MATHEMATIQUES NM ZONE 2

Seuils d'attribution des notes finales par matière

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 14	15 – 28	29 – 45	46 – 58	59 – 70	71 – 83	84 – 100

Variante des épreuves suivant les zones horaires

Pour préserver l'intégrité de l'examen, des variantes des épreuves d'examen sont de plus en plus utilisées suivant les zones horaires. Avec l'utilisation de variantes de la même épreuve d'examen des candidats d'une partie du monde ne travailleront pas toujours sur la même épreuve d'examen que les candidats d'une autre partie du monde. Un processus rigoureux est mis en œuvre pour garantir que les épreuves soient comparables en termes de difficulté et de couverture du programme ; des mesures sont prises pour garantir que les mêmes standards de corrections soient appliqués aux copies des candidats pour les diverses versions de l'épreuve d'examen. Pour la section d'examen de mai 2010 l'IB a proposé des variantes suivant les zones horaires des épreuves de mathématiques NM.

Évaluation interne du niveau moyen

Seuils d'attribution des notes finales par composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 7	8 – 13	14 – 19	20 – 23	24 – 28	29 – 33	34 – 40

Variété et pertinence du travail présenté

La majorité des travaux présentés étaient tirés du jeu actuel des tâches développées par l'IB. Dans les choix populaires se trouvaient « Matrices binomiales » et « Indice de masse corporelle ». Là où des tâches conçues par les professeurs ont été utilisées, la qualité de celles-ci variait significativement. Si ces tâches ne permettaient pas aux élèves d'aborder tous les niveaux de l'évaluation, la conséquence était habituellement une baisse significative de la note au moment de la modération. Quelques écoles ont envoyé des travaux atypiques sans joindre un portfolio de substitution pour ces candidats. La qualité des travaux des élèves était généralement bonne avec quelques exemples remarquables.

Résultats des candidats pour chaque critère d'évaluation

Beaucoup d'éléments montrent que dans l'ensemble les enseignants et les élèves comprennent bien les critères et font tous les efforts pour préparer un travail de qualité. Quelques soucis concernent les points suivants.

Critère A : Il continue d'y avoir un problème avec les notations de la calculatrice et avec l'absence d'une utilisation appropriée du signe « approximativement égal ». Dans la tâche de modélisation, les candidats utilisent souvent, pour différentes fonctions de modélisation, la même variable dépendante.

Critère B : L'utilisation d'un style « questions-réponses » est un problème car les enseignants et les élèves considèrent les tâches comme une série d'exercices à la maison. Le travail doit être présenté comme un article mathématique cohérent où les courbes et les tables apparaissent dans leur contexte et non pas dans des annexes. Des légendes correctes pour les courbes est un point à surveiller, particulièrement lorsque les candidats utilisent la technologie pour tracer des courbes mais ne savent pas placer des légendes sur les axes.

Critère C Type I : Souvent les candidats ne proposent pas suffisamment d'arguments ou d'analyses pour justifier leur énoncé général. Par exemple dans la tâche « Matrices binomiales » beaucoup ont affirmé que $(A+B)^n = A^n + B^n$ sans aucune justification cohérente. Des candidats ont souvent voulu « valider » leur proposition d'énoncé général en utilisant les mêmes données que celles qu'ils avaient utilisées pour le développer. Le processus de validation demande d'utiliser des données supplémentaires et de comparer dans le contexte de la tâche le comportement mathématique avec les résultats.

Critère C Type II : Beaucoup de candidats ne définissent pas explicitement les variables, paramètres et contraintes. Comme pour les tâches du type I, les candidats ne proposent pas suffisamment d'analyses appropriées pour développer les fonctions de leurs modèles. Dans quelques cas les enseignants tolèrent toujours l'utilisation de modèles de régression obtenue à la calculatrice ou avec l'ordinateur sans aucun support mathématique. Il y a un peu de confusion quant à l'utilisation des transformations géométriques pour développer un modèle. Si des élèves utilisent correctement leurs connaissances sur ces transformations et proposent une suite de tentatives pour adapter une fonction de modélisation par des modifications appropriées à partir d'une fonction de base originale alors ils peuvent obtenir tous les points disponibles sous le critère C. Les commentaires concernant comment le modèle correspond bien aux données sont en général superficiels. Ces derniers devraient comporter des détails spécifiques par exemple comment la fonction correspond aux données sur certains intervalles, aux extrêmes, etc., et pas seulement quelque chose comme « correspond bien ». Même si une analyse quantitative n'est pas demandée pour les mathématiques NM, les candidats devraient dire plus que « correspond bien ». Des intervalles de bonnes et de mauvaises adéquations devraient être identifiés et discutés.

Critère D Type I : Le souci principal est ici l'exploration appropriée de la portée et des limites ainsi que la qualité des explications proposées. Étant donné que les candidats disposent de calculatrices à écran graphique, on attend d'eux qu'ils explorent une grande variété de valeurs pour leurs énoncés généraux. La plupart se concentrent seulement sur les entiers positifs ne pensant pas à d'autres possibilités. La plupart des candidats rencontrent de grandes difficultés à fournir une explication pour leur énoncé général.

Critère D Type II : Même si la plupart des candidats s'avèrent capables mathématiquement d'associer une fonction aux données, beaucoup trouvent difficile de discuter le modèle dans son contexte, ou simplement ignore cet aspect. Le lien entre la réalité et les caractères mathématiques des variables et des courbes semble être invisible pour les candidats. Une réflexion critique semble être très rarement appliquée à ces situations.

Critère E : L'utilisation de la technologie pour le tracé des graphes est manifestement en augmentation. Beaucoup d'élèves présentent des graphiques de haute qualité, quelques-uns en couleurs pour différencier différents modèles. Ceci est une heureuse évolution cependant il y a aussi des cas où les candidats utilisent la technologie sans réfléchir. Une représentation graphique en soi n'améliore pas le développement de la tâche.

Critère F : Ce critère a été bien compris par la plupart des enseignants. Un effort raisonnable pour effectuer la tâche était récompensé par F1 dans la majorité des cas. Les enseignants semblent réaliser qu'attribuer F0 ou F2 est à juste titre rare.

Recommandations pour la préparation de futurs candidats

On doit rappeler aux candidats qu'ils peuvent confronter leur travail aux critères pour s'assurer qu'ils ont pris en compte toutes les composantes importantes de l'évaluation. Cependant il est nécessaire que les enseignants prennent le temps d'aider les candidats à comprendre les critères. Disposant des exigences claires des niveaux C1 et C2 pour une tâche de type II, les candidats n'ont pas d'excuse pour ne pas identifier explicitement et correctement les variables, paramètres et contraintes, même si les enseignants puissent devoir expliquer la différence entre ces termes. Les enseignants peuvent demander aux candidats de réaliser des travaux d'entraînement et de s'évaluer eux mêmes selon les critères.

Il faut apprendre aux candidats à considérer leur travail comme la rédaction d'un article mathématique, exigeant une présentation écrite cohérente et complète qui coule naturellement.

Les candidats tireraient profit de discussions sur l'intérêt des différentes tâches. Les méthodes d'investigation mathématique ou de modélisation mathématique sont peut-être éloignées de leur expérience. La nécessité d'arguments et d'analyse pertinents ainsi que l'appréciation de considérations critiques sur les implications de leur travail sont des points importants que les enseignants peuvent expliquer. Ici encore des tâches d'entraînement seraient utiles. L'utilisation de la technologie doit aller au-delà de la simple production de graphiques. Les candidats devraient mieux comprendre que la puissance de la technologie dont il dispose est un outil pour expliquer et explorer.

On rappelle aux enseignants de faire des commentaires écrits sur les travaux des élèves pour aider à expliquer pourquoi certains points ont été accordés. On attend aussi des enseignants qu'ils fournissent des solutions aux tâches qui décrivent leurs propres attentes quant à la façon d'atteindre les niveaux de chaque critère. Les tâches conçues par les enseignants doivent aborder tous les niveaux des critères. Elles devraient aussi être concentrées sur un seul problème plutôt que de se disperser sur des questions en plusieurs parties car celles-ci brouillent l'évaluation.

Tous les enseignants tireraient profit d'une lecture attentive des rapports pédagogiques actuels et passés, ainsi que d'une participation au forum du Centre Pédagogique En Ligne.

Évaluation externe du niveau moyen

Épreuve 1

Seuils d'attribution des notes finales par matière

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 11	12 – 22	23 – 40	41 – 52	53 – 64	65 – 76	77 – 90

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

- Trouver un vecteur unité dans la direction d'un autre vecteur
- Travailler avec les fonctions trigonométriques de certains angles (0, $\pi/2$, π, and $3\pi/2$)
- Associer la dérivée avec le gradient d'une courbe
- Appliquer les propriétés du logarithme
- Interpréter la dérivée seconde à partir de la concavité d'une courbe
- Le concept de la constante d'intégration
- Les probabilités conditionnelles et composées
- Les manipulations algébriques et arithmétiques avec des fractions

Les niveaux de connaissances, de compréhension et techniques

Comme on doit s'y attendre, les niveaux de connaissance et de compréhension des candidats sont très variés. Un grand nombre de candidats semblaient être bien préparés pour passer l'épreuve 1 sans utiliser de calculatrices. Dans la plupart des cas les candidats ont bien montré les détails de leur travail. Les points suivants ont été bien traités par les candidats :

- utiliser le produit scalaire pour la perpendicularité
- la composition des fonctions
- la multiplication des matrices
- la dérivation et l'intégration des fonctions polynomiales
- comprendre que les aires peuvent être obtenues par intégration

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

La majorité des candidats ont réussi quelques parties ou la totalité de cette question avec quelques candidats utilisant à la fois l'algèbre et des raisonnements graphiques et d'autres ignorant la figure et travaillant seulement algébriquement. Quelques-uns n'ont pas vu que q et r étaient les racines de la fonction quadratique et de ce fait ont répondu 2 et -4. Une erreur fréquente dans la partie (b) était l'absence d'une équation. Quelques candidats ont écrit l'équation $x=\frac{-b}{2a}$ mais n'ont pas été capable de faire les substitutions correctement. Ces élèves n'ont pas réalisé que l'axe de symétrie est toujours à mi-chemin entre les abscisses à l'origine. Plus de candidats ont eu des difficultés avec la partie (c) faisant fréquemment des substitutions erronées et des fautes de simplification.

Question 2

La partie (a) a généralement été bien faite par des candidats employant différentes méthodes correctes pour trouver le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$. Quelques candidats ont soustrait les vecteurs donnés dans le mauvais ordre et d'autres les ont simplement additionnés. Les erreurs de calcul ont été assez fréquentes.

Beaucoup de candidats ne savent pas apparemment comment trouver un vecteur unité dans la partie (b). Quelques-uns ont essayé d'écrire l'équation vectorielle d'une droite, manifestant qu'ils ignoraient le concept de vecteur unité tandis que d'autres proposaient le vecteur $(1,-1,1)$ ou écrivaient le même vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ comme une combinaison linéaire de $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ et $\boldsymbol{k}$. Un certain nombre de candidats ont trouvé correctement la norme mais n'ont pas poursuivi en écrivant le vecteur unité.

Les candidats ont généralement réussi à montrer que les vecteurs dans la partie (c) étaient perpendiculaires. Beaucoup ont utilisé l'approche efficace consistant à montrer que le produit scalaire égalait zéro, tandis que d'autres travaillant un peu plus dur que nécessaire ont utilisé la loi des cosinus pour trouver l'angle entre les deux vecteurs.

Question 3

La plupart des candidats ont été capables de multiplier les matrices dans la partie (a) même si quelques-uns ont fait des erreurs d'arithmétiques mineurs. Il y a eu quelques candidats qui ont utilisé des méthodes de multiplication créatives malheureusement fausses.

La partie (b) a créé plus de difficultés pour beaucoup de candidats. Les candidats les meilleurs ont réalisé que la solution de l'équation matricielle était le calcul qu'ils venaient d'effectuer dans la partie précédente et conclurent, mais beaucoup de candidats ont pensé nécessaire de trouver la matrice inverse. Quelques-uns réalisèrent ensuite que ceci n'était pas nécessaire et s'en retournèrent à la solution plus simple tandis que d'autres ou bien s'arrêtèrent ou bien s'obstinant créèrent un système d'équations. Quelques-uns furent capables de résoudre leur système correctement mais beaucoup firent des erreurs et utilisèrent un temps précieux à poursuivre une solution longue pour une question à deux points. Quelques candidats qui ont employé l'algèbre matricielle n'ont pas tenu compte de la non commutativité de la multiplication matricielle, ou ont tenté une division par la matrice inverse manifestant une incompréhension fondamentale des opérations matricielles.

Question 4 : Fonction composée et trigonométrie

Dans la partie (a), un certain nombre de candidats n'ont pas été capables d'évaluer $\cos\pi$, soit le laissant tel quel ou l'évaluant incorrectement.

Presque tous les candidats ont évalué la fonction composée dans la partie (b) dans l'ordre donné, beaucoup obtenant des points de suivi pour des réponses incorrectes de la partie (a). Dans les deux parties (a) et (b), il y eut des candidats qui ont utilisé correctement les formules de l'angle double pour trouver des réponses correctes ; bien que ce soit une méthode valable, elle demandait un travail supplémentaire non nécessaire.

Les candidats n'ont pas eu autant de succès dans la partie (c). Beaucoup ont essayé d'utiliser les formules de l'angle double, mais ou bien l'ont utilisée incorrectement ou bien l'ont utilisée pour écrire l'expression aux fonctions de $\cos x$ et n'ont pas poursuivi. Dans un certain nombre de cas les candidats ont trouvé « accidentellement » la réponse correcte en s'appuyant sur des erreurs ou une heureuse supposition et ils n'ont gagné aucun point pour leur réponse finale. Seulement quelques candidats ont trouvé la méthode correcte de résolution.

Question 5

Les succès des candidats à cette question étaient variés. Ceux qui ont compris la relation entre la dérivée et la pente de la normale n'ont pas été dérangés par le manque de structure de la question, trouvant clairement la solution en quelques étapes et obtenant la totalité des points. Ceux qui avaient l'esprit moins clair ont souvent ou bien obtenu quelques points pour calculer la dérivée et substituer $x = 1$ ou bien n'ont obtenu aucun point pour des efforts qui ne portaient pas sur la dérivée. Trouver simplement l'équation de la tangente ou de la normale, ou poser que la dérivée est égale à la pente de la normale, ou égaler la fonction avec l'équation de la normale ou de la tangente ont constitué une partie des erreurs de compréhension. Parmi les candidats qui ont manifesté une plus grande compréhension, la plus grande partie ont utilisé la pente de la normale (l'équation $-1/4k = -1/8$) plutôt que la pente de la tangente $(4k = 8)$; ce qui a conduit à un plus grand nombre d'erreurs algébriques pour l'obtention de la réponse finale de $k = 2$. Un certain nombre de candidats malheureux ont écrit beaucoup de mathématiques hors de propos n'ayant à l'esprit aucun plan ; ils n'ont gagné aucun point.

Question 6

Les candidats confortables dans leur compréhension des propriétés des logarithmes ont habituellement réussi cette question résolvant l'équation quadratique soient par factorisation soient en utilisant la formule quadratique. La majorité des candidats qui ont réussi ont rejeté correctement la solution qui n'était pas dans le domaine. Un certain nombre de candidats, cependant, connaissaient mal les propriétés des logarithmes. Quelques candidats malheureux ont pu montrer qu'ils comprenaient l'une des propriétés mais sans l'autre, ils étaient incapables d'avancer bien loin. Quelques candidats ont employé une stratégie « deviner et vérifier », mais cela ne rapportait pas la totalité des points.

Question 7

Les candidats ont obtenu des succès mitigés avec les parties (a) et (b). Les candidats les plus faibles ou bien ont utilisé incorrectement les abscisses à l'origine de f ou bien ont sauté cette question. Quelques-uns ont écrit seulement deux des trois valeurs dans la partie (a). Les candidats qui ont répondu correctement à la partie (a) ont souvent eu des difficultés à écrire l'ensemble des valeurs dans la partie (b) ; de mauvaises notations et l'inclusion incorrecte des extrémités faisaient partie des erreurs. D'autres candidats ont listé ici des valeurs discrètes de l'abscisse x plutôt que des intervalles de valeurs.

Beaucoup de candidats ont eu des difficultés à expliquer pourquoi la dérivée seconde est négative dans la partie (c). Un certain nombre ont prétendu que puisque le point D était « près » d'un maximum, la dérivée seconde devait être négative ; cet appel incorrect au test de la dérivée seconde manifestait un défaut de compréhension du fonctionnement de ce test et du concept relatif de proximité. Quelques candidats ont prétendu que D étaient un point d'inflexion, manifestant encore un manque de compréhension de la dérivée seconde. Parmi les candidats qui ont répondu correctement à la partie (c), quelques-uns ont affirmé que *f* avait sa concavité tournée vers le bas tandis que d'autres ont présenté des arguments bien construits pour justifier que la première dérivée était décroissante. Quelques candidats ont présenté des courbes de *f'* et de *f''* bien esquissées et les ont utilisées dans leurs explications.

Question 8

Beaucoup de candidats ont réussi cette question. Dans la partie (a), quelques candidats ont trouvé $f''(-4/3)$ mais n'ont pas su comment conclure, mais la plupart ont manifesté une bonne compréhension du test de la dérivée seconde.

Une grande proportion de candidats ont réussi à montrer que $p=-4$ mais ils y en avaient encore quelques-uns qui ont travaillé à l'envers en partant de la réponse. D'autres n'ont pas utilisé l'information donnée, sont partis de la dérivée seconde, ont intégré et ont réalisé que *p* était la constante d'intégration. Les candidats qui ont calculé la dérivée en $x=2$ puis égalé le résultat à 4 n'ont clairement pas compris le concept évalué ici. Peu de candidats ont utilisé le point B avec ses coordonnés fractionnaires.

Les candidats ont souvent bien fait la première partie du (c), sachant intégrer et trouver correctement quelques termes ou tous les termes. Quelques-uns ont eu des difficultés avec les fractions ou ont fait des erreurs de signe par inattention ; d'autres n'ont pas utilisé la valeur $p=-4$ et de ce fait n'ont pas trouvé le troisième terme dans l'intégration. Très fréquemment les candidats ou bien ont oublié la constante d'intégration ou bien l'ont laissé sans déterminer sa valeur.

Question 9

Les candidats ont généralement bien traité tout ou partie des questions (a) et (b). Additionner les probabilités le long des branches ou tenter d'utiliser la formule concernant l'union fournie dans le livret d'informations constituaient une partie des erreurs. Dans la partie (b)(ii), beaucoup de candidats savaient qu'ils devaient utiliser une forme de probabilité conditionnelle mais ne savaient pas comment trouver $\mathrm{P}(E|F)$. Beaucoup de candidats ont fait des erreurs sur les fractions. Quelques candidats ont pu gagner des points de suivi dans la partie (b)(ii) après s'être trompés dans la partie (a)(ii).

Beaucoup de candidats ont eu des difficultés à compléter le tableau de la distribution de probabilités. S'il était compréhensible de rencontrer fréquemment la probabilité erronée de $2/9$ pour $x=3$ lorsque les candidats n'observaient pas qu'il y avait deux façons de payer trois euros, il était décevant de voir ces candidats trouver souvent la valeur correcte de $\mathrm{P}(X=4)$ égale à $4/9$ et ne pas remarquer que les probabilités ne faisaient pas un total de 1. Ces candidats n'ont pas pu gagner la totalité des points de suivi dans les calculs de l'espérance de la partie (d). Quelques candidats ont utilisé le total des probabilités égales à 1 avec des valeurs incorrectes dans la partie (c) ; ces candidats ont souvent gagné la totalité des points de suivi dans la partie (d), puisque la majorité des candidats connaissait la méthode pour calculer l'espérance.

Question 10

De nouveau ici beaucoup de candidats ont eu des difficultés à déterminer les angles classiques dans les équations trigonométriques. Dans la partie (a), quelques-uns n'ont pas assez rédigé la résolution des équations. D'autres n'ont obtenu qu'une solution dans (a)(i) et n'en trouvèrent pas d'autre. Quelques candidats ont travaillé en degrés ; la majorité en radians.

Pendant que certains candidats ont semblé utiliser ce qu'ils comprenaient de la courbe de la fonction originale pour trouver l'abscisse à l'origine dans la partie (b), la plupart ont utilisé le résultat de la partie (a)(ii) parfois avec des points de suivi en partant d'une réponse incorrecte.

La plupart des candidats ont su qu'il fallait intégrer dans la partie (c) mais beaucoup moins ont été capable de poursuivre correctement la solution jusqu'à la fin. Certains n'ont pas détaillé la substitution complète des bornes ayant supposé incorrectement que la valeur de la primitive en 0 était 0 ; sans ces calculs on ne pouvait pas gagner le point pour l'évaluation aux bornes. De nouveau beaucoup de candidats ont eu du mal avec les valeurs trigonométriques classiques.

Bien qu'il y ait eu un problème dans la formulation de la question concernant le domaine proposé, cela n'a pas semblé déranger les candidats dans la partie (d). Cette partie a souvent été bien faite par les candidats utilisant un langage varié pour décrire la translation horizontale de $\pi/2$ vers la droite.

La plupart des candidats qui ont tenté la partie (e) ont réalisé que l'intégrale était égale à la valeur qu'ils avaient trouvée dans la partie (c), mais la majorité ont essayé d'intégrer la fonction g sans succès.

Quelques candidats ont utilisé des esquisses pour trouver l'une ou les deux valeurs de p. Le problème dans la formulation de la question ne semble pas avoir été remarqué par les candidats dans cette partie aussi.

Recommandations et conseils pour la préparation de futurs candidats

- Les candidats ont besoin d'une abondance d'entraînement pour justifier, expliquer et montrer des résultats déjà donnés car ceci a causé à beaucoup des difficultés dans cette épreuve.
- Quelques candidats ont besoin de travailler plus l'interprétation des dérivées.
- Les enseignants doivent souligner l'importance pour les candidats de rechercher les liens entre les parties successives d'une même question. Ceci est particulièrement vrai lorsqu'une information donnée peut être utilisée pour gagner des points sur une question ultérieure, même si l'information donnée ne peut pas être justifiée par le candidat.
- Les candidats doivent connaître les termes utilisés dans les sujets d'examen ; par exemple « donner » signifie que la réponse peut être trouvée sans rédiger de calculs tandis que « trouver » signifie qu'il il y a une justification à rédiger.
- Les candidats doivent connaître les fonctions trigonométriques des angles 0, $\pi / 2$, π etc.
- les candidats doivent s'entraîner à additionner et multiplier des fractions sans calculatrice et doivent être capables d'utiliser la méthode la plus efficace de calcul (par exemple inutile de trouver le dénominateur commun pour multiplier). Du travail sans calculatrice doit être donné périodiquement pour entretenir les techniques d'arithmétique et d'algèbre en vue de l'épreuve 1.

Les parties de l'examen qui ont donné des difficultés particulières aux candidats comme noté dans ce document ont besoin d'une attention spéciale.

Épreuve 2 du niveau moyen

Seuils d'attribution des notes finales par matière

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 13	14 – 26	27 – 41	42 - 52	53 – 63	64 – 74	75 – 90

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

- Un nombre considérable de candidats rencontrent encore des difficultés à utiliser la calculatrice à écran graphique pour trouver des informations (comme l'écart type, les maximums et minimums locaux, les solutions d'une équation, la valeur d'une intégrale définie, etc.).
- Déterminer un terme particulier dans un développement binomial dans lequel les deux termes dépendent de x.
- Identifier des taux de changement avec des dérivées.
- Quand utiliser les radians ou les degrés.
- Déterminer graphiquement le nombre de solutions d'une équation telle que $f(x) = k$.
- Reconnaître quels sont les vecteurs utiles pour déterminer l'angle entre deux droites données sous forme vectorielle.
- La précision dans les calculs.

Les niveaux de connaissances, de compréhension et techniques

Les écoles ont bien couvert l'ensemble du programme et les candidats ont fait bon usage de leur temps. La plupart d'entre eux ont normalement abordé toutes les questions.

On pouvait voir une rédaction claire dans les problèmes classiques comme dans Q2.

Les domaines suivants ont été bien traités :

- compréhension des suites arithmétiques

- compréhension de l'algèbre élémentaire des vecteurs
- esquisse de la courbe d'une fonction en utilisant la calculatrice graphique
- trigonométrie des secteurs, arcs et triangles.
- calcul de la moyenne et des valeurs manquantes dans un tableau de données
- dérivation du produit.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

La majorité des candidats n'ont pas eu des difficultés pour trouver les valeurs manquantes dans le tableau des effectifs, mais beaucoup n'ont pas été confortables dans le calcul de la moyenne et de l'écart type en utilisant leur calculatrice graphique.

La moyenne correcte a souvent été trouvée sans que soit utilisée les fonctions statistiques de la calculatrice graphique, mais un grand nombre de candidats ont été incapables de trouver l'écart type.

Question 2

Ce problème a été bien traité par la grande majorité des candidats. La plupart des élèves ont disposé leurs calculs avec clarté et logique et ont gagné la totalité des points.

Question 3

Tandis que beaucoup de candidats réussissaient la partie (a), beaucoup moins ont reconnu la distribution binomiale dans la deuxième partie de ce problème.

Ceux qui n'ont pas obtenu la réponse correcte dans la partie (a) ont souvent obtenu une partie des points soit en dessinant un tableau pour représenter l'univers soit en listant les paires appropriés.

Question 4

Bien qu'un grand nombre d'élèves ont réalisé qu'ils pouvaient utiliser le développement du binôme, beaucoup moins réussirent à trouver le terme en x^4.

Les candidats ont rencontré des difficultés variées en essayant de résoudre ce problème :

- choisir un terme incorrect
- tenter de développer $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^5$ à la main
- trouver seulement le coefficient du terme
- ne pas être capable de déterminer lequel des termes donnerait un x^4
- faire des erreurs dans le calcul du coefficient

Question 5

Cette question a été bien traitée par un nombre satisfaisant de candidats.

Pour la partie (a), beaucoup de bonnes esquisses ont été vues bien qu'un nombre significatif de candidats ont utilisé soit des degrés soit une fonction comme $(\sin \mathrm{e})^x$. Il y a des élèves qui ont perdu des points pour la mauvaise qualité de leurs figures. Par exemple la forme générale était correcte mais les maximums et minimums n'étaient pas assez précis.

Il y a eu des candidats qui se sont battus en vain pour résoudre algébriquement l'équation de la partie (b) au lieu d'utiliser la calculatrice graphique. Ceux qui ont effectivement utilisé leur calculatrice pour résoudre l'équation ont fréquemment donné leurs réponses de façon imprécise, suggérant qu'ils ne savaient pas comment utiliser la fonction « zéro » sur leur calculatrice et qu'ils avaient trouvé une solution grossière avec la fonction « trace ».

Dans la partie (c) ils ont souvent donné la solution correcte, ou obtenu des points de suivi après leurs résultats incorrects de la partie (b).

Question 6

Les parties (a) et (b) ont généralement été bien traitées, le souci principal étant la précision.

Beaucoup d'élèves ont manqué d'habileté avec la calculatrice pour achever avec succès (6)(c) parce qu'il n'ont pas pu trouver la valeur de l'intégrale définie. Quelques-uns ont essayé de la trouver à la main.

Lorsqu'ils essayaient d'expliquer pourquoi l'intégrale n'était pas l'aire, la plupart savaient que la région sous l'axe des abscisses Ox était la raison pour laquelle l'intégrale ne donnait pas l'aire totale, mais les explications n'étaient pas suffisamment claires. Il était souvent affirmé que l'aire sous l'axe était négative plutôt que l'intégrale.

Question 7

Cette question est apparue comme difficile à la grande majorité des candidats.

La partie (a) a généralement été bien traitée mais dans les parties (b) et (c) les candidats n'ont pas considéré que trouver les taux d'accroissement signifiait qu'ils devaient utiliser la dérivation. La plupart des élèves ou bien ont complètement raté ou bien n'ont pas compris que cette question demandait des taux d'accroissement instantané ce qui a conduit la plupart d'entre eux à utiliser l'équation originale. Quelques-uns ont tenté de trouver un taux d'accroissement moyen sur l'intervalle de temps, mais encore moins tentèrent d'utiliser la dérivée.

Parmi ceux qui ont pensé à utiliser la dérivée dans (b), une grande majorité l'ont calculé à la main au lieu d'utiliser les possibilités de leur calculatrice graphique pour l'évaluer.

L'inéquation dans la partie (c) a été quelquefois bien résolue en utilisant la fonction originale mais beaucoup ont oublié d'arrondir leurs réponses à l'entier le plus proche.

Question 8

La plupart des candidats ont montré une compréhension de la trigonométrie sur cette question. Ils ont en général réussi les parties (a) et (c), et beaucoup d'entre eux même la partie (b). Moins de candidats ont su traiter la partie (d).

Beaucoup ont choisi de travailler en degrés plutôt qu'en radians, ce qui a souvent introduit de multiples erreurs. Quelques-uns ont utilisé un rayon incorrect de 6 ou 10.

Un nombre satisfaisant de candidats savaient comment trouver l'aire de la région hachurée.

Cependant, l'incapacité à travailler en radians et des confusions sur les chiffres significatifs ont été des problèmes fréquents. Les candidats les plus faibles ont souvent fait la faute d'utiliser les formules du triangle pour des secteurs ou d'utiliser des degrés dans les formules au lieu de radians.

Pour quelques candidats il y a eu beaucoup de situations de confusion entre segments et arcs. Dans (a) certains ont pris 6 comme la longueur de AC. Dans (d) certains ont trouvé la longueur de l'arc EF plutôt que la longueur du segment.

Plusieurs élèves ont semblé confondre l'aire du secteur dans (b) avec la région hachurée.

Question 9

Beaucoup de candidats ont montré une bonne compréhension de l'équation vectorielle d'une droite et de ses applications à un problème de cinématique en répondant correctement aux deux premières parties de cette question.

Quelques-uns savaient que vitesse et distance étaient des normes de vecteurs mais ils ont choisi de mauvais vecteurs pour en calculer la norme.

Très peu de candidats ont été capables d'obtenir les deux réponses correctes dans (c) même s'ils avaient correctement posé l'équation. On a vu beaucoup de contorsions algébriques et très peu de traces d'utilisation de la calculatrice graphique pour résoudre l'équation. Beaucoup ont fait des erreurs algébriques élémentaires en combinant des termes non semblables dans le travail sur le produit scalaire (écrivant souvent $8a$ au lieu de $8 + a$) ou sur la norme (écrivant souvent $5a^2$ au lieu de $5 + a^2$).

Question 10

Beaucoup de candidats ont trouvé correctement les abscisses de P et Q dans (a)(i) avec leur calculatrice graphique. Dans (a)(ii) quelques candidats ont incorrectement interprété les mots « exactement deux solutions » comme indiquant que le discriminant d'une quadratique était exigé. Beaucoup n'ont pas su réaliser que les valeurs de k qu'ils recherchaient dans cette question étaient les ordonnées des points trouvés dans (a)(i).

Beaucoup de candidats ont été confus dans l'application de la formule du produit lorsqu'il vérifiait l'expression donnée de la dérivée de g. Montrer que la dérivée était bien l'expression donnée à souvent reçu la totalité des points même si dans quelques cas ils n'étaient pas faciles de décider si la démonstration venait d'une bonne compréhension des formules du produit et des fonctions composées ou d'un raisonnement à l'envers partant du résultat donné.

Quelques candidats ont esquissé la courbe de la dérivée dans (c) sur le sujet d'examen malgré les instructions claires de présenter leur travail sur des feuilles séparées. La plupart de ceux qui ont essayé d'esquisser la courbe dans (c) l'ont bien fait, mais les solutions correctes de 10(d) ont été bien rares.

Recommandations et conseils pour la préparation de futurs candidats

L'épreuve 2 fait activement appel à la calculatrice graphique, on s'attend à ce que les candidats l'utilisent comme leur premier outil, cependant ce n'est pas encore le cas pour un nombre considérable de candidats. Il est fondamental que les élèves soient capables de décider quand et pourquoi la calculatrice est un outil utile. Dans cette épreuve ils devraient l'utiliser au moins lorsque :

- ils travaillent sur des statistiques
- ils calculent des intégrales définies
- ils résolvent des équations. La calculatrice graphique non seulement donne les solutions mais aide aussi le candidat à voir le nombre de solutions.
- ils esquissent une courbe. Dans ce cas les enseignants doivent souligner que les éléments clés doivent être plutôt précis, par exemple les zéros, les points maximums et minimums, le domaine, les extrémités.
- ils utilisent une courbe pour obtenir des valeurs précises des maximums, minimums et zéros d'une fonction. Il est important de montrer aux élèves que la fonction « trace » de leur calculatrice graphique donne seulement des résultats approximatifs pour ces valeurs par opposition à les trouver de façon plus précise en utilisant les fonctions prédéfinies de la calculatrice.

À moins qu'il leur soit donné des conseils, les candidats continueront à choisir des approches analytiques qui sont parfois stériles.

Il est important de souligner la nécessité de présenter son travail clairement ; la section A sur le livret d'examen et la section B sur du papier réglé.

Le lien entre dérivée et taux de changement doit être souligné plus fortement. Il faut une bien plus grande habitude de l'utilisation des mesures en radian et celle-ci ne peut s'obtenir qu'à travers plus d'entraînement avec les radians et leurs relations avec les degrés.

La plupart des candidats ont perdu des points de précision. Il faut porter une plus grande attention à la différence entre 3 chiffres significatifs et 3 chiffres après la virgule et aux inconvénients des arrondis prématurés dans les calculs.

Il apparaît que beaucoup d'élèves ne voient pas clairement ce qu'ils doivent écrire en examen pour « expliquer leur raisonnement » lorsqu'ils utilisent la calculatrice graphique, ainsi les candidats perdent souvent un temps précieux à écrire des méthodes analytiques pour des problèmes résolus plus efficacement avec la calculatrice graphique. « Montrer son raisonnement » ne signifie pas faire des manipulations algébriques. Plutôt, ce qui est important est de montrer la pensée mathématique, la mise en place, avant de prendre en main la calculatrice, et ensuite de laisser la calculatrice faire le travail calculatoire. Quoi que ce soit qui préparent la solution, rendant le problème « prêt pour la calculatrice » est ce que l'élève doit présenter comme explication.

Pour aider les enseignants et les élèves à comprendre plus clairement ce que cela signifie en pratique, une solution modèle pour l'épreuve 2 est attachée à ce rapport. En regardant ce barème pour l'épreuve 2, gardez en mémoire, s'il vous plaît, que toute approche analytique est donnée là pour informer les examinateurs sur la façon d'attribuer des points pour de telles approches. Cela ne veut pas signifier qu'il s'agit d'approches préférées ou attendues.

22107308

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2

Jeudi 6 mai 2010 (matin)

1 heure 30 minutes

Numéro de session du candidat

0	0								

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toute la section A dans les espaces prévus à cet effet.
- Section B : répondez à toute la section B sur les feuilles de réponses prévues à cet effet. Inscrivez votre numéro de session sur chaque livret de réponse que vous avez utilisé et joignez-les à cette épreuve écrite et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- À la fin de l'examen, indiquez le nombre de feuilles de réponse utilisées dans la case prévue à cet effet sur la couverture du livret.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.

Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

SECTION A

*Répondez à **toutes** les questions dans les espaces prévus à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.*

1. *[Note maximale : 7]*

Le tableau ci-dessous donne les notes d'examen de 120 élèves.

Note	Nombre d'élèves	Fréquence cumulée
1	9	9
2	25	34
3	35	p
4	q	109
5	11	120

(a) Trouvez la valeur de

(i) p ;

(ii) q. *[4 points]*

(b) Trouvez la note moyenne. *[2 points]*

(c) Donnez l'écart-type. *[1 point]*

(a) i) $p = 34+35$

$= 69$

ii) $69 + q = 109$

$q = 40$

(b) note moyenne $= \frac{\sum fx}{120} = 3{,}16$

c) e.t $= 1{,}09$

2. *[Note maximale : 6]*

Une suite arithmétique, u_1, u_2, u_3..., est telle que $d = 11$ et $u_{27} = 263$.

(a) Trouvez u_1. *[2 points]*

(b) (i) Étant donné que $u_n = 516$, trouvez la valeur de n.

(ii) Pour cette valeur de n, trouvez S_n. *[4 points]*

a) $263 = u_1 + 26 \cdot 11$

$u_1 = -23$

b) i) $516 = -23 + 11(n-1)$

$n = 50$

ii) $S_{50} = \frac{50}{2}(-23 + 516)$

$= 12325$

3. *[Note maximale : 5]*

Jan joue un jeu en jetant deux dés équilibrés à six faces. Elle gagne un lot si la somme des dés est cinq.

(a) Jan jette les deux dés une fois. Trouvez la probabilité qu'elle gagne un lot. *[3 points]*

(b) Jan jette les deux dés huit fois. Trouvez la probabilité qu'elle gagne trois lots. *[2 points]*

a) somme 5 : (1,4) (4,1) (2,3) (3,2)

$P(\text{lot}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b) $X \sim B\left(8, \frac{1}{9}\right)$

$P(X = 3) = 0,0426$

4. *[Note maximale : 6]*

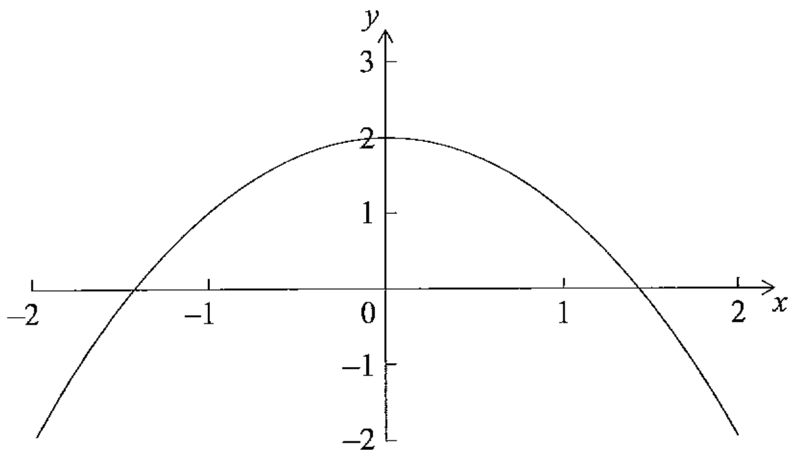
Trouvez le terme en x^4 dans le développement de $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^5$.

$\binom{5}{2}(3x^2)^3\left(\frac{-2}{x}\right)^2$

$= 1080x^4$

5. *[Note maximale : 7]*

On considère $f(x) = 2 - x^2$, avec $-2 \le x \le 2$ et $g(x) = \sin e^x$, avec $-2 \le x \le 2$. La représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



(a) Sur la figure ci-dessus, esquissez la représentation graphique de g. *[3 points]*

(b) Résolvez $f(x) = g(x)$. *[2 points]*

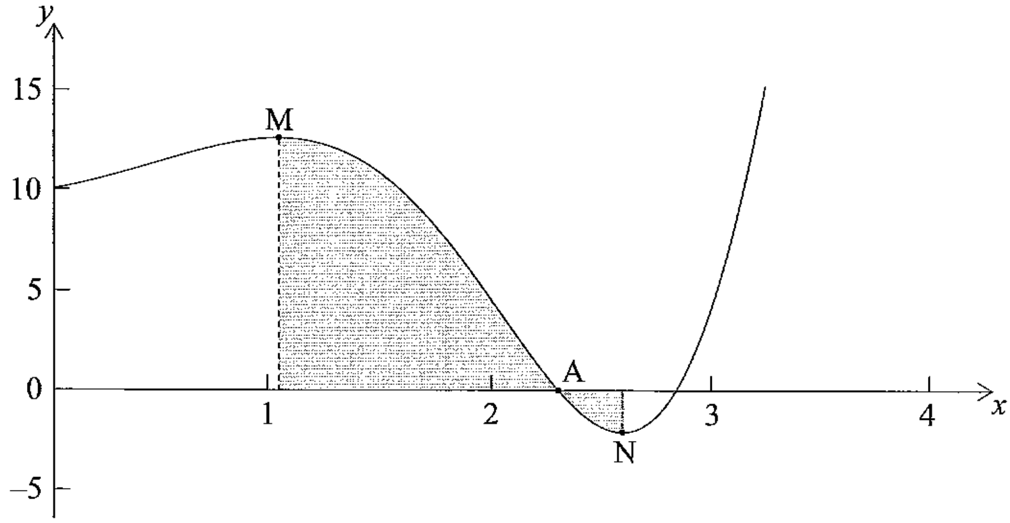
(c) Donnez l'ensemble des valeurs de x telles que $f(x) > g(x)$. *[2 points]*

b) $x = -1{,}32$, $x = 1{,}68$

c) $-1{,}32 < x < 1{,}68$

6. *[Note maximale : 6]*

Soit $f(x) = e^x \sin 2x + 10$, avec $0 \le x \le 4$. Une partie de la représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



Sont représentés une abscisse à l'origine au point A, un maximum relatif au point M avec $x = p$ et un minimum relatif au point N avec $x = q$.

(a) Donnez l'abscisse de A. *[1 point]*

(b) Trouvez la valeur de

(i) p ;

(ii) q. *[2 points]*

(c) Trouvez $\int_p^q f(x)\,dx$. Expliquez pourquoi ceci n'est pas l'aire de la région grisée. *[3 points]*

a) 2,31

b) i) 1,02
ii) 2,59

c) $\int_p^q f(x)\,dx = 9,96$

C'est pas l'aire de la region grisée parce que une partie de la représentation graphique est dessous

7. *[Note maximale : 8]*

Le nombre de bactéries, n, dans une boîte de Petri, après t minutes est donné par $n = 800\mathrm{e}^{0,13t}$.

(a) Trouvez la valeur de n quand $t = 0$. *[2 points]*

(b) Trouvez le taux d'accroissement de n quand $t = 15$. *[2 points]*

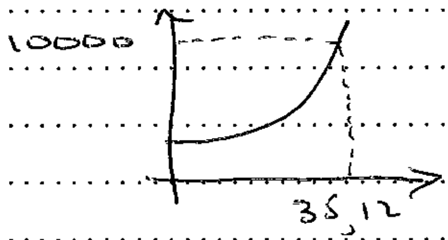
(c) Après k minutes, le taux d'accroissement de n est supérieur à 10 000 bactéries par minute. Trouvez la plus petite valeur de k, avec $k \in \mathbb{Z}$. *[4 points]*

a) $n = 800 \times e^{0,13 \times 0}$

$= 800$

b) $n'(15) = 731$

c) $n'(t) > 10000$



$k > 35,12$

la plus petite valeur de k es 36

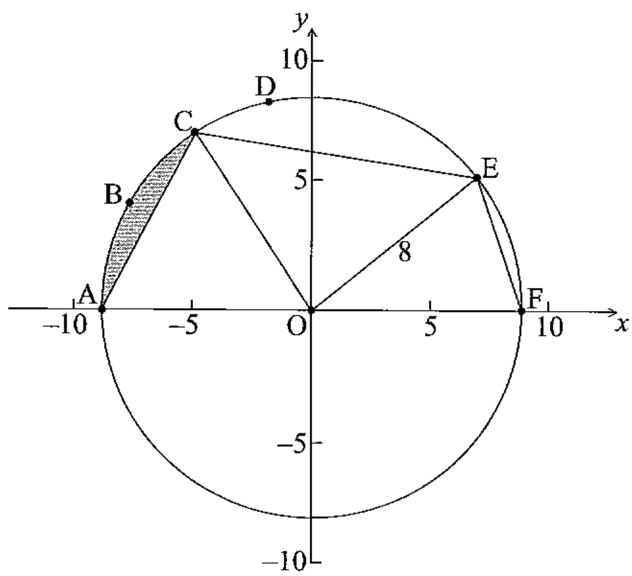
*Veuillez **NE PAS** écrire sur cette page.*

SECTION B

*Répondez à **toutes** les questions sur les feuilles de réponses fournies. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.*

8. *[Note maximale : 15]*

La figure ci-dessous représente un cercle de centre O et de rayon 8 cm.



la figure n'est pas à l'échelle

Les points A, B, C, D, E et F sont sur le cercle, et [AF] est un diamètre. La longueur de l'arc ABC est 6 cm.

(a) Trouvez la mesure de l'angle AOC. *[2 points]*

(b) À partir de là, trouvez l'aire de la région grisée. *[6 points]*

L'aire du secteur OCDE est 45 cm^2.

(c) Trouvez la mesure de l'angle COE. *[2 points]*

(d) Trouvez EF. *[5 points]*

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ANSWER SHEET
FEUILLE DE RÉPONSES
HOJA DE RESPUESTAS

Candidate session number / Numéro de session du candidat / Número de convocatoria del alumno								
0	0							

Sheet number / Feuille n° / Hoja núm.		

Please complete the boxes/Veuillez remplir les cases/Llene los recuadros

Question / Question / Pregunta — Examiner / Examinateur / Examinador

(8) (a) $6 = 8\theta$

$\hat{AOC} = 0{,}75$

(b) aire $AOC = \frac{1}{2} \cdot 0{,}75 \cdot 8^2 = 24 \text{ cm}^2$

aire $\Delta ADC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \sin 0{,}75$

$= 21{,}8\ldots \text{ cm}^2$

aire grisée $= 2{,}19 \text{ cm}^2$

(c) $45 = \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot \theta$

$\hat{COE} = 1{,}40625$

(d) $\hat{EOF} = \pi - 1{,}40625 - 0{,}75 = 0{,}985\ldots$

$EF = \sqrt{8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos \hat{EOF}}$

$= 7{,}57 \text{ cm}$

*Veuillez **NE PAS** écrire sur cette page.*

9. *[Note maximale : 16]*

Dans cette question, les distances sont en mètres.

Des maquettes d'avion volent en ligne droite à vitesse constante. Le premier avion passe par le point A. Sa position, p secondes après qu'il soit passé par A, est donnée par $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(a) (i) Donnez les coordonnées de A.

(ii) Trouvez la vitesse de l'avion en ms^{-1}. *[4 points]*

(b) Après sept secondes, l'avion passe par le point B.

(i) Trouvez les coordonnées de B.

(ii) Trouvez la distance parcourue par l'avion pendant ces sept secondes. *[5 points]*

(c) Le deuxième avion passe par le point C. Sa position, q secondes après qu'il soit passé par C, est donnée par $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$.

L'angle entre les trajectoires du premier avion et du deuxième est $40°$. Trouvez les deux valeurs de a. *[7 points]*

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Candidate session number / Numéro de session du candidat / Número de convocatoria del alumno

0	0							

Sheet number / Feuille n° / Hoja núm.

ANSWER SHEET
FEUILLE DE RÉPONSES
HOJA DE RESPUESTAS

Please complete the boxes/Veuillez remplir les cases/Llene los recuadros

Question / Question / Pregunta

Examiner / Examinateur / Examinador

(9) (a) (i) $(3, -4, 0)$

(ii) vector vitesse $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

vitesse $= \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 1^2}$

$= 3{,}74$

(b) (i) $B = (-3, -4, 0) + 7 \cdot (-2, 3, 1)$

$B = (-11, 17, 7)$

(ii) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

$= \begin{pmatrix} -14 \\ 21 \\ 7 \end{pmatrix}$ $AB^2 = (-14)^2 + 21^2 + 7^2$

distance $= 26{,}2$

(c) angle entre les vecteurs $= \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $1 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}$

$\left|\begin{matrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{matrix}\right| = \sqrt{14}$, $\left|\begin{matrix} -1 \\ 2 \\ a \end{matrix}\right| = \sqrt{a^2+5}$, $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} = a+8$

$\cos 40° = \dfrac{a+8}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{a^2+5}}$

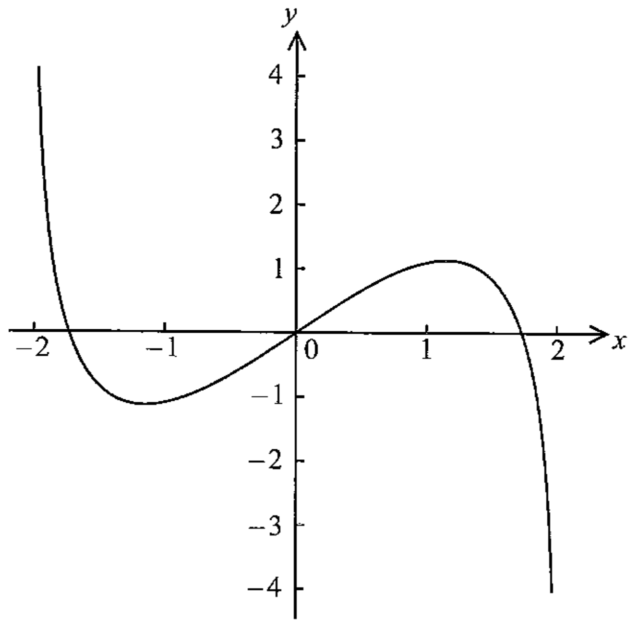
$a = 3{,}21$, $a = -0{,}990$

AB0102

*Veuillez **NE PAS** écrire sur cette page.*

10. *[Note maximale : 14]*

On considère $f(x) = x\ln(4-x^2)$, avec $-2 < x < 2$. La représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



(a) Soient P et Q les points de la courbe représentant f où la tangente à la représentation graphique de f est parallèle à l'axe des abscisses.

(i) Trouvez l'abscisse de P et de Q.

(ii) On considère $f(x) = k$. Donnez toutes les valeurs de k pour les-quelles il y a exactement deux solutions. *[5 points]*

Soit $g(x) = x^3 \ln(4-x^2)$, avec $-2 < x < 2$.

(b) Montrez que $g'(x) = \dfrac{-2x^4}{4-x^2} + 3x^2\ln(4-x^2)$. *[4 points]*

(c) Esquissez la représentation graphique de g'. *[2 points]*

(d) On considère $g'(x) = w$. Donnez toutes les valeurs de w pour les-quelles il y a exactement deux solutions. *[3 points]*

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Candidate session number / Numéro de session du candidat / Número de convocatoria del alumno								
0	0							

Sheet number / Feuille n° / Hoja núm.		

ANSWER SHEET
FEUILLE DE RÉPONSES
HOJA DE RESPUESTAS

Please complete the boxes/Veuillez remplir les cases/Llene los recuadros

Question / Question / Pregunta — Examiner / Examinateur / Examinador

(10) (a) (i) $-1{,}15, \quad 1{,}15$

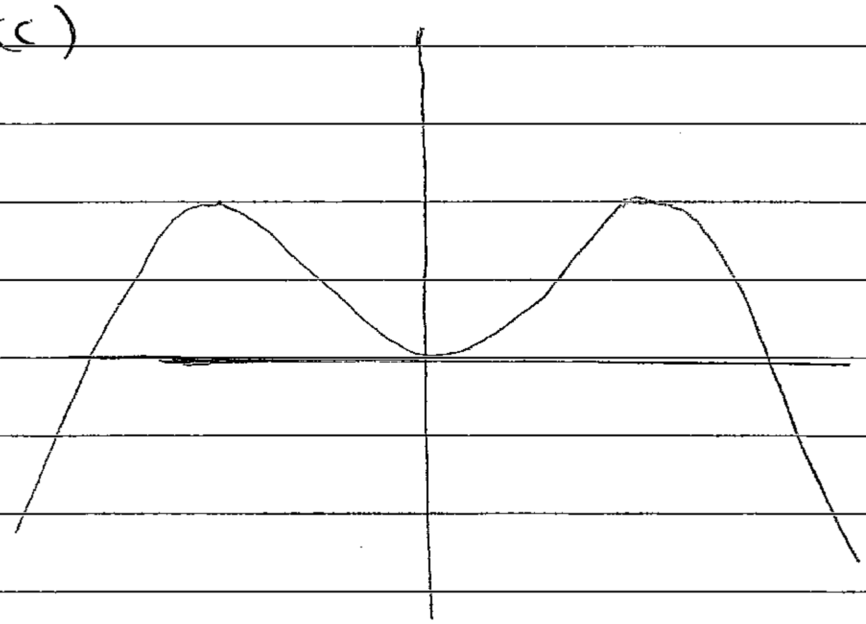
(ii) $k = -1{,}13, \quad k = 1{,}13$

(b) $g'(x) = (x^3)' \cdot \ln(4-x^2) + x^3 \cdot [\ln(4-x^2)]'$

$= 3x^2 \cdot \ln(4-x^2) + x^3 \cdot \dfrac{1}{4-x^2} \cdot (-2x)$

$= 3x^2 \ln(4-x^2) - \dfrac{2x^4}{4-x^2}$

(c)



(d) $\omega = 2{,}69, \quad \omega < 0$