

## MATEMÁTICAS NS

### Bandas de calificación de la asignatura

#### Matemática discreta

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 14	15 - 29	30 - 41	42 - 54	55 - 66	67 - 79	80 - 100

#### Series y ecuaciones diferenciales

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 14	15 - 29	30 - 40	41 - 53	54 - 67	68 - 79	80 - 100

#### Conjuntos, relaciones y grupos

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 13	14 - 27	28 - 39	40 - 52	53 - 65	66 - 78	79 - 100

#### Estadística y probabilidad

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 15	16 - 30	31 - 42	43 - 55	56 - 68	69 - 81	82 - 100

## Evaluación interna

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 6	7 - 13	14 - 18	19 - 23	24 - 29	30 - 34	35 - 40

### Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Las carpetas entregadas en esta convocatoria estaban por lo general bien escritas, empezando con una introducción interesante y concluyendo con un resumen riguroso y minucioso, quedando así patente que la mayoría de los alumnos habían comprendido bien las tareas que tenían que abordar. Por otro lado, la tremenda longitud de algunos trabajos, particularmente aquellos que superaron ampliamente las 40 páginas, influyó negativamente sobre la claridad y la concisión que se esperan en este tipo de trabajos. También fue decepcionante comprobar que varias de las carpetas finalizaban de manera abrupta y que contenían un trabajo incompleto que satisfacía únicamente algunas de las expectativas especificadas en las tareas.

Parece que los profesores habían entendido bien los criterios de evaluación, a pesar de que la concesión de la puntuación máxima en el Criterio F no siempre se correspondió con un trabajo de la calidad requerida para la obtención de dicha puntuación.

#### Las tareas:

Tal y como sucedió en la convocatoria de mayo de 2013, prácticamente todas las carpetas de esta convocatoria contenían tareas provenientes de la publicación «Tareas para ser utilizadas en 2012 y en 2013», siendo «Funciones sombra» y «Juegos de dados» las dos tareas más utilizadas. Resulta inquietante comprobar que algunos profesores han ignorado los Informes Generales de la Asignatura correspondientes a las tres últimas convocatorias, puesto que a pesar de que la tarea «Patrones de números complejos» se incluyó en muchas muestras, algunos alumnos y profesores volvieron a leer mal las instrucciones y presentaron una consecuencia conocida y trivial del teorema de de Moivre: que las raíces  $n$ -ésimas de la unidad, cuando se conectan entre sí de manera consecutiva en el plano complejo, forman un polígono regular. En estos casos se les restó a los alumnos un número considerable de puntos por llegar únicamente a esta conclusión, puesto que las generalizaciones buscadas se pasaron completamente por alto. Por favor, tengan presente los consejos que se dieron en cada uno de los Informes Generales de la Asignatura correspondientes a mayo de 2012, a noviembre de 2012 y a mayo de 2013.

### Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Los alumnos obtuvieron en general una buena puntuación en el criterio A, a pesar de que siempre hubo alguno que utilizó notación de calculadora para la multiplicación o las exponenciales o que no utilizó la notación estándar que se requiere para los subíndices.

Tal y como se comentó anteriormente, la mayoría de los alumnos redactaron trabajos muy bien escritos y con explicaciones minuciosas. Sin embargo, en algunos casos se siguieron viendo gráficos

sin rotular y sin título. Además, los moderadores no quedaron precisamente impresionados con aquellos documentos excesivamente largos que simplemente constaban de páginas repetitivas (utilizando el método de «copiar y pegar») que contenían párrafos idénticos con gráficos similares e interminables hojas de cálculo.

Por lo general, los alumnos presentaron buenos trabajos y los profesores otorgaron puntuaciones elevadas a dichos trabajos en lo que respecta a los criterios C y D. Sin embargo, decepcionó comprobar que en algunos trabajos de tipo I la «investigación» realizada fue muy superficial y poco minuciosa, aportándose pocas pruebas de que se hubiera buscado un patrón que permitiese justificar una conjetura y mucho menos una generalización. Parece que algunos alumnos empezaron con una noción previa del resultado final, sin llevar a cabo ninguna investigación.

El empleo de medios tecnológicos varió considerablemente de unos alumnos a otros. Mientras que algunos alumnos se limitaron a ilustrar sus investigaciones con gráficos, otros utilizaron controles deslizantes en los gráficos y hojas de cálculo dinámicas con parámetros variables. A menudo se concedió la máxima puntuación con demasiada generosidad, simplemente por haber incluido una amplia recopilación de gráficos parecidos. Asimismo, en las tareas de tipo II se deberían haber ajustado los gráficos de modo que reflejasen el dominio apropiado: únicamente números enteros positivos, todos los números reales, etc.

Se presentaron muchos trabajos buenos y muy completos; sin embargo, para la concesión de la máxima puntuación en el criterio F es necesario que el trabajo tenga un grado de sofisticación matemática que vaya más allá de la mera finalización de la tarea. Parece también que algunos profesores concedieron incorrectamente la máxima puntuación respecto a este criterio a trabajos que habían sido penalizados respecto a varios otros criterios.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Las sugerencias que aparecen a continuación se hicieron llegar ya a los profesores en los anteriores Informes Generales de la Asignatura, pero quizá valga la pena mencionarlas de nuevo:

Los profesores tienen que escribir directamente en el trabajo presentado por el alumno, no solo para hacer llegar sus comentarios y opiniones al alumno, sino también para facilitar información relevante a los moderadores. Se sugiere utilizar el Formulario B para que el profesor pueda anotar los comentarios más relevantes y descriptivos.

Con cada muestra se ha de incluir la información de contexto correspondiente a cada tarea de la carpeta. Algunos profesores han sido de gran ayuda con esta labor, particularmente con el uso del Formulario A o haciéndonos llegar comentarios anecdóticos, pero otros no han colaborado en absoluto. Esta información les resulta muy útil a los moderadores a la hora de confirmar los niveles de logro concedidos, pues les permite determinar el contexto en el que se situó cada tarea.

Se ha de incluir una hoja de soluciones con cada tarea enviada. Al hacerlo, el moderador podrá conocer en más detalle los motivos por los que el profesor ha evaluado el trabajo de ese modo. Solo unos pocos profesores facilitaron las hojas de soluciones correspondientes a las tareas que iban incluidas en las muestras. Algunos de ellos, en vez de dar una hoja de soluciones incluyeron un esquema de calificación.

En aquellos casos en los que hay más de un profesor de NS encargado de puntuar el trabajo de la carpeta, el uso de un esquema de calificación común ha resultado eficaz para garantizar la coherencia de dicho proceso de calificación.

Esta convocatoria de exámenes será la última ocasión en la que los alumnos tendrán que presentar una carpeta con trabajos. A la hora de puntuar el trabajo de clase que realizan los alumnos en Exploraciones, tengan presente que hay que basarse en un conjunto de Criterios de Evaluación distinto (del que se ha venido utilizando hasta ahora). Por favor, revise detenidamente los Criterios y los descriptores de los distintos niveles de logro.

## Prueba 1

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 16	17 - 33	34 - 46	47 - 62	63 - 79	80 - 95	96 - 120

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

Transformaciones de  $y = \ln x$ . Dominio y recorrido de funciones trigonométricas (compuestas). Comprensión de los conceptos subyacentes a la inducción matemática. Las preguntas 8b, c, 11e, f y la pregunta 12g les resultaron difíciles a los alumnos.

### Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

Puntos estacionarios en una curva, series geométricas, aplicaciones del teorema de de Moivre y demostración por inducción matemática.

### Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

#### Pregunta 1

Muchos alumnos lograron la máxima puntuación en lo que se pensaba que iba a ser una primera pregunta fácil. Sin embargo, hubo algunos alumnos que escribieron dos ecuaciones correctas pero que, a continuación, cometieron errores algebraicos y que, por ese motivo, hallaron valores de  $p$  y  $q$  incorrectos. Un pequeño número de alumnos también trataron de responder a esta pregunta utilizando la división larga, pero este método casi nunca dio lugar a respuestas totalmente correctas.

#### Pregunta 2

Los alumnos respondieron muy bien a esta pregunta y se vieron muchas respuestas totalmente correctas. Un pequeño número de alumnos cometieron errores aritméticos en el apartado (a) y, como consecuencia de ello, perdieron uno o dos puntos de precisión. También hubo unos pocos alumnos que parecían no conocer la fórmula  $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$  y que recurrieron a un método alternativo, en ocasiones incluso tratando de aplicar una igualdad claramente incorrecta como es  $Var(X) = \sum(x_i - \mu)^2$ .

### Pregunta 3

Algunos alumnos fueron capaces de responder correctamente a los apartados (a) y (b) pero luego el apartado (c) les resultó más difícil de abordar. Para la función inversa se vio algún esbozo (dibujo aproximado) correcto, pero algunos de los alumnos olvidaron incluir en él una asíntota horizontal. En el apartado (b) el recorrido indicado fue por lo general correcto. En el apartado (c) solo unos pocos alumnos, muy buenos todos, fueron capaces de obtener la máxima puntuación. Un gran número de alumnos utilizaron el punto  $(4,0)$  para obtener la ecuación  $4a + b = 1$  pero luego no supieron (o no creyeron que fuera necesario) utilizar la asíntota para deducir una segunda ecuación.

### Pregunta 4

La inmensa mayoría de alumnos comprendieron lo que significa que una matriz sea singular y fueron capaces de calcular correctamente su determinante. Algunos llegaron hasta  $a + b = \frac{b-a}{a-b}$  pero aquí se detuvieron, sin proseguir los cálculos. Aproximadamente dos tercios de los alumnos continuaron y hallaron que  $a + b = -1$ . Entre los alumnos más flojos, hubo muchos que trataron de hallar la inversa de  $A^{-1}$ .

### Pregunta 5

La mayoría de los alumnos fueron capaces de aplicar correctamente la derivación implícita y la regla del producto para así obtener  $3x^2(1 + y^2) = 0$ . Los mejores alumnos incluso se dieron cuenta de que  $x = 0$  era la única solución posible. Dichos alumnos por lo general prosiguieron el ejercicio y lograron la máxima puntuación. Algunos de ellos decidieron que  $y = \pm 1$ , pero luego no avanzaron más allá de este resultado. En alguna ocasión se vio también el conjunto de soluciones:  $x = 0$  e  $y = \pm i$ . Solo una pequeña minoría fue capaz de hallar los valores de  $x$  e  $y$  correctos para las tres coordenadas pero luego, sorprendentemente, los expresaron del siguiente modo:  $(0,0)$ ,  $(3,0)$  y  $(-3,0)$ .

### Pregunta 6

Fue agradable comprobar que había un montón de respuestas claras y exhaustivas para esta pregunta relativamente sencilla sobre inducción. Parece que el paso de inducción solo planteó problemas a los alumnos más flojos. Tal y como sucedió en convocatorias anteriores, los alumnos perdieron puntos principalmente por escribir «Sea  $n = k$ » (o variaciones de esta expresión) en vez de «Supongamos que se cumple para  $n = k$ ». Sigue siendo necesario prestar atención al paso final del razonamiento, pues la presencia de expresiones del tipo «se cumple para  $n = k + 1 \Rightarrow$  se cumple para  $n = k$ » sugiere que los alumnos no entienden del todo la inducción matemática como técnica.

**Pregunta 7**

Los alumnos siempre respondieron acertadamente a esta pregunta. Los alumnos demostraron tener unas ciertas habilidades en manipulación algebraica para derivar la respuesta dada en el apartado (a). En casi ningún caso el abordaje del apartado (b) fue deficiente, aunque en algunos el alumno perdió el punto final tras haber sustituido correctamente en la ecuación por haber incluido pocos cálculos/razonamientos complementarios.

**Pregunta 8**

Para muchos alumnos, el apartado (a) fueron cuatro puntos fáciles de obtener. Algunos de ellos estaban sorprendentemente contentos por haber obtenido los tres primeros puntos, pero luego fueron incapaces de dar el paso final sustituyendo  $1 - \sin^2$  y por  $\cos^2$  y .

Con mucha frecuencia, los alumnos tuvieron dificultades para resolver los apartados (b) y (c). A menudo se vieron «desarrollos» desconcertantes, que apenas les permitían avanzar a los alumnos. Por lo demás, los alumnos buenos fueron capaces de responder al apartado (b), aunque solo en contadas ocasiones obtuvieron la respuesta correcta en el apartado (c). En algunos casos el alumno indicó un recorrido  $g \in [-4, \frac{4}{3}]$ , pero no obtuvo ningún punto.

**Pregunta 9**

Los alumnos respondieron acertadamente al apartado (a) y un gran porcentaje de ellos demostraron estar familiarizados y sentirse seguros con este tipo de ecuación de cambio de base.

En cuanto al apartado (b), los alumnos buenos fueron capaces de resolverlo de manera competente. Algunos obtuvieron únicamente una solución, bien mediante la observación o cancelando por error un término en  $\ln x$ . Entre los alumnos más flojos, la solución incorrecta  $x = e^3$  tuvo una cierta prevalencia.

**Pregunta 10**

A la inmensa mayoría de los alumnos, el primer apartado de esta pregunta (a) les resultó fácil. Asimismo, un número similar de alumnos obtuvieron la máxima puntuación en el apartado (b), aunque unos pocos se abstuvieron de tener en cuenta el signo de la segunda derivada, a pesar de que en el enunciado de la pregunta se les pedía que lo hicieran.

Los 2 puntos del apartado (c) también les resultaron fáciles de conseguir.

Muchos alumnos se perdieron en el apartado (d). Se sugirieron diversas posibilidades para  $g(x)$ , siendo las más habituales  $2xe^{-2x}$ ,  $\frac{xe^{-x}}{2}$  o variaciones similares. A pesar de que la sección ii) valía únicamente un punto, (y de que en esta pregunta se mencionaba el término de examen «indique»), muchos alumnos trataron trabajosamente de seguir derivando. El apartado (diii) por lo general lo contestaron bien aquellos alumnos que habían hallado correctamente la función  $g(x)$ .

En cuanto al apartado (e), por lo general aquellos alumnos que habían logrado la máxima puntuación en los apartados anteriores también respondieron correctamente a este apartado.

A pesar de quedar patente que los alumnos comprendían bien la técnica de integración por partes, resultó sorprendente ver como en este apartado de la pregunta se cometieron muchos fallos por descuido o por falta de atención. En lo que respecta al apartado (f), solo una minoría obtuvo la máxima puntuación.

### Pregunta 11

El apartado (a) de esta pregunta resultó ser un comienzo fácil, a pesar de que unos pocos alumnos (los más flojos) siguen creyendo que  $\overline{CA}$  es igual a  $\overline{OC} - \overline{OA}$ .

Los 3 puntos del apartado (b) resultaron fáciles de conseguir, y casi ningún alumno dio una respuesta incorrecta.

Los alumnos respondieron acertadamente al apartado (c), aunque en algunos casos el razonamiento aplicado resultó escaso, especialmente teniendo en cuenta que ésta era una pregunta de tipo «Muestre que».

El apartado (d) constituyó un mayor desafío para los alumnos, a pesar de ser una pregunta muy estándar. Muchos alumnos obtuvieron únicamente 2 puntos, bien por haber calculado correctamente el vector director o por haber eliminado correctamente una de las variables. Se vieron varias soluciones claras y totalmente correctas, a pesar de que la ausencia de « $r =$ » sigue prevaleciendo, por lo que convendría recordar a los alumnos cuál es la forma correcta de la ecuación vectorial de una recta.

Para la mayoría de los alumnos el apartado (e) resultó ser un rompecabezas. De entre aquellos alumnos que sí respondieron acertadamente a este apartado, la mayoría se decantaron por utilizar la reducción por filas en una matriz ampliada.

Únicamente los mejores alumnos demostraron comprender en su totalidad el concepto de «planos que se cortan» y, de este modo, pudieron responder correctamente al apartado (f).

### Pregunta 12

El apartado (a) ya ha estado presente en otras pruebas, en varias ocasiones anteriores. A pesar de ello, y siendo una pregunta de tipo «Muestre que», algunos alumnos todavía tienen que ser más conscientes de la necesidad de mostrar todos y cada uno de los pasos del desarrollo, incluyendo el hecho de que  $\sin(-n\theta) = -\sin(n\theta)$ .

En cuanto al apartado (b), por lo general los alumnos lo resolvieron correctamente.

Asimismo, en muchos casos también se respondió correctamente al apartado (c), a pesar de que algunos alumnos utilizaron un enfoque únicamente trigonométrico (con frecuencia con menor acierto) en vez de aprovechar el resultado del apartado (b).

El apartado (d) constituyó una buena fuente de puntos para aquellos que optaron por utilizar números complejos para este tipo de preguntas. Se vieron algunos intentos muy limitados de hallar la solución por métodos únicamente trigonométricos, y hubo poquísimos alumnos que obtuvieran una solución correcta utilizando este enfoque.

Los alumnos respondieron de manera bastante acertada al apartado (e), a pesar de que los errores numéricos fruto del descuido fueron habituales. Hubo unos pocos alumnos que al integrar  $\sin n\theta$  obtuvieron  $n \cos n\theta$ .

Hubo muchísimos alumnos que no se dieron cuenta de que el apartado (e) era de gran ayuda para resolver el apartado (f). Algunos expresaron correctamente el volumen como  $\pi \int \cos^4 x dx - \pi \int \cos^6 x dx$ , obteniendo así los 2 primeros puntos, pero fueron incapaces de avanzar más allá. Solo un pequeño número de alumnos hábiles fueron capaces de obtener la respuesta correcta:  $\frac{\pi^2}{32}$ .

Para la inmensa mayoría de alumnos el apartado (g) resultó todo un desafío. No obstante, fue agradable comprobar que algunos de los alumnos que mejores notas obtuvieron en la prueba lograron los 3 puntos de este apartado.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Es necesario ser particularmente cuidadoso a la hora de aplicar algunas técnicas (técnicas que por otro lado son bastante estándar): Tanto en las preguntas sobre intersección de planos como en las de integración por partes e incluso en las que había que aplicar el teorema del resto se vieron errores por descuido o por falta de atención. A pesar de que hubo algunos exámenes escritos muy bien presentados y que obtuvieron una puntuación muy elevada, habría que insistir a los alumnos sobre la importancia de la presentación, en particular en aquellas preguntas en las que hay que dibujar aproximadamente un gráfico y en aquellas que requieren un minucioso desarrollo algebraico.

## Prueba 2

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 17	18 - 35	36 - 48	49 - 64	65 - 79	80 - 95	96 - 120

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

Indicar respuestas con el número requerido de cifras significativas o de lugares decimales, esbozar gráficos precisos y claramente rotulados, calcular el módulo de un número complejo  $z$ , utilizar el producto escalar para hallar la ecuación vectorial de una recta perpendicular a otra recta dada, formular una ecuación a partir de un diagrama, utilizar una sustitución trigonométrica distinta de las habituales para hallar una integral indefinida, hallar la mediana de una función densidad de probabilidad continua, reconocer en un contexto textual (no simbólico) una variable aleatoria que presenta una distribución binomial, omitir la evaluación de una constante de integración, resolver una ecuación diferencial para la que es necesario separar las variables, no reconocer o no ser capaz de utilizar formas alternativas de aceleración, hallar una función inversa (y saber identificar en qué



condiciones la función inversa no existe) y formular una integral definida para calcular el volumen de un sólido de revolución.

## Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

Resolver una ecuación matricial sencilla con una calculadora de pantalla gráfica (CPG), hallar el primer término y la diferencia común de una progresión aritmética, utilizar una CPG para hallar el valor de  $\mu$  y de  $\sigma$  de una distribución normal, responder a una pregunta estándar sobre probabilidad condicionada, calcular un producto escalar en términos de una función trigonométrica, resolver una ecuación trigonométrica (una ecuación de segundo grado en  $\sin \theta$ ), calcular el área de una región de un círculo partiendo de un sector circular y de un triángulo, aplicar la distribución de Poisson en contextos estándar, hallar la media de una función densidad de probabilidad continua y determinar la ecuación de una normal.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1

Por lo general, aquellos alumnos que utilizaron una calculadora de pantalla gráfica (CPG) respondieron acertadamente a esta pregunta. Por el contrario, aquellos alumnos que emplearon una técnica de eliminación sin recurrir a la CPG a menudo cometieron errores algebraicos. Unos pocos alumnos trataron de calcular  $X = BA^{-1}$  o  $X = AB$ .

### Pregunta 2

Los alumnos resolvieron muy acertadamente ambos apartados. En el apartado (a), hubo unos pocos alumnos que cometieron por descuido un error algebraico al tratar de hallar el valor de  $a$  o de  $d$ .

En el apartado (b), unos pocos alumnos trataron de hallar el valor de  $n$  para el cual  $u_n > 5.000$ .

Algunos alumnos utilizaron la fórmula  $S_n = \frac{n}{2}[u_1 + (n-1)d]$ , que es incorrecta. Varios alumnos, de manera innecesaria, trataron de simplificar  $S_n$ . La mayoría de los alumnos que resolvieron correctamente el apartado (b) adoptaron un enfoque gráfico y comunicaron eficazmente la solución encontrada. Hubo unos pocos alumnos que no dieron el valor de  $n$  como un entero.

### Pregunta 3

Los alumnos respondieron al apartado (a) razonablemente bien, a pesar de que deberían ser más minuciosos y poner más cuidado al mostrar el comportamiento en los extremos. Algunos bosquejos de gráficos sugerían la existencia de una intersección con el eje vertical o mostraban un círculo abierto en el eje vertical. Hubo un gran número de alumnos que no indicaron las coordenadas de las diversas características clave redondeando a tres cifras significativas. También hubo un gran número de alumnos que no ubicaron el máximo cerca de  $x = 10$ . La mayoría de los alumnos fueron capaces de ubicar los puntos de intersección con el eje  $x$  y el mínimo. Lamentablemente, hubo unos pocos alumnos que esbozaron el gráfico utilizando una calculadora de pantalla gráfica que estaban configurada en grados.

En el apartado (b), algunos alumnos identificaron los valores críticos correctos, pero utilizaron los signos de desigualdad incorrectos. Algunos alumnos trataron de resolver la desigualdad por métodos algebraicos.

#### Pregunta 4

Bien resuelta, en general. La mayoría de los alumnos utilizaron correctamente la simetría de la curva de la distribución normal y de la inversa de la distribución normal para establecer un par correcto de ecuaciones en  $\mu$  y  $\sigma$ . Unos pocos alumnos escribieron ecuaciones que contenían el comando «invNorm» (se trata de un comando de la calculadora de pantalla gráfica).

Hubo unos pocos alumnos que no expresaron las respuestas redondeando al número entero de minutos más cercano, y otros pocos que cometieron errores al convertir horas en minutos.

#### Pregunta 5

Los alumnos resolvieron muy acertadamente ambos apartados. En el apartado (a), la mayoría de los alumnos emplearon acertadamente un diagrama de árbol.

En el apartado (b) la mayoría de los alumnos utilizaron correctamente razonamientos de probabilidad condicionada.

#### Pregunta 6

Los alumnos resolvieron el apartado (a) razonablemente bien. A la hora de multiplicar y de dividir por el conjugado de  $a - i$ , algunos alumnos determinaron incorrectamente el denominador, pues indicaron que era igual a  $a^2 - 1$ .

En el apartado (b), un número significativamente alto de alumnos fueron capaces de desarrollar y de simplificar correctamente  $|z|$ , a pesar de que hubo muchos que parecían no comprender realmente la definición de  $|z|$ .

#### Pregunta 7

Los alumnos lograron resolver muy acertadamente el apartado (a). La mayoría de los alumnos fueron capaces de utilizar el producto escalar y la igualdad  $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$  para llegar hasta el resultado requerido.

Los alumnos resolvieron el apartado (b) razonablemente bien. Hubo unos pocos alumnos que confundieron «el valor positivo más pequeño posible» con el valor mínimo de una función. Algunos alumnos dieron como respuesta final  $\theta = 0,34$ .

#### Pregunta 8

Los alumnos lograron resolver muy acertadamente el apartado (a). La mayoría de los alumnos sabían cómo calcular el área de una región situada dentro de un círculo. Hubo unos pocos alumnos que utilizaron  $r = 20$ .

El apartado (b) supuso todo un desafío para un gran porcentaje de los alumnos. Un error habitual fue equiparar la zona no sombreada con la zona sombreada. Algunos alumnos expresaron la respuesta

final redondeando a tres cifras significativas, en vez de a las cuatro cifras significativas que se pedían en el enunciado.

### Pregunta 9

Los alumnos no resolvieron acertadamente el apartado (a). La mayoría de los alumnos se dieron cuenta de que había que calcular un producto escalar. Algunos alumnos, a la hora de realizar cálculos con  $\lambda$ , cometieron errores aritméticos o de signo por descuido o por falta de atención. Hubo unos pocos alumnos que olvidaron expresar la respuesta final de la forma « $r =$ ».

Aquellos alumnos que dieron una respuesta acertada en el apartado (a) por lo general también respondieron correctamente al apartado (b). La gran mayoría de los alumnos que dieron una respuesta correcta calcularon  $|\overline{OP}|$ .

### Pregunta 10

Para la mayoría de los alumnos esta pregunta supuso todo un reto. Una gran mayoría de los alumnos fueron capaces de cambiar de variable, pasando de  $x$  a  $u$ , pero no supieron avanzar más allá de este punto.

### Pregunta 11

Un amplio porcentaje de alumnos resolvieron bastante bien los apartados (a) y (b). En el apartado (a) (ii), algunos alumnos utilizaron una desigualdad incorrecta (p. ej.,  $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 3)$ ) mientras que en (a) (iii) hubo alumnos que no utilizaron  $\mu = 2,4$ . En el apartado (a) (iv) hubo alumnos que, o bien no se dieron cuenta de que tenían que considerar una variable aleatoria binomial, o bien si que la utilizaron pero empleando parámetros incorrectos.

En (b) (i), algunos alumnos dieron el valor de  $k$  redondeando a tres cifras significativas en vez de redondear a seis lugares decimales. En los apartados (b) (i), (ii) y (iv), hubo un gran número de alumnos que recurrieron innecesariamente a la integración por partes. En el apartado (b) (iii), hubo varios alumnos que pensaron que la moda de  $X$  era  $f(3)$ , en vez de  $x = 3$ . En el apartado (b) (iv), hubo varios alumnos que no tuvieron en cuenta el dominio de  $f$  cuando trataron de hallar la mediana o de comprobar su solución.

### Pregunta 12

En el apartado (a) (i), hubo un número sorprendentemente alto de alumnos que no fueron capaces de hallar correctamente  $v$  en función de  $t$ . El error más habitual fue obviar las condiciones iniciales y escribir  $\int 3 \cos \frac{t}{4} dt = 12 \sin \frac{t}{4}$ . Aquellos alumnos que resolvieron correctamente el apartado (a) (i) por lo general también respondieron acertadamente a los apartados (ii) y (iii). Debido a los errores cometidos en el apartado (a) (i), en algunos gráficos de velocidad/tiempo aparecía  $v > 0$  para  $0 \leq t \leq 8\pi$ .

Asimismo, los alumnos resolvieron los apartados (b) (i) y (iii) bastante bien, en general. Fue grato comprobar que hubo muchísimos alumnos que fueron capaces de resolver una ecuación diferencial para la que era necesario realizar una separación de variables. Aquellos alumnos que resolvieron

acertadamente el apartado (a) (iii) por lo general utilizaron  $s = \int_0^{\frac{\pi}{8}} 2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi - 8t}{4}\right) dt$ , en vez de partir de

la expresión  $\frac{dv}{ds} = -\frac{(v^2 + 4)}{v}$ . En el apartado (b) (ii), un porcentaje significativo de alumnos no fue

capaz de utilizar  $\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds}$  o bien  $\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dt} \times \frac{dt}{ds}$  para llegar hasta el resultado dado.

### Pregunta 13

En el apartado (a) (i), aquellos alumnos que dieron una respuesta correcta normalmente esbozaron el gráfico de  $y = f(x)$ , aplicaron la prueba de la recta horizontal al gráfico y concluyeron que la función no era  $1 - 1$  (por no cumplir la prueba de la recta horizontal).

En el apartado (a) (ii), hubo un gran número de alumnos que lograron demostrar que la ecuación de la recta normal en el punto P era  $9x + 12y - 9 \ln 3 - 20 = 0$ . Unos pocos alumnos utilizaron la pendiente de la recta tangente en vez de basarse en ella para hallar la pendiente de la recta normal.

El apartado (a) (iii) supuso todo un desafío para la mayoría de los alumnos. La mayoría de los alumnos que lo supieron resolver representaron gráficamente  $y = f(x)$  y  $y = x f'(x)$  en los mismos ejes de ordenadas, y luego hallaron la coordenada x de los puntos de intersección.

El apartado (b) (i) supuso todo un desafío para la mayoría de los alumnos. A pesar de que un gran número de alumnos parecían comprender cómo se halla una función inversa, las deficientes habilidades en álgebra (p. ej., tomar de manera errónea el logaritmo natural [neperiano] de ambos lados de la igualdad) hizo que muy pocos alumnos fueran capaces de escribir una función cuadrática en  $e^x$  o en  $e^y$ .

Solo unos pocos alumnos respondieron correctamente al apartado (b) (ii).

### Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

- Promover una mayor toma de conciencia sobre la importancia que tienen las destrezas básicas en el bosquejo de gráficos, incluyendo un análisis meticuloso del dominio, el recorrido, las características más importantes del gráfico y su comportamiento en los extremos.
- Promover una mayor toma de conciencia sobre la necesidad de sustentar cada respuesta con un bosquejo preciso y/o con la descripción del método utilizado, incluso en aquellos casos en los que las respuestas se puedan obtener con la calculadora de pantalla gráfica.
- Alentar a los alumnos a que utilicen la calculadora de pantalla gráfica (CPG) para resolver ecuaciones y para integrar numéricamente; proporcionar a los alumnos un abanico amplio de problemas que les permitan explorar funciones más avanzadas de la CPG, incluidas las funciones para elaborar tablas, listas, u hojas de cálculo con las que cuentan las CPG.
- Alentar a los alumnos a almacenar las respuestas numéricas obtenidas con la calculadora de pantalla gráfica o mostrarles cómo se puede ir pasando por los distintos pasos de los que consta el ejercicio utilizando un número suficiente de cifras significativas, de modo que la respuesta final sea correcta y tenga el grado de precisión apropiado.
- Aclarar la definición de una función densidad de probabilidad continua.

- Alentar a los alumnos a que utilicen notación, convenciones y símbolos matemáticos (en vez de emplear los comandos de la calculadora de pantalla gráfica) cuando tengan que responder a preguntas sobre distribuciones de probabilidad.
- Hacer hincapié en cómo se han de responder de manera convincente las preguntas de examen de tipo «Muestre que..» y dar muchos ejemplos de demostraciones matemáticas.
- Aclarar el significado de todos y cada uno de los términos de examen que aparecen en la guía de Matemáticas NS.
- Proporcionar a los alumnos muchos ejemplos de preguntas de examen de convocatorias anteriores, y enseñarles cómo pueden responder de manera eficiente a estas preguntas de examen. Asimismo, realizar a modo de práctica ejercicios en los que dispongan de un tiempo limitado, para que así los alumnos mejoren su eficiencia a la hora de hacer exámenes.

## Prueba 3 - Matemática discreta

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 8	9 - 17	18 - 26	27 - 32	33 - 37	38 - 43	44 - 60

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

Por lo general, los alumnos no llevaban muy bien preparado el apartado del programa sobre teoría de números. Hubo pocos intentos acertados de responder a alguna de las dos preguntas sobre teoría de números.

### Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

Parece que los alumnos llevaban mucho mejor preparada la teoría de grafos, y hubo muchos que al menos trataron de abordar las preguntas con el enfoque correcto.

### Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

#### Pregunta 1

La mayoría de los alumnos respondieron acertadamente.

#### Pregunta 2

Por lo general, los alumnos supieron resolver bien el apartado (a). Hubo muchos que obtuvieron la máxima puntuación en este apartado. El apartado (b) presentó algo más de dificultad, aunque hubo muchas soluciones acertadas. Hubo pocos alumnos que utilizaran la matriz para hallar el número de

aristas; en su lugar, prefirieron dibujar el grafo. Un número sorprendentemente elevado de alumnos se hicieron un lío con el concepto de tener vértices de grado par.

### Pregunta 3

Hubo un número sorprendentemente bajo de respuestas acertadas. En el apartado (a) hubo varios alumnos que dieron una solución correcta, pero también hubo muchos que escribieron una solución que parecía que se hubieran aprendido de memoria, sin estar correctamente expresada, y que por tanto fue considerada incorrecta. En el apartado (b) hubo muchos alumnos que no entendieron bien el enunciado de la pregunta, pues no captaron que  $x$  e  $y$  eran cifras (y no números). En general, los alumnos respondieron acertadamente al apartado (c)(i), aunque algunos aplicaron métodos más largos y pocos lograron resolver el apartado (c)(ii).

### Pregunta 4

Por lo general, el apartado (a) se resolvió acertadamente, aceptándose varias interpretaciones. Para el apartado (b) también había varias posibilidades aceptables. En el apartado (c), a pesar de que hubo muchas respuestas correctas, hubo algunos alumnos que no mostraron el desarrollo del ejercicio y que, por consiguiente, no obtuvieron la máxima puntuación. Por lo general, los alumnos resolvieron bien el apartado (d), aunque hubo pocos que trataran de resolver el apartado (e).

### Pregunta 5

Muchos alumnos consiguieron algún punto en el apartado (a), aunque hubo pocos que lograran la máxima puntuación. Parece que hubo muy pocos intentos de resolver el apartado (b) y en muchos se cometieron fallos de partida, al no entender lo que significaba  $3^{3^m}$ .

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Quedó patente que, en esta opción, el apartado sobre teoría de números es el más difícil y, por ello, es probablemente al que haya que dedicarle un mayor tiempo de preparación.

## Prueba 3 - Series y ecuaciones diferenciales

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 8	9 - 17	18 - 24	25 - 31	32 - 38	39 - 45	46 - 60

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

En esta prueba, a pesar de que parecía que estaban razonablemente bien preparados para esta opción, los alumnos tuvieron ciertas dificultades para simplificar, manipular e integrar expresiones algebraicas y series de potencias y para resolver desigualdades con valores absolutos. Los alumnos también se encontraron con dificultades a la hora de trabajar con la definición de límite de una

progresión. Hubo alguna confusión a la hora de demostrar la convergencia de una progresión tratando de aplicar un criterio de convergencia de series.

Los alumnos tuvieron también algún problema a la hora de calcular la suma aproximada de una serie de Maclaurin con el grado de precisión que se pedía, y utilizaron la calculadora de pantalla gráfica en vez de emplear un argumento razonado.

## Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos fueron capaces de utilizar correctamente definiciones y teoremas para justificar los resultados y de justificar de manera informal los resultados empleando la calculadora de pantalla gráfica. Supieron cuándo había que aplicar un criterio de convergencia de series dado y cuáles eran las condiciones necesarias para aplicar dicha prueba. La mayoría de los alumnos fueron capaces de realizar la manipulación algebraica que se requiere para la descomposición en fracciones simples, y muchos de ellos supieron operar a partir de ahí con la serie telescópica y obtuvieron correctamente la suma de la serie.

En su conjunto, los alumnos también parecían estar bien preparados para abordar el cálculo de límites, para operar con formas indeterminadas y para utilizar el método de Euler para aproximar la solución de una ecuación diferencial.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1

La mayoría de los alumnos fueron capaces de responder al apartado (a) y muchos de ellos dieron una respuesta totalmente correcta. Algunos alumnos ignoraron el factor 2 del numerador, lo que conllevó una penalización. En algunos casos los alumnos no fueron capaces de identificar una serie adecuada con la que comparar. La mayoría de los alumnos utilizaron el criterio de comparación, en vez de recurrir al criterio de comparación del límite.

Los alumnos resolvieron acertadamente el apartado (b) (i) pero hubo muchos que, al abordar el apartado (ii), no supieron qué hacer con los valores que habían hallado en el apartado (i). Hubo unos pocos alumnos que no fueron capaces de realizar la descomposición en fracciones simples, y algunos cometieron errores aritméticos durante el cálculo de la suma de la serie.

### Pregunta 2

La mayoría de los alumnos respondieron correctamente al apartado (a), empleando métodos diversos para llegar al resultado. La mayoría de los alumnos obtuvieron algún punto y algunos lograron la máxima puntuación. Sorprendentemente, algunos alumnos no tenían el gráfico correcto correspondiente a la función que representa la progresión. Obviamente, lo que sucedió es que no la escribieron correctamente en la calculadora de pantalla gráfica. Hubo otros que utilizaron una de las dos definiciones para demostrar que una progresión es creciente/decreciente, pero cometieron errores durante la manipulación algebraica de la expresión y, por consiguiente, obtuvieron una respuesta incorrecta. En cuanto al apartado (b), los alumnos no lo resolvieron tan bien y hubo muchos que ignoraron los términos de examen «muestre que» y «halle» y se limitaron a escribir el

valor del límite. Algunos alumnos trataron de aplicar criterios de convergencia de series a esta progresión. El apartado (c) de esta pregunta supuso todo un desafío para la mayoría de los alumnos, debido a la dificultad que planteó la resolución de desigualdades que incluyen valores absolutos.

### Pregunta 3

La mayoría de los alumnos resolvieron bien el apartado (a). En unos pocos casos los errores de cálculo y los errores por redondeo prematuro impidieron a los alumnos lograr la máxima puntuación, pero la mayoría de ellos obtuvieron en este apartado al menos unos pocos puntos. En el apartado (b) algunos alumnos no lograron mostrar de manera convincente el resultado dado. Para muchos alumnos, el apartado (c) fue una pregunta difícil de abordar: un número significativamente alto de alumnos tuvieron problemas para manipular la expresión algebraica y, o bien obtuvieron una expresión incorrecta que luego hubieron de integrar, o bien integraron incorrectamente la expresión correcta. Muchos alumnos llegaron correctamente hasta el paso de separar las variables, pero para muchos de ellos la integración resultó demasiado complicada, a pesar de que la mayoría se dieron cuenta de había que dividir que la expresión en  $v$  en dos integrales separadas. La mayoría de los alumnos trataron acertadamente de evaluar la constante arbitraria y dieron con una expresión correcta o casi correcta (fue habitual ver errores de signo), lo que les permitió obtener puntos por arrastre de error para el apartado (b ii). Sin embargo, en algunos casos la expresión obtenida fue demasiado simple o se omitió dicha expresión, por lo que no fue posible conceder puntos por arrastre de error.

### Pregunta 4

El apartado (a) de esta pregunta resultó accesible para la inmensa mayoría de los alumnos, pues se dieron cuenta que se podía usar la regla de L'Hôpital. La mayoría de los alumnos hallaron correctamente el límite, aunque algunos cometieron errores de cálculo. Aquellos alumnos que trataron de utilizar  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$  o una combinación de esta igualdad y de la regla de L'Hôpital tuvieron menos éxito. En el apartado (b) se vio que la mayoría de los alumnos estaban familiarizados con la sustitución dada y, por ello, consiguieron demostrar lo que se les pedía. Hubo muy pocos alumnos que consiguieran resolver correctamente el apartado (c). La mayoría utilizaron el método de prueba y error para dar con la respuesta.

### Pregunta 5

En su conjunto, los alumnos abordaron acertadamente el apartado (a) y la mayoría de ellos se dieron cuenta de que el gráfico contenía al origen de coordenadas. Sin embargo, a muchos alumnos les resultó difícil dar la forma correcta al gráfico de  $f'$ . Los alumnos también respondieron acertadamente al apartado (b i), aunque hubo algunos que no fueron muy claros y que divagaron muchísimo. En el apartado (ii) hubo menos respuestas correctas y la mayoría de los alumnos solo obtuvieron una parte de los puntos que había en juego. Un pequeño número de alumnos resolvieron correctamente el apartado (c) aportando una razón válida.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Los alumnos parecían estar razonablemente bien preparados en lo que respecta a los conceptos, definiciones y teoremas de esta opción. La mayoría de las dificultades estuvieron relacionadas con las destrezas básicas que se necesitan en esta opción; es decir, la habilidad para manipular correctamente expresiones algebraicas, para resolver desigualdades y para integrar. Por ello,



necesitan más práctica en estas áreas básicas del tronco común. A la hora de enseñar a futuros alumnos hay que tener en cuenta que:

- Los alumnos tienen que tener una buena comprensión del análisis que contiene el tronco común y han de dominar las técnicas de derivación e integración para poder abordar esta opción con garantía de éxito.
- Hay que hacer que los alumnos tomen conciencia de la importancia de mostrar el desarrollo del ejercicio en aquellos casos en los que los términos de examen indiquen que hay que incluir un cierto desarrollo.
- Los alumnos necesitan disponer de muchas oportunidades para explicar por escrito los resultados y justificar sus respuestas, pues parece que a muchos de ellos les cuesta mucho aportar razones claras y válidas.
- Hay que hacer que los alumnos tomen conciencia de los riesgos que entraña un redondeo prematuro que pueda llevar a respuestas imprecisas o incorrectas y de que han de respetar las instrucciones sobre el grado de precisión de las respuestas (el que se requiere habitualmente y el que se pide para preguntas concretas).

### Prueba 3 - Conjuntos, relaciones y grupos

#### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 5	6 - 10	11 - 19	20 - 27	28 - 34	35 - 42	43 - 60

#### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- Los alumnos estuvieron particularmente flojos a la hora de dar una secuencia lógica de pasos para justificar sus resultados.
- Por lo general los alumnos citaron correctamente aquellas definiciones y teoremas que necesitaban para justificar resultados, pero a la hora de resolver el problema planteado no los aplicaron de manera convincente.
- A los alumnos les costó demostrar que dos grupos infinitos son isomorfos, que un grupo es cíclico y que un enunciado no es verdadero hallando un contraejemplo.
- La mayoría de los alumnos tuvieron dificultades para hallar clases de equivalencia.
- La mayoría de los alumnos tuvieron dificultades para realizar manipulaciones algebraicas.

#### Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Los alumnos parecían saberse bastante bien el enunciado de las definiciones y teoremas incluidos en esta opción.
- Los alumnos supieron indicar correctamente los axiomas de grupo y elaborar una demostración (avanzando al menos hasta un punto razonable) de que un conjunto dado respecto a una operación binaria forma un grupo.

- Los alumnos resolvieron con bastante éxito las preguntas sobre operaciones de matrices, axiomas de grupo y relaciones de equivalencia.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1

En el apartado (a), teniendo en cuenta que el término de examen era «Muestre que» y el número de puntos que tenía asignado, el mejor enfoque era un enfoque gráfico; es decir, informal. Muchos alumnos optaron por un enfoque algebraico y, por lo general, hicieron razonamientos correctos sobre la propiedad inyectiva y sobreyectiva. Sin embargo, en muchos casos no prosiguieron con las manipulaciones algebraicas necesarias para llegar a una conclusión válida. En el apartado (b) hubo muchos alumnos que fueron incapaces de proporcionar contraejemplos válidos. En el apartado (c) quedó patente que había bastantes alumnos que no habían visto nunca este tipo de función. Aquellos que fueron capaces de hallar la inversa por lo general no justificaron su resultado y, como consecuencia de ello, no pudieron lograr la puntuación final R.

### Pregunta 2

En el apartado (a) hubo muchos alumnos que no fueron capaces de dar una secuencia de pasos lógica para demostrar que  $G$  es cíclico. En particular, y a pesar de que citaron correctamente el teorema de Lagrange, no siempre tuvieron en cuenta todos los órdenes de  $a$ ; es decir, todos los divisores de 12, olvidándose con frecuencia del 1 como divisor. Algunos alumnos no indicaron el segundo generador, concretamente  $a^{-1}$ . Muy pocos alumnos hallaron correctamente el subgrupo indicado, a pesar de que quedó patente que estaban familiarizados con la elaboración de una tabla de Cayley. En cuanto al apartado (c), no hubo ningún alumno que fuera capaz de dar un contraejemplo.

### Pregunta 3

En el apartado (a), muchos alumnos trataron de hallar la inversa de una matriz de orden  $3 \times 3$  empleando el método que conocían para matrices  $2 \times 2$ . Muy pocos alumnos se plantearon realmente el multiplicar la matriz dada por la inversa que proporcionaba el enunciado con el fin de obtener la matriz identidad. A pesar de que la mayoría de alumnos supieron enumerar correctamente los axiomas del grupo, muy pocos fueron capaces de verificarlos, particularmente el de «operación cerrada». En el apartado (b), la mayoría de los alumnos se mostraron incapaces de identificar el isomorfismo.

### Pregunta 4

Muchos alumnos resolvieron el apartado (a) bastante bien. Supieron cómo aplicar en este ejemplo concreto los axiomas sobre relaciones de equivalencia. Por el contrario, el apartado (b) resultó todo un desafío para los alumnos y apenas si se vio alguna respuesta correcta.

### Pregunta 5

En el apartado (a), aquellos alumnos que optaron por demostrar el enunciado dado utilizando las propiedades de los Conjuntos con frecuencia realizaron correctamente la demostración. Algunos alumnos optaron por utilizar la definición de igualdad de conjuntos, pero consiguieron avanzar poco o

nada en su demostración. En unos pocos casos los alumnos trataron de utilizar diagramas de Venn a modo de demostración. A la mayoría de los alumnos les costó resolver el apartado (b), y se vieron pocas respuestas correctas.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

- Los alumnos necesitan conocer y practicar la diferencia que existe entre una demostración formal y una justificación informal.
- Es necesario ofrecer a los alumnos muchas oportunidades para que apliquen los conceptos, definiciones y teoremas empleando diversos ejemplos y contextos.
- Los alumnos han de saber lo que son los contraejemplos y tienen que aprender a utilizarlos.
- Los alumnos deberían familiarizarse con grupos muy conocidos, como son el grupo de Klein (V) o los grupos  $S_3$ , los cuales podrían resultar útiles tanto para ejemplos como para contraejemplos.
- Esta opción podría introducirse antes en el programa, de modo que se proporcionen abundantes oportunidades para vincularla explícitamente con temas y estructuras del tronco común (por ejemplo, grupos de funciones respecto a operaciones tales como la derivación, la composición, etc.).
- Los alumnos sacarían provecho de la resolución de pruebas de convocatorias anteriores, con el fin de hacerse una mejor idea del desarrollo que se requiere para justificar los resultados.

## Prueba 3 - Estadística y probabilidad

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 10	11 - 20	21 - 29	30 - 36	37 - 42	43 - 49	50 - 60

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

Algunos alumnos parecían no saber bien qué es lo que hay que hacer en una pregunta de tipo «muestre que». En esta situación, no se concedió ningún punto a aquellos alumnos que se limitaron a escribir la respuesta, pues es obligatorio incluir una justificación.

Se observó que, en algunos casos, el alumno había formulado una hipótesis incorrecta. Un error bastante habitual fue formular las hipótesis al revés.

### Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos se muestran seguros cuando han de utilizar la calculadora de pantalla gráfica.

La mayoría de los alumnos son capaces de resolver problemas que incluyan combinaciones lineales de variables aleatorias normales.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1

En (a)(i), los alumnos tenían que mostrar que la estimación de la media era igual a 113,21, por lo que a aquellos que se limitaron a indicar que «He utilizado la calculadora de pantalla gráfica; la media = 113,21» no se les concedió ningún punto. Se esperaba que los alumnos indicaran que habían utilizado los puntos medios del intervalo y que mostraran la fórmula adecuada. En el apartado (a)(ii) se aceptó la división entre 999 o entre 1000, en parte debido al gran tamaño de la muestra y en parte porque en la pregunta no se pedía una estimación sin sesgo de la varianza. Las soluciones al apartado (c) estaban casi todas mal escritas y con frecuencia resultaba difícil entender qué era exactamente lo que el alumno trataba de mostrar/explicar.

### Pregunta 2

Esta pregunta se respondió bien, en general. El error más habitual fue calcular la varianza del peso total en (b) como  $4^2 \times 14^2 + 6^2 \times 12^2$  en vez de utilizar  $4 \times 14^2 + 6 \times 12^2$ .

### Pregunta 3

Fue decepcionante ver como algunos alumnos escribieron hipótesis incorrectas (p. ej., «  $H_0$  : Los datos son binomiales;  $H_1$  : Los datos no son binomiales») sin especificar ningún parámetro. En el apartado (a), algunos alumnos dieron una respuesta incorrecta al indicar que el número de grados de libertad era 6. El apartado (b) presentó problemas inesperados a la mayoría de los alumnos, quienes interpretaron mal la pregunta y respondieron «aumentar el número de lanzamientos».

### Pregunta 4

De nuevo, resultó decepcionante ver como muchos alumnos plantearon hipótesis incorrectas. Un error habitual fue formular las hipótesis al revés. Los alumnos deberían tener presente que en este tipo de problemas la hipótesis nula siempre representa el statu quo. Asimismo, algunos alumnos definieron «  $d$  = Tiempo (antes del entrenamiento) – Tiempo (después del entrenamiento)» y a continuación formularon las hipótesis incorrectamente, diciendo que  $H_0 : d = 0$  o  $\bar{d} = 0$ ;  $H_1 : d > 0$  o  $\bar{d} > 0$ . Es importante observar que el parámetro que se está poniendo a prueba aquí es  $E(d)$  o  $\mu_d$ , aunque también se admitió  $\mu$ .

### Pregunta 5

La mayoría de los alumnos resolvieron correctamente los apartados (a) y (b). El error más habitual en (a) fue calcular correctamente  $E(2X + 3Y)$  (la respuesta era 12) y a continuación indicar que dado que la suma «es Poisson» [es decir, que también se corresponde con una distribución de Poisson], la varianza también es igual a 12. Muchos de estos alumnos indicaron a continuación en el apartado (b) que la suma «es Poisson» porque la media y la varianza son iguales, sin aparentemente darse cuenta de que estaban argumentando en círculos. A pesar de que el apartado (c) estaba pensado para servir de posible pista para la resolución de (d) y (e), muchos alumnos se limitaron a

observar que  $X + Y$  es  $P_0(5)$ , lo que les condujo inmediatamente a la respuesta correcta. Algunos alumnos tendían a unir los apartados (d) y (e), a menudo sin mucho éxito, mientras que hubo muy pocos alumnos que completaran correctamente (e). En este apartado, casi nadie se dio cuenta de que había que insertar  $t!$  tanto en el numerador como en el denominador.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Los alumnos tienen que prestar más atención a la hora de formular las hipótesis en las preguntas de inferencia. Son puntos fáciles de conseguir para los alumnos meticulosos pero, lamentablemente, hay muchos alumnos que formulan hipótesis incorrectas.

Se debería alentar a los alumnos a que escriban las soluciones de una manera más legible. En ocasiones resulta sumamente difícil leer la solución del alumno y no se puede conceder ningún punto si el examinador es incapaz de leer la solución.