el valor de la función compuesta en un valor específico de x. Algunos alumnos cometieron errores aritméticos, especialmente si desarrollaban el binomio antes de reemplazar $x = 4$.

Pregunta 2 (Ángulo entre vectores)

Muchos alumnos hallaron satisfactoriamente las magnitudes y el producto escalar, para luego usar la fórmula para el ángulo entre vectores. Las dificultades con los cálculos les impidieron a algunos llegar al resultado requerido. Un número significativo de alumnos despejó θ, y dio como respuesta $\arccos\left(\frac{-23}{50}\right)$.

Pregunta 3 (Desarrollo binomial)

El error más común se vio en (c), donde muchos alumnos interpretaron que la expresión correspondiente al "sexto" término llevaba $\binom{10}{6}$ y, consecuentemente, potencias de 4 y de 6.

Pregunta 4 (Propiedades de los logaritmos)

El apartado (a) resultó muy accesible, y aunque a muchos el apartado (b) también les resultó accesible, una buena cantidad de alumnos no encontró la manera de llegar a un resultado final. Muchos dieron q como valor positivo.

Pregunta 5 (Ecuaciones matriciales)

Resultó sorprendente que una buena cantidad de alumnos no vieran fácilmente que $\boldsymbol{M}$ era la inversa de la inversa. Aquellos que sí lo vieron, en general completaron con éxito la pregunta.

Pregunta 6 (Diferenciación)

Muchos alumnos resolvieron bien los apartados (a) y (b). Fueron muy pocos los que obtuvieron algún punto en el apartado (c): la mayoría justificó el punto de inflexión con las respuestas nulas del apartado (b), sin considerar que hay otras cosas que es necesario tener en cuenta.

Pregunta 7 (Ecuaciones trigonométricas)

Aquellos que se dieron cuenta de que e^{2x} era un factor común en general obtuvieron los cuatro primeros puntos. Pocos pudieron razonar a partir de la información dada, para resolver la ecuación. Hubo muchos alumnos que intentaron desarrollar algunos pasos algebraicos poco provechosos, que no incluían la factorización.

Pregunta 8 (Regla del producto)

Una buena cantidad de alumnos halló correctamente las expresiones para las derivadas, en (a). Muchos aplicaron la regla del producto, aunque con disímil éxito. A menudo, la sustitución de $\frac{\pi}{3}$ estaba incompleta o directamente no se había realizado.

Pregunta 9 (Probabilidades y distribuciones)

La mayoría de los alumnos completó con éxito los apartados (a), (b) y (c). Muchos hallaron correctamente los valores esperados, mientras que algunos tuvieron dificultades con el cálculo aritmético. El apartado (e) a menudo fue dejado en blanco o abordado sólo superficialmente. Algunos hallaron el valor esperado, $\frac{50}{9}$, pero no contestaron la pregunta acerca de la cantidad de dinero.

Pregunta 10 (Vectores)

Muy pocos alumnos dieron un vector dirección correcto, paralelo al eje z. Siempre que hubieran escrito aquí una ecuación, se les pudo otorgar la mayor parte de los puntos siguientes, por arrastre de error (coherencia). Para (b), muchos hallaron correctamente el parámetro pero no lo confirmaron en las otras dos ecuaciones. En (c), algunos aplicaron un método de ensayo y error para obtener un parámetro entero y, por tanto, no “comprobaron” el origen matemático del resultado. La determinación de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ resultó accesible, y una buena cantidad de alumnos abordó bien el apartado (d) aunque, para hallar $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$, una cantidad sorprendentemente efectuó la resta $\overrightarrow{\mathrm{AB}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}}$.

Pregunta 11 (Cinemática)

El apartado (a) resultó accesible para la mayoría. El apartado (b), sencillo como es, resultó inaprensible para muchos alumnos, que no vieron que $v = 0$ cuando el tren se detiene. En vez de usar esto, muchos intentaron hallar el valor t usando $a = \frac{8}{5}$. Pocos pudieron luego resolver satisfactoriamente el apartado (c).

Prueba 2 del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 10	11 - 20	21 - 35	36 - 46	47 - 56	57 - 67	68 - 90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Las áreas del programa que resultaron difíciles para los alumnos son:

- La notación sigma y la explicación de por qué diverge una serie geométrica.
- Presentar evidencia que dé sustento a una conclusión y comunicar un razonamiento matemático claro.
- La descripción de las transformaciones.
- El uso correcto del discriminante.
- La distribución normal (especialmente la estandarización de variables).
- La probabilidad contextualizada; probabilidad binomial.
- Saber cuándo usar la calculadora en la resolución de una pregunta y cómo mostrar evidencia del método usado, en caso de usarla.
- Dibujar gráficas aproximadas prolijas y claras.
- El redondeo prematuro en las preguntas de múltiples pasos.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Hubo gran variedad en el nivel de conocimiento, comprensión y habilidades demostradas; casi todos los alumnos encontraron algunas preguntas o partes de preguntas que pudieron resolver con éxito.
- Muchos alumnos demostraron habilidad en el uso de la calculadora de pantalla gráfica para hallar intersecciones con los ejes, probabilidades binomiales e integrales definidas.
- La mayoría de los alumnos mostró un buen nivel de conocimiento de la trigonometría de triángulos oblicuos, en el uso de las reglas del seno y del coseno.
- Los alumnos demostraron buena comprensión del diagrama de caja y bigote.

- Hallar la ecuación de la normal a la curva fue un punto fuerte.
- En general, los alumnos presentaron su procedimiento en forma clara, y este año la inmensa mayoría siguió las instrucciones de entregar su examen correctamente (la sección A en la hoja de preguntas y la sección B en hojas rayadas adjuntas al dorso del cuadernillo de preguntas).

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1 (Diagrama de caja y bigote)

La mayoría de los alumnos pudo hallar los valores de la mediana, el cuartil inferior, y el punto b. Una gran mayoría contestó correctamente esta pregunta.

Pregunta 2 (Transformaciones de gráficas)

Esta pregunta fue razonablemente bien resuelta por muchos alumnos, aunque una buena cantidad confundió $f(-x)$ con $-f(x)$ en el apartado (a), y obtuvo por tanto la simetría del diagrama original en el eje x. Los alumnos deben ejercitarse más en la descripción correcta y completa de las transformaciones. Hubo a menudo confusión entre la descripción de la transformación y la ecuación que la representa. Un porcentaje bastante bajo de alumnos utilizó el término “traslación”.

Pregunta 3 (Resolución de ecuaciones)

Aunque muchos alumnos emprendieron un método analítico, muchos también se dieron cuenta de que no estaban avanzando y utilizaron con éxito sus calculadoras para hallar las intersecciones con el eje x, si habían igualado la ecuación a 0 o, en otros casos, hallaron la intersección de las dos gráficas. Los mejores alumnos dibujaron una gráfica aproximada razonable y no tuvieron dificultad para hallar los dos valores. Una buena cantidad de alumnos no presentó una gráfica, sin embargo, y les resultó más difícil obtener el punto otorgado al método. Fue bastante común que en esta pregunta se aplicara la penalización por aproximación incorrecta.

Pregunta 4 (Trigonometría triangular (del triángulo))

Esta pregunta en general fue bien resuelta. Hasta los alumnos más flojos a menudo obtuvieron puntos. Solamente unos pocos alumnos aplicaron métodos de triángulo rectángulo. Casi ningún alumno se dio cuenta de que había un caso ambiguo de la regla del seno en el apartado (b). Aquellos que no perdieron el punto por aproximación incorrecta en la pregunta anterior, a menudo lo perdieron aquí.

Pregunta 5 (Notación sigma)

Esta pregunta resultó difícil para muchos alumnos. Unos cuantos alumnos parecían no estar familiarizados con la notación sigma. Muchos resolvieron satisfactoriamente el apartado (a), aunque algunos hicieron una lista de los términos o hallaron la suma total sin mostrar ningún procedimiento. Los resultados en el apartado (b) fueron mucho más variados. Muchos alumnos no se dieron cuenta de que n era 27 y utilizaron, en su lugar, 30. Muy pocos alumnos dieron una explicación completa de por qué no se podía evaluar la serie infinita; a menudo los alumnos sostenían que no se podía hallar el valor porque había un número infinito de términos.

Pregunta 6 (Pendiente y normal)

Aunque en el apartado (a) se usó el término de examen "escriba", muchos alumnos optaron de todas maneras por un método analítico para hallar el valor de la derivada. Aunque este valor a menudo era incorrecto, muchos alumnos sabían cómo hallar la ecuación de la normal y obtuvieron puntos por arrastre de error (coherencia) en el apartado (b).

Pregunta 7 (Ecuaciones cuadráticas)

Aunque algunos alumnos, acertadamente, tuvieron en cuenta el discriminante para hallar los posibles valores de k, muchos de ellos no lo igualaron a 0, y en vez de esto, escribieron una inecuación. En el apartado (b), algunos estudiantes se dieron cuenta de que los discriminantes en los apartados (a) y (b) eran iguales, y obtuvieron puntos por arrastre de error (coherencia), por escribir los mismos resultados (a menudo incorrectos) que habían obtenido en el apartado (a). Muchos, sin embargo, no vieron la conexión entre los dos apartados.

Pregunta 8 (Áreas y volúmenes)

Muchos alumnos plantearon una ecuación totalmente correcta para el área limitada por el eje x y la curva. Asimismo, muchos intentaron desarrollar un método analítico que a veces devolvía respuestas incorrectas. Un error común fue tomar los límites incorrectos 0 y 6.

En el apartado (b) se vio con frecuencia la fórmula para el volumen del sólido de revolución, tomada del cuadernillo. Algunos alumnos escribieron incorrectamente el integrando, ya sea por omitir π, o por no elevar al cuadrado. Una buena cantidad de alumnos pudo escribir una expresión totalmente correcta para el volumen de revolución, pero fueron menos los que la pudieron evaluar correctamente, dado que muchos emprendieron un método analítico en lugar de utilizar la calculadora.

Muchos alumnos no utilizaron para nada sus calculadoras en esta pregunta. Llenaron páginas enteras con cálculos, en un intento por hallar el área y el volumen de revolución. Es probable que esto haya sido la causa de que no les alcanzara el tiempo para las preguntas posteriores.

Pregunta 9 (Distribución normal y probabilidad binomial)

Fue evidente que un número significativo de alumnos entendió lo que se pedía en el apartado (a) y utilizó la calculadora para hallar el resultado. Sin embargo, en el apartado (b), muchos alumnos igualaron la fórmula estandarizada a la probabilidad (0,85), en lugar de usar el valor correspondiente de z. Otros alumnos utilizaron el "solver" de la calculadora, con la función "inverse norm".

Un método incorrecto frecuente en el apartado (c) fue el intento de usar las medias y las desviaciones típicas como método de justificación, aunque muchos alumnos, acertadamente, tuvieron en cuenta las probabilidades.

Un número gratificante de alumnos reconoció la probabilidad binomial y se desempeñó bien en el apartado (d).

Pregunta 10 (Funciones trigonométricas)

Algunas gráficas, en el apartado (a), eran casi demasiado detalladas, considerando que se trataba de gráficas aproximadas, pero con mayor frecuencia, las características más importantes distaban mucho de ser claras. Algunas gráficas carecían de escalas en los ejes.

Unos cuantos alumnos tuvieron dificultad para hallar el período en el apartado (b)(ii), y para escribir correctamente el valor de q en el apartado (c).

El método más común en el apartado (d) fue el de derivar e igualar $f'(x)=0$. Fueron menos los estudiantes que hallaron los valores de x dados por los valores máximos o mínimos de sus gráficas.

El apartado (e) resultó un desafío para muchos alumnos aunque, si abordaban este apartado, en general lo hacían correctamente.

En el apartado (f), muchos alumnos pudieron llegar hasta la igualación de las dos derivadas, pero fueron menos los que usaron la calculadora para resolver la ecuación resultante. Aquí también, muchos no pudieron mostrar su procedimiento satisfactoriamente.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Concéntrense en la comprensión conceptual, a lo largo de todo el programa. Tres ejemplos tomados de la prueba uno: la mayoría de los alumnos piensan, erróneamente, que un punto de inflexión es donde la derivada segunda es cero. Pocos lo entienden como el punto en el que cambia la concavidad, y por lo tanto no tienen en cuenta que la justificación de este tipo de punto requiere también que se analice lo que sucede a izquierda y a derecha del punto en cuestión. Otro ejemplo lo vemos en la comprensión de que la inversa de una inversa significa volver al original, como con las matrices de la pregunta 5. Un tercer ejemplo es darse cuenta de que cuando un objeto que está en movimiento se detiene, la velocidad en ese instante es cero.

Se les debe indicar a los alumnos que consideren tanto métodos geométricos como analíticos en la resolución de problemas, a fin de facilitar la comprensión. Muchos alumnos tienen dificultades con los conceptos subyacentes, porque solamente tienen presente los botones que deben apretar en la calculadora. Por consiguiente, no pueden aplicar su conocimiento cuando el problema es presentado de manera ligeramente distinta. Al preparar a los alumnos para futuros exámenes, es esencial enfatizar la comprensión gráfica, conjuntamente con las técnicas analíticas.

Es notable que los alumnos de buen rendimiento tienen trabajo claramente presentado, mientras que los de bajo rendimiento generalmente exhiben una estructura incoherente en su trabajo. La incapacidad de organizar el propio pensamiento matemático resulta un lastre en un examen de duración pre-establecida. Enfatizar la comunicación matemática de calidad puede ayudar a los alumnos a aprender a organizar sus pensamientos y a convertirse en pensadores matemáticos más eficientes.

Los alumnos siguen luchando con las expectativas de las preguntas de tipo “compruebe que”. El pensar en sentido inverso puede a veces ser una estrategia mental útil, pero el procedimiento escrito debe mostrar un camino deductivo que parta de algún principio matemático y lleve claramente hacia el resultado deseado, sin razonamientos en reversa a partir de la respuesta dada.

Los profesores deberían seguir aconsejándoles a los alumnos que muestren su procedimiento, en especial en la resolución de preguntas del tipo “compruebe que”, o al dar una solución hallada con la calculadora. Los alumnos deben tener en cuenta que están comunicando sus resoluciones a un examinador que no los conoce.

En la prueba con calculadora, los alumnos necesitan determinar cuándo usar la calculadora. Hay estudiantes que parecen no haber tenido la oportunidad de reflexionar sobre esto, de discutirlo en clase. Como resultado, no usan sus calculadoras como deberían. Desarrollan más procedimiento analítico de lo que se pretende. En esta prueba, la calculadora puede ser de utilidad en la integración, la pendiente, las distribuciones de probabilidad, el trazado de una gráfica aproximada, y en la resolución de ecuaciones.

Los profesores deben asegurarse de que todas las áreas del programa reciban un tratamiento adecuado.

Los alumnos deben ser conscientes de que el redondeo prematuro de los resultados de los pasos intermedios puede llevar a la falta de precisión en la respuesta final.

Los profesores deberían usar los “términos de examen” y hacer hincapié en los matices de cada uno.