

MATEMÁTICAS NS

Bandas de calificación de la asignatura

Matemática discreta

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 13	14 – 26	27 – 39	40 – 50	51 – 63	64 – 74	75 – 100

Series y ecuaciones diferenciales

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 12	13 – 25	26 – 37	38 – 50	51 – 62	63 – 74	75 – 100

Conjuntos, relaciones y grupos

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 12	13 – 25	26 – 38	39 – 50	51 – 63	64 – 75	76 – 100

Estadística y Probabilidades

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 13	14 – 26	27 – 38	39 – 50	51 – 63	64 – 75	76 – 100

Evaluación interna

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 6	7 – 13	14 – 18	19 – 23	24 – 29	30 – 34	35 – 40

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

En general, en esta convocatoria, los alumnos elaboraron carpetas de excelente calidad, y se vieron algunos trabajos sobresalientes. Los criterios de evaluación parecen haber sido bien comprendidos, tanto por los profesores como por los alumnos. Desgraciadamente, algunos trabajos no contenían correcciones del profesor, y los comentarios escuetos y poco específicos, escritos en el dorso del formulario 5/PFCS, no resultaron del todo útiles durante el proceso de moderación. A continuación se resumen las observaciones realizadas por el equipo de moderadores:

Las tareas:

La mayoría de las tareas de la carpeta fueron tomadas de la publicación vigente: “Matemáticas NS – Tareas de la carpeta para utilizar en 2009 y 2010”; las más populares fueron “Investigación sobre parábolas”, “Investigación sobre la razón entre áreas y volúmenes”, “Modelo para describir el curso de una enfermedad vírica”, y “Diseño de un montacargas”. Se entregaron muy pocas tareas diseñadas por los profesores. Se anima a los profesores a preparar sus propias tareas, teniendo en cuenta que deben satisfacer plenamente todos los criterios.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

La mayoría de los alumnos tuvo buen rendimiento en el criterio A. Desgraciadamente, sigue habiendo casos de uso de notación de computadora, como por ejemplo, “A” y “E07”, y algunos alumnos no distinguían entre los términos “ecuación” y “expresión”, o entre “un” y “un”; es más: a menudo, los profesores pasaron por alto el uso de notación poco cuidada.

En algunas muestras hubo evidencia de buena comunicación. Estos ejemplos contenían una introducción a la tarea, escrita por el alumno mismo, y comentarios, anotaciones y conclusiones que acompañaban los pasos y los resultados. Cuando el trabajo resultaba fácil de leer y de seguir, lograba una puntuación alta en el criterio B. Sin embargo, hubo muchos alumnos cuyo trabajo no era fácil de leer, en particular cuando no había una introducción a la tarea o cuando se le daba un formato de pregunta-respuesta. Las gráficas sin rotular y las tablas relegadas al apéndice van en detrimento de una presentación efectiva y deberían haber sido penalizadas. Algunos trabajos, si bien eran correctos, no eran concisos; algunos constaban de más de 30 páginas. En general, esto era consecuencia de basar la presentación en el copiado y pegado de texto, y acompañarla, innecesariamente, de una gráfica para cada variante de la situación. Se debería haber hecho mejor uso de la tecnología para enriquecer la presentación de una variedad de ejemplos.

En general, los alumnos han elaborado buenos trabajos y las evaluaciones de sus profesores, con respecto a los criterios C y D, han sido correctas. Sin embargo, en algunas tareas de tipo I, la exploración resultaba superficial, y proveía al alumno de poco fundamento para la formulación de una conjetura, previa a la elaboración de la generalización; por ejemplo, en la tarea “Investigación sobre parábolas”. En otras instancias, los resultados simplemente se habían tomado de fuentes de Internet (por ejemplo, en la tarea “Investigación

acerca de la divisibilidad”), y había poco trabajo individual de exploración e investigación, clave en la tarea de tipo I.

En las tareas de tipo II, es importante que el alumno se asegure de que las variables estén definidas explícitamente. Se espera que los alumnos demuestren que han captado el significado de los resultados obtenidos en función del modelo creado, al compararlos con la situación real, y que hayan reflexionado sobre lo que han hallado. Se debería haber incluido una reflexión acerca del alcance y las limitaciones de los modelos desarrollados. Los análisis de los datos deben ser cuantificados, y si resultara apropiado aplicar un análisis de regresión, es necesario que el alumno haya fundamentado su elección. El uso de *software* que determina automáticamente el “mejor” modelo de regresión muchas veces deja poco librado a la interpretación del alumno y tiene poco mérito.

El uso de medios tecnológicos fue considerablemente variado. Se otorgó con excesiva generosidad la puntuación máxima al uso *apropiado* pero no necesariamente *eficaz* de la tecnología, por ejemplo, por la inclusión de una colección abrumadora de gráficas. El ajuste de parámetros mediante el uso de un “slider” (barra de ajuste o control deslizante) hubiera sido mucho más creativo. Para merecer la puntuación máxima, el uso de la tecnología debería contribuir significativamente al desarrollo de cada tarea, y no ser simplemente una función del número de gráficas relacionadas.

Hubo muchos buenos trabajos; sin embargo, el otorgamiento de la puntuación máxima en el criterio F requiere, más que la entrega de un trabajo completo y correcto, que haya evidencia de sofisticación matemática, en un trabajo ejemplar. Al trabajo que se considere “muy bueno”, que alcanza el nivel esperado, pero no lo supera, debería otorgársele el nivel uno del criterio F.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Las tareas del *Material de ayuda al profesor* y de publicaciones anteriores, y las tareas propuestas para ser usadas en “2011-2012” no deben utilizarse. Por favor, tomen nota de la significativa penalización indicada en la guía de la asignatura y en las tareas publicadas. Se anima a los profesores a diseñar sus propias tareas.

El profesor debe estar debidamente informado de los criterios de evaluación de la carpeta, a fin de evitar pérdidas importantes de puntos durante la moderación.

Los trabajos incluidos en las carpetas de la muestra deben ser los originales que contengan la corrección de los profesores, y no copias limpias. Se espera que los profesores escriban directamente sobre el trabajo de sus alumnos, no solo para brindarles a ellos una devolución acerca de su rendimiento, sino también para proveer de información a los moderadores. Algunas muestras contenían muy pocos comentarios, y esto hizo que la moderación se tornara extremadamente difícil cuando no era posible determinar la base sobre la cual había otorgado puntos el profesor. El uso del formulario B le permitiría al profesor realizar comentarios más detallados y relevantes.

Cada muestra debe ir acompañada de los detalles pertinentes acerca de cada tarea, ya sea en el Formulario A o a través de comentarios anecdóticos. A la hora de confirmar los niveles

de logro otorgados, a los moderadores les resulta muy útil esta información, para determinar el contexto en el que se desarrolló cada tarea; sin embargo, a menudo faltaba este tipo de información.

Las carpetas de la muestra deben ir acompañadas de una resolución de las tareas de la publicación vigente, así como de la de las tareas diseñadas por el profesor, para que los moderadores puedan justificar la precisión del trabajo y apreciar el nivel de sofisticación demostrado por los alumnos.

Las tareas incluidas en el documento “Matemáticas NS – Tareas de la carpeta para utilizar en 2009 y 2010” se consideran invalidadas para futuras convocatorias. No se les debería asignar estas tareas a los alumnos que completen sus cursos de Diploma a partir de mayo de 2011.

Prueba 1

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 14	15 – 28	29 – 42	43 – 56	57 – 70	71 – 84	85 – 120

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- Resolución de inecuaciones sin el uso de la calculadora.
- Manejo de vectores.
- Inducción matemática.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Desarrollos binomiales.
- Reconocimiento de ecuaciones diferenciales del tipo variables separables, aunque la integración en sí, a menudo causó dificultades.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Esta pregunta resultó ser más difícil de lo esperado. Los alumnos que elevaron ambos miembros al cuadrado o dibujaron una gráfica, en general obtuvieron mejores soluciones que aquellos que optaron por realizar operaciones algebraicas con los términos que incluían signos de módulo.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos resolvió correctamente esta pregunta; la fuente más común de respuestas erróneas fueron los errores algebraicos.

Pregunta 3

La mayoría de los alumnos resolvió correctamente esta pregunta; la mayoría explicó cómo había obtenido los coeficientes haciendo uso del triángulo de Pascal, más que de la fórmula combinatoria.

Pregunta 4

Esta pregunta fue bien resuelta, en general; los alumnos que dibujaron un diagrama arbolar fueron los que tuvieron más éxito.

Pregunta 5

Muchos alumnos tuvieron dificultades con esta pregunta; a menudo, las ecuaciones planteadas para expresar la información dada fueron erróneas.

Pregunta 6

A muchos alumnos esta pregunta les resultó difícil. En el apartado (a), fueron pocos los que parecieron darse cuenta de que $u_n = S_n - S_{n-1}$. En (b), pocos se dieron cuenta de que

$u_1 = S_1$ y en (c), que S_n podía escribirse como $1 - \left(\frac{a}{7}\right)^n$, de donde se deduce

inmediatamente que la suma de infinitos términos existe cuando $a < 7$ y es igual a 1.

Pregunta 7

La resolución de esta pregunta resultó decepcionante. En (a), algunos alumnos hallaron el valor de k , incorrectamente, buscando el producto escalar del vector normal al plano y la dirección de la recta. Estos alumnos tuvieron el beneficio parcial de los puntos por arrastre de error (coherencia) en el apartado (b), pero no completo porque, de esta manera, la recta resultaba ser paralela al plano y no lo cortaba.

Pregunta 8

Muchos alumnos separaron correctamente las variables, pero no pudieron luego realizar las integraciones.

Pregunta 9

Se vieron muy pocas resoluciones correctas del apartado (a). Muchos alumnos se dieron cuenta de que $\arccos x \leq \frac{\pi}{4}$, pero luego dedujeron, incorrectamente (por ser $\cos x$ una función decreciente), que $x \leq \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$. En (b), los alumnos a menudo dieron el dominio equivocado.

Pregunta 10

Para resolver este problema, los alumnos debían saber o bien que $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2$, o bien que las diagonales de un paralelogramo cuyos lados son \mathbf{a} y \mathbf{b} , representan los vectores $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ y $\mathbf{a} - \mathbf{b}$. Quedó claro que muchos alumnos no estaban al tanto de ninguno de estos resultados y no pudieron, por consiguiente, ni siquiera comenzar a resolver la pregunta.

Pregunta 11

Muchos alumnos sabían lo que hacía falta hacer en el apartado (a), pero fueron bastante comunes los errores algebraicos. Los apartados (b) y (c) fueron bien resueltos, en general. El apartado (d), sin embargo, superó la capacidad de muchos alumnos, que no tenían idea de cómo convertir la información dada en ecuaciones matemáticas.

Pregunta 12

En (a), solo unos pocos alumnos dieron el período correcto, pero la mayoría obtuvo correctamente las expresiones para la velocidad y la aceleración. En (a)(iii), muchos alumnos manejaron bien la ecuación $v=0$, y obtuvieron correctamente los dos posibles valores de $\cos(\pi t)$, pero no hallaron, a continuación, todos los posibles valores de t . Las resoluciones de (b) fueron decepcionantes, en general; pocos alumnos llegaron a la respuesta correcta.

Pregunta 13

Muchos alumnos resolvieron correctamente (a) y (b), pero en (c), muchos no se dieron cuenta de que la ecuación tiene, bajo ciertas condiciones, dos raíces, y que el quid de la pregunta era identificar estas condiciones. La mayoría de los alumnos escribió razonablemente bien la integral apropiada en (c)(iii); frecuentemente, se omitieron los signos de módulo y los límites de integración. No hubo ninguna respuesta correcta al apartado (c)(iv).

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Se debería alentar a los alumnos a mejorar la presentación de sus exámenes. Algunos exámenes eran extremadamente difíciles de entender.
- La presentación correcta de la demostración por inducción sigue siendo pobre en calidad; los alumnos necesitan que se les dé una plantilla para este tipo de demostración.
- Muchos alumnos parecen no estar al tanto de ciertas propiedades de los vectores y este tema necesitar ser reforzado.

Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 16	17 – 33	34 – 46	47 – 62	63 – 77	78 – 93	94 – 120

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

En esta prueba, los alumnos tuvieron cierta dificultad con probabilidades, estadística, el álgebra de vectores y las gráficas de funciones. Muchos alumnos evidenciaron grandes dificultades para dar una respuesta con determinado grado de aproximación, para mantener la aproximación durante el desarrollo del procedimiento y así evitar errores por causa del redondeo prematuro, para brindar explicaciones coherentes y concisas, para usar notación consistente y apropiada, y para organizar su trabajo de manera lógica. Una gran cantidad de alumnos también tuvo dificultades a la hora de pensar con flexibilidad y de aplicar sus conocimientos en contextos poco familiares.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

En términos generales, los alumnos parecen haber estado bien preparados para las preguntas de rutina; el nivel de competencia en el uso de la calculadora gráfica también fue bueno. Muchos alumnos también eran conscientes de la necesidad de mostrar sus procedimientos y/o justificar sus respuestas. Sin embargo, hubo marcadas diferencias entre el rendimiento de los distintos colegios. En algunos casos, era evidente que los alumnos no estaban preparados para este examen y dejaron sin responder muchas de las preguntas. Por el otro lado, resultó gratificante ver reflejado el excelente nivel de enseñanza de algunos colegios, cuyos alumnos sabían cómo presentar su trabajo con claridad, mediante el uso de notación y terminología apropiadas, cómo mostrar todos los pasos necesarios de manera

lógica y cómo sacar provecho de la calculadora gráfica para resolver las preguntas eficiente y correctamente.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

La mayoría de los alumnos resolvió esta pregunta; en el caso del apartado (a), lo hizo correctamente, pero en (b), a pesar de lo que indicaba la pregunta, a menudo se omitió el ángulo obtuso y se dio una sola solución.

En muchos casos, el redondeo prematuro derivó en falta de precisión en los resultados finales; muchos alumnos no aproximaron sus respuestas a dos cifras decimales, como se pedía.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos utilizó la calculadora gráfica para resolver esta pregunta y muchos obtuvieron la totalidad de los puntos. Sin embargo, hubo una cantidad significativa de alumnos que demostró tener poca comprensión del significado de la estimación sin sesgo. En algunos casos, los alumnos perdieron tiempo intentando calcular a mano los valores pedidos.

Pregunta 3

Si bien muchos alumnos resolvieron correctamente esta pregunta, fue sorprendente la cantidad de alumnos que ni siquiera intentaron responderla. La principal dificultad radicó en hallar los valores estandarizados de la variable. Un error bastante común consistió en malinterpretar una de las condiciones y plantear una de las ecuaciones como $\frac{7 - \mu}{\sigma} = -1.155\dots$. En algunos casos, los alumnos no mantuvieron la aproximación adecuada a lo largo de todo el procedimiento y perdieron precisión en la respuesta final.

Pregunta 4

Esta pregunta sobre diferenciación implícita fue bien resuelta por la mayoría de los alumnos, muchos de los cuales obtuvieron la puntuación máxima. Algunos alumnos cometieron errores algebraicos que les impidieron lograr buen rendimiento en esta pregunta.

Otros alumnos se dieron cuenta de que la ecuación de la curva se podía simplificar, aunque rara vez justificaban la simplificación.

Pregunta 5

La mayoría de los alumnos respondió esta pregunta y usó una variedad de métodos para abordarla. Muchos pudieron llegar a las respuestas correctas. Sin embargo, se identificaron

algunos conceptos erróneos con respecto a las propiedades de los logaritmos (por ejemplo, $\ln x^3 + \ln y^3 = 5 \Rightarrow x^3 + y^3 = e^5$), que les impidieron a muchos alumnos resolver correctamente la ecuación.

Un pequeño número de alumnos usó la calculadora para hallar el punto de intersección de las gráficas asociadas a las ecuaciones y mostró un esquema de estas gráficas.

Pregunta 6

La mayoría de los alumnos respondió esta pregunta, utilizando diferentes métodos. El más efectivo era el de complejos conjugados y el producto de factores lineales. Los alumnos que usaron este método tuvieron éxito, en general, mientras que los que optaron por la sustitución directa y la separación de partes real e imaginaria, para así obtener cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, tuvieron menos éxito porque o bien no completaron el procedimiento, o bien cometieron errores algebraicos que derivaron en respuestas incorrectas.

Pregunta 7

Muchos alumnos plantearon correctamente la ecuación pedida en m . Sin embargo, hubo muchos errores algebraicos en la simplificación de esta ecuación, que llevaron a respuestas incorrectas. Además, muchos alumnos no hallaron el valor de m con la aproximación pedida; muchos dieron las respuestas con una aproximación de 4 cifras significativas, en lugar de 4 cifras decimales. En el apartado (b), muchos alumnos no se dieron cuenta de que tenían que calcular $P(X=1) + P(X=2)$ y se vieron muchos intentos de calcular otras combinaciones de probabilidades.

Pregunta 8

Muchos alumnos resolvieron bien esta pregunta y muchos obtuvieron la puntuación máxima. Muchos otros ni siquiera intentaron resolverla.

Pregunta 9

Esta pregunta fue respondida por la mayoría de los alumnos, quienes en general pudieron hallar el producto escalar de los vectores del apartado (a). Sin embargo, la simplificación de la expresión causó dificultades que afectaron el rendimiento en el apartado (b). En el apartado (c), muchos alumnos tuvieron dificultades en la interpretación del significado de $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$.

Pregunta 10

Muy pocos alumnos respondieron esta pregunta, pero entre estas respuestas, se vio una variedad de métodos interesantes. Esta pregunta requería cierto nivel de pensamiento organizado y buena comprensión de los conceptos pertinentes, y por lo tanto solo los alumnos de mayor habilidad pudieron avanzar más allá de los primeros pasos. Lamentablemente, algunas buenas resoluciones se vieron malogradas por el redondeo prematuro.

Pregunta 11

La mayoría de los alumnos que tenían un manejo razonable de probabilidades pudieron resolver bien los apartados (a), (b) y parte del (c). Sin embargo, algunos alumnos no se dieron cuenta de que las diferentes puntuaciones no eran equiprobables, lo cual derivó en respuestas incorrectas en varios apartados. Resultó sorprendente que muchos alumnos completaran la tabla del apartado (c)(ii) con valores cuya suma no era igual a 1. Muy pocos alumnos resolvieron bien el apartado (d). A veces, se intentó realizar la enumeración de los casos posibles, pero con poco éxito.

Pregunta 12

Esta fue la pregunta que mejor se resolvió en la sección B; muchos alumnos obtuvieron la puntuación máxima. Hubo unos pocos candidatos que malinterpretaron la pregunta y consideraron que se trataba de un cubo de lado unitario. Los errores más comunes fueron los algebraicos y los aritméticos. Se vieron diversas formas de notación, pero en general, los alumnos fueron coherentes en la que adoptaban. En algunos casos, los alumnos no mostraron todo el procedimiento o no lo plantearon adecuadamente.

Pregunta 13

Esta pregunta fue bien respondida por muchos alumnos. Hubo alumnos que habían salteado otras preguntas pero igualmente, resolvieron con cierto éxito, partes de esta pregunta. El apartado (a), en general, fue bien resuelto pero en (b) los alumnos tuvieron dificultades para justificar que $f'(x)$ no era nula. El rendimiento en el apartado (c) fue variado: resultó gratificante ver un buen nivel de manejo algebraico en los alumnos de mayor habilidad que resolvieron con éxito esta pregunta; los alumnos más flojos tuvieron dificultades con la simplificación que requería. Hubo muy pocas resoluciones satisfactorias del apartado (d), lo cual evidenció las dificultades de la mayoría de los alumnos en el manejo del concepto de asíntotas. En el apartado (e) hubo una gran cantidad de resoluciones satisfactorias; muchos alumnos evaluaron correctamente los límites de integración y un número inferior obtuvo la puntuación máxima en este apartado.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Además de enseñar todo el contenido del programa y de proveer de gran cantidad de práctica sobre la base de exámenes anteriores, se les recomienda enfáticamente a los profesores que:

- Se aseguren de que sus alumnos desarrollen buenas habilidades básicas y que tengan facilidad en el manejo de expresiones algebraicas.
- Se aseguren de que sus alumnos sepan y comprendan las propiedades de los logaritmos y las exponenciales.

- Se aseguren de que sus alumnos comprendan la diferencia entre variables aleatorias discretas y continuas.
- Se aseguren de que los alumnos comprendan la diferencia entre producto escalar y producto vectorial y que conozcan las propiedades de dichas operaciones.
- Se aseguren de que los alumnos tengan presente la necesidad de trabajar con más cifras significativas durante toda la resolución de la pregunta, hasta llegar a la parte final, donde deberán considerar lo que pide la pregunta y aproximar su respuesta según lo pedido.
- Provean más ejercitación en la resolución de problemas, para asegurarse de que sus alumnos pueden aplicar sus conocimientos en una amplia variedad de contextos.
- Provean más oportunidades para que los alumnos reflexionen sobre el significado de los conceptos, para así mejorar su rendimiento en las preguntas que requieren de interpretación, debido a su naturaleza abstracta o al contexto poco familiar.

Prueba 3 – Matemática discreta

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 7	8 – 14	15 – 23	24 – 28	29 – 34	35 – 39	40 – 60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Los alumnos se mostraron menos cómodos en situaciones en las que debían pensar y crear demostraciones por sí solos (por ejemplo, en la pregunta 5), que cuando estaban aplicando algoritmos conocidos. Fue evidente que algunos (principalmente los alumnos que estaban rindiendo el examen por segunda vez) no estaban realmente preparados para esta opción, en absoluto. Esto se vio en la pregunta 1, donde se vieron respuestas del tipo “este vértice tiene grado 90 grados” o “este otro vértice tiene grado 60 grados”.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

En general, los alumnos sabían aplicar las propiedades de los logaritmos.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

(a) Este apartado fue bien resuelto en general: la mayoría de los alumnos sabía que el isomorfismo no dependía del rótulo del vértice.

En (b), la mayoría de los alumnos dio la inequación pedida, aunque algunos simplemente escribieron las dos inequaciones tomadas del cuadernillo de información. La condición $\nu \geq 3$ no era tan conocida pero se podía deducir a partir de los siguientes dos grafos. La relación de Euler fue bien utilizada para obtener la cuadrática que debía resolverse, y muchos alumnos pudieron luego dibujar el grafo correcto.

Pregunta 2

Este era un problema típico de aplicación del teorema chino del resto, en el que muchos alumnos obtuvieron la puntuación máxima. Algunos alumnos emplearon una fórmula; si la recordaban bien (cosa que no ocurrió en todos los casos), este método era totalmente aceptable, aunque no siempre reflejaba buena comprensión del problema.

Pregunta 3

Se vio buen rendimiento en la aplicación de algoritmos; a veces hubo errores en el orden de las aristas elegidas, por ejemplo, por aplicar el algoritmo de Prim en lugar del de Kruskal.

Pregunta 4

El teorema de Fermat era razonablemente bien conocido. No todos los alumnos hicieron caso a la sugerencia tácita de utilizarlo en el siguiente apartado, que no fue bien resuelto. El apartado (c) podía resolverse aun sin haber resuelto el (b), y efectivamente así sucedió.

Pregunta 5

Solamente los alumnos de mayor habilidad pudieron elaborar demostraciones lógicas y bien razonadas.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

No todos los alumnos empezaron a resolver cada pregunta en una hoja nueva.

Si el alumno introduce una variable que no viene dada en la pregunta, debe indicar qué es lo que representa, para que el examinador pueda seguir el razonamiento. Los alumnos deben estar preparados para realizar demostraciones, además de para aplicar algoritmos, y saber que rara vez obtendrán puntos si ofrecen justificaciones vagas. Resultará útil analizar la estructura de las demostraciones, en el esquema de corrección de un examen anterior. Sobre la base de los puntos anteriormente mencionados, la corrección reflexiva de un examen de prueba hubiera ayudado a los alumnos, si estaban dispuestos a aprender.

Prueba 3: Series y ecuaciones diferenciales

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 5	6 – 11	12 – 19	20 – 26	27 – 32	33 – 39	40 – 60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

El aspecto más difícil fue la elección del criterio más apropiado para demostrar la convergencia de una serie, y las condiciones bajo las cuales determinado criterio resulta válido.

A menudo, los alumnos no usaron la notación y la terminología apropiadas: por ejemplo, omitieron la notación de límites en lugares donde su uso era importante. A menudo, no justificaban acabadamente sus resultados.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

En general, los alumnos tuvieron buen rendimiento en las preguntas que requerían la aplicación de la regla de L'Hôpital, convergencia condicional y absoluta, series-p y series de Maclaurin.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Resultó sorprendente que algunos de los alumnos más flojos resolvieran mejor esta pregunta que los de mayor habilidad. Los alumnos que no simplificaban la expresión, luego de la primera aplicación de la regla de L' Hôpital, en general no pudieron derivar correctamente la expresión por segunda vez, y por lo tanto no obtuvieron los últimos tres puntos (de tipo A).

Pregunta 2

Esta fue la pregunta que peor se resolvió de toda la prueba. Con frecuencia, los alumnos no sabían qué test de convergencia usar; consiguientemente, hubo muy pocas resoluciones satisfactorias. La comunicación del método usado fue a menudo bastante pobre.

a) Muchos alumnos no se percataron de que esta es una serie telescópica. Cuando se la reconocía como tal, la pregunta resultaba relativamente sencilla. A menudo, los alumnos intentaron aplicar los criterios de convergencia convencionales, sin éxito.

b) Muchos alumnos usaron el criterio de D'Alembert, pero algunos tuvieron dificultades a la hora de simplificar la expresión. Otros reconocieron que la serie es la diferencia de dos series geométricas, y aunque el manejo algebraico fue eficiente, algunos omitieron escribir la conclusión de que, dado que los valores absolutos de las razones eran menores que 1, la serie converge. Algunos alumnos usaron, con éxito, el criterio de comparación.

c) Si bien la mayoría de los alumnos intentó aplicar el criterio de comparación, este a menudo fallaba, debido a la elección incorrecta de la serie.

Pregunta 3

Esta fue una de las preguntas que mejor se resolvieron. Algunos alumnos, sin embargo, no utilizaron el cuadernillo de información para el desarrollo de la serie, y perdieron así tiempo valioso.

Pregunta 4

Salvo algunos alumnos que consideraron que la ecuación diferencial era homogénea, los demás pudieron generalmente abordar bien la pregunta, que les resultó bastante sencilla. Algunos cometieron errores después de identificar correctamente el factor integrador, y perdieron puntos en la respuesta final.

Pregunta 5

El apartado (a) fue bien resuelto por muchos de los alumnos que abordaron esta pregunta. En el apartado (b), aquellos que aplicaron el criterio de la integral, en general lo resolvieron bien, pero fueron demasiados los que omitieron justificar su uso y escribir las conclusiones de forma apropiada.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Resultó evidente que algunos alumnos tenían poca habilidad en el cálculo analítico. Esta opción presupone la existencia de un sólido fundamento en el contenido de análisis del programa troncal.

Es necesario entender mejor los criterios de convergencia, para poder aplicarlos correctamente. Debe recalcarse la importancia de la notación y la terminología correctas, para una comunicación efectiva.

Prueba 3 – Conjuntos, relaciones y grupos

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 5	6 – 11	12 – 21	22 – 27	28 – 34	35 – 40	41 – 60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- Pocos alumnos parecían conocer la definición de producto cartesiano.
- En general, a los alumnos les resultó difícil completar satisfactoriamente una demostración abstracta referida a la teoría de grupos.
- Si bien los alumnos conocían bien las definiciones y las propiedades, y las podían enunciar con precisión, les resultó difícil aplicarlas con éxito en ejemplos específicos.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Los alumnos estaban familiarizados con las propiedades de las relaciones de equivalencia, las definiciones de funciones sobreyectivas e inyectivas, y los axiomas de grupo, incluyendo los grupos cíclicos.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Si bien conocían bien las propiedades de una relación de equivalencia, pocos alumnos dieron un contraejemplo para probar que la relación no es transitiva. Algunos alumnos intercambiaron las definiciones de las propiedades reflexiva y simétrica.

Pregunta 2

De toda la prueba, esta fue la pregunta en la que más flojo fue el rendimiento. A menudo, los alumnos podían citar las definiciones de sobreyectiva e inyectiva, pero no podían aplicar las definiciones a los ejemplos.

- a) Algunos alumnos no pudieron demostrar convincentemente que la función era sobreyectiva y no inyectiva.
- b) A algunos alumnos les costó interpretar la notación utilizada en la pregunta, y por consiguiente no la resolvieron satisfactoriamente.
- c) Muchos alumnos no se dieron cuenta de que la función es discreta; a partir de este error, intentaron diferenciar la función para demostrar que era monótona creciente, y por lo tanto inyectiva. Otros, que dibujaron una gráfica, mostraron una función continua en lugar de una discreta.

Pregunta 3

Los alumnos que conocían la definición de producto cartesiano en general pudieron resolver esta pregunta con éxito.

Pregunta 4

- a) La mayoría de los alumnos completó correctamente la tabla de Cayley y pudo demostrar que se cumplían los axiomas de grupo. Algunos alumnos, sin embargo, simplemente afirmaban que existía un simétrico para cada elemento, sin enumerar los elementos y sus simétricos. La mayoría de los alumnos pudo hallar un generador y a partir de allí demostrar que el grupo era cíclico.
- b) Este apartado fue resuelto con menos éxito por muchos alumnos. Algunos no pudieron hallar todos los elementos. Algunos afirmaron que el orden de ab es 6, sin mostrar procedimiento alguno.

Pregunta 5

Esta pregunta fue resuelta por pocos alumnos, y generalmente, muy mal. Los alumnos no se dieron cuenta de que la propiedad de cierre debía ser debidamente probada. Otros a menudo utilizaron exponentes negativos, cuando la pregunta especificaba que los exponentes eran enteros positivos.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

No alcanza con que los alumnos memoricen definiciones y propiedades. Necesitan mucha más ejercitación en su uso, dentro de situaciones específicas. Si bien las preguntas que piden determinar si un conjunto finito bajo determinada operación binaria forma un grupo son en general muy accesibles, existe una tendencia a simplemente enunciar las propiedades generales, en lugar de demostrar cómo el conjunto dado las satisface.

A muchos alumnos les cuestan las demostraciones relacionadas con los grupos, por lo tanto esto requiere más ejercitación.

Prueba 3 – Estadística y probabilidades

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 7	8 – 14	15 – 21	22 – 27	28 – 34	35 – 40	41 – 60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Los alumnos se mostraron menos cómodos en situaciones en las que debían pensar y mostrar su comprensión de los conceptos, como ocurrió en las preguntas 3, 4 y 5.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Hubo evidencia del buen uso de la calculadora: el procedimiento se hizo correctamente y se aplicó bien.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

A menudo, a los alumnos se les pedirá que resuelvan estos problemas que evalúan su capacidad de distinguir entre un número de individuos y un número de copias. La forma de

expresión de la pregunta estaba pensada para que la diferencia fuera clara. Los alumnos que escribían $w_1 + \dots + w_6$ en (a) y $12w$ en (b), en general pudieron luego resolver la pregunta y obtener la totalidad de los puntos.

Pregunta 2

En general, los dos intervalos de confianza fueron bien calculados, por medio de la calculadora. Se perdieron algunos puntos por no dar las respuestas con una aproximación de dos cifras decimales, como se pedía. Los alumnos más flojos no se dieron cuenta de que (b) era un intervalo t. El apartado (a)(ii) no fue tan bien resuelto; a menudo, fue el primer paso el que resultó problemático.

Pregunta 3

Darse cuenta de que este problema era un caso de distribución binomial negativa era el punto crucial de esta pregunta. Es importante enseñar todo el contenido del programa.

Pregunta 4

Los alumnos más flojos solamente obtuvieron los dos puntos por decir qué era un error de Tipo I y un error de Tipo II; no pudieron, a continuación, aplicar las definiciones en la obtención de las probabilidades condicionales pedidas. Resultó evidente, a partir de las tachaduras observadas, que incluso las dos definiciones siguen causando confusión. Los alumnos de mayor habilidad y claridad de pensamiento pudieron resolver la pregunta correctamente.

Pregunta 5

El apartado (a) fue en general bien resuelto, pero hubo una cantidad sorprendente de respuestas incorrectas en el apartado (b). Claramente, algunos alumnos hubieran preferido poder usar la calculadora para obtener los valores esperados y el valor del parámetro p . Sin embargo, esta era una pregunta 5 y por consiguiente, si bien indicaba qué hacer en cada paso, se estaba evaluando la comprensión.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

No todos los alumnos empezaron la resolución de cada pregunta en una hoja nueva.

Si el alumno introduce una variable que no viene dada en la pregunta, debe indicar qué es lo que representa, para que el examinador pueda seguir el razonamiento. Llamó la atención el hecho de que en algunos colegios, en los exámenes de casi todos los alumnos se veía, repetidas veces, la indicación AP (pérdida de punto por no respetar la aproximación pedida), mientras que en otros colegios la mayoría de los alumnos lograba no ser penalizada por esto ni siquiera una vez. Sobre la base de muchos de los puntos anteriormente mencionados, la corrección reflexiva de un examen de prueba hubiera ayudado a los alumnos, si estaban dispuestos a aprender.