Programa del Diploma

MATEMÁTICAS NS

Bandas de calificación de la asignatura

Matemáticas discretas

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-13	14-28	29-40	41-52	53-64	65-76	77-100

Series y ecuaciones diferenciales

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-14	15-29	30-41	42-53	54-66	67-79	80-100

Conjuntos, relaciones y grupos

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-13	14-27	28-39	40-51	52-63	64-75	76-100

Estadísticas y probabilidades

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-13	14-27	28-38	39-50	51-63	64-75	76-100

Variantes regionales de las pruebas de exámenes

Con el fin de proteger la integridad de los exámenes, se está haciendo cada vez más uso de las variantes regionales de las pruebas. El uso de estas variantes del mismo examen implica que los estudiantes de una región del mundo no siempre estarán rindiendo la misma prueba que los estudiantes de otras regiones. Se aplica un riguroso proceso para garantizar que las pruebas sean comparables en cuanto a su nivel de dificultad y al contenido que evalúan, y se toman medidas para asegurar la aplicación de los mismos estándares en la evaluación de los exámenes correspondientes a las diferentes versiones de las pruebas. Para la convocatoria de mayo de 2012, el BI ha elaborado variantes regionales de las pruebas de Matemáticas NM.

Evaluación interna

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-6	7-13	14-18	19-23	24-29	30-34	35-40

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Las carpetas elaboradas para esta convocatoria fueron de muy buena calidad. En general, la redacción fue clara y concisa; lamentablemente, algunos alumnos elaboraron documentos extremadamente extensos, consistentes en interminables hojas de tablas impresas, o basados en el uso excesivo de la función “copiar y pegar”.

En términos generales, los criterios de evaluación parecen haber sido bien comprendidos, tanto por los profesores como por los alumnos, con algunas excepciones. A continuación, se resumen los comentarios realizados por el equipo de moderadores:

Las tareas:

La mayoría de las tareas fueron tomadas de la primera de las dos publicaciones actualmente en uso, “Matemáticas NS La carpeta – tareas para usar en 2011 y 2012”; las tareas más populares siguen siendo “Patrones dentro de los sistemas de ecuaciones lineales” y “Un modelo para un edificio funcional”. Hubo algunas tareas tomadas de la publicación más reciente, “Matemáticas NS – La carpeta – tareas para usar en 2012 y 2013”, y un número muy reducido de tareas diseñadas por profesores. Una de las tareas de esta publicación más reciente, “Tareas para usar en 2012 y 2013”, resultó bastante problemática; muchos alumnos (y algunos profesores) malinterpretaron la instrucción dada y presentaron una consecuencia conocida y trivial del teorema de de Moivre: que, cuando se unen las raíces enésimas <u>consecutivas</u> de la unidad, queda determinado un polígono regular. Sin embargo, la instrucción dada en la tarea para raíces cúbicas, y extendida luego a las raíces enésimas, le pedía explícitamente al alumno: “Elija una raíz y trace segmentos desde esta raíz, a las otras dos raíces”, lo cual resultaba en un árbol, según la definición de la teoría de grafos o, visto desde una perspectiva no matemática, en un diagrama que asemeja el armazón de un abanico oriental.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

En términos generales, los alumnos tuvieron buen rendimiento en el criterio A. La frecuencia del uso de notación propia de la calculadora y de la omisión de “dx” a continuación del integrando parece estar disminuyendo a ritmo sostenido, pero a menudo, este uso descuidado y esta omisión en la notación fueron pasados por alto por los profesores.

Algunos alumnos no distinguen entre los términos “ecuación”, “función” y “expresión”; esta es una deficiencia recurrente.

Las habilidades relativas a la comunicación han mejorado considerablemente en los últimos años. Sin embargo, a pesar de la instrucción que encabeza el enunciado de cada tarea, en la que se señala que se debe evitar el formato “pregunta/respuesta”, todavía hay alumnos que lo usan. Sigue habiendo tareas que carecen de introducciones y gráficas que carecen de rótulos. Algunos trabajos, aunque correctos, distaban de ser concisos; la tarea más larga, de las entregadas en esta convocatoria, constaba de ¡más de 100 páginas! Hace falta volver a resaltar la calidad por sobre la cantidad.

En términos generales, los alumnos produjeron tareas de buen nivel, y la evaluación con respecto a los criterios C y D realizada por sus profesores ha sido apropiada. Sin embargo, en algunas tareas de tipo I, la investigación era extremadamente limitada y carecía de evidencia de algún patrón que justificara la conjetura, y mucho menos una generalización, particularmente en la tarea “Patrones dentro de los sistemas de ecuaciones lineales”. Lamentablemente, en el apuro aparente por llegar a una generalización, muchos alumnos no desarrollaron críticamente su conclusión, para que esta tuviera en cuenta las limitaciones relacionadas con los sistemas de ecuaciones dependientes.

En las tareas de tipo II, el alumno rara vez justificaba la elección del modelo apropiado, como por ejemplo en la tarea “Un modelo para un edificio funcional”. Sin embargo, se observó mejoría en la definición de las variables y los parámetros, que fue realizada cuidadosamente. Muchos alumnos no le prestaron la suficiente atención a los requerimientos del criterio D, en la tarea del tipo II, y presentaron sus resultados con niveles inadecuados de precisión, tales como la millonésima parte de segundo o la billonésima parte de metro. Resulta preocupante que los alumnos no reflexionen sobre la razonabilidad de los valores de los parámetros; esto quedó evidente en la elección de una velocidad de 10 m/s en la tarea “Corriendo con Angie y Buddy”.

El uso de los recursos tecnológicos fue bastante variado. Debería observarse que la mera inclusión de gráficas no es suficiente para demostrar un uso completo y eficaz que contribuye significativamente a la tarea. Con frecuencia, se otorgó la puntuación máxima con excesiva generosidad, por el uso de una colección abrumadora de gráficas parecidas entre sí. Hubo casos en los que, irreflexivamente, se incluían gráficas que no sustentaban el trabajo, como el dibujo de un semicírculo para modelar un techo parabólico. Si la tarea requiere que el dominio se limite a valores positivos, las gráficas deberían reflejar esta restricción.

Por otro lado, el uso de deslizadores (“sliders”) para ajustar los parámetros provee un excelente método investigativo. El uso de proposiciones condicionales en las planillas de cálculo también funcionó muy bien, en la tarea de modelización “Corriendo con Angie y Buddy”.

Hubo muchos trabajos buenos y completos; sin embargo, la puntuación máxima en el criterio F requiere no solo la entrega de un trabajo completo y correcto, sino también que haya evidencia de sofisticación matemática, más allá de lo que pide el enunciado de la tarea. Al trabajo que puede considerarse “muy bueno”, pero que no se caracteriza por ser encomiable, debería otorgársele, en el criterio F, un punto.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

En esta convocatoria, las carpetas pueden haber contenido tareas tomadas de los dos documentos ya mencionados, pero no de publicaciones anteriores. Se ruega tomar nota de que se aplica una significativa penalización, durante la moderación, por usar tareas “vencidas”. Los profesores pueden, por supuesto, elegir una tarea propuesta por un colega o provista en un taller, pero téngase en cuenta que tales tareas pueden haber sido usadas año tras año, y no siempre exitosamente, por otros profesores.

Se espera que las carpetas que integran la muestra sean los originales, con las correcciones del profesor, y no fotocopias sin correcciones. Se espera que los profesores escriban directamente sobre el trabajo de sus alumnos, no solo para brindarles a ellos una devolución acerca de su rendimiento, sino también para proveer de información a los moderadores. El uso del Formulario B le permitiría al profesor realizar más comentarios relevantes y descriptivos.

Ha habido una sensible mejoría en la entrega de información sobre los antecedentes referidos a cada tarea de la carpeta, ya sea en el Formulario A o a través de comentarios anecdóticos. A la hora de confirmar el nivel de logro otorgado en cada criterio, a los moderadores les resulta muy útil contar con esta información.

Cada tarea de la muestra debe ir acompañada de un esquema de resolución, para que los moderadores puedan justificar la precisión del trabajo y entender las expectativas del profesor.

Para los alumnos que completan el diploma en 2013, las tareas incluidas en el documento “Matemáticas NS – La carpeta – tareas para usar en 2012 y 2013” son las únicas tareas, de las publicadas por el BI, que pueden ser usadas.

Prueba 1

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-16	17-33	34-45	46-60	61-75	76-90	91-120

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Algunos alumnos parecían estar poco familiarizados con el álgebra matricial: escribieron la matriz en el denominador de la expresión, en lugar del producto por la matriz inversa.

Hay muchos alumnos que no comprenden la demostración por inducción: no se dan cuenta de que la demostración se centra en la **suposición** de que el resultado es válido para $n = k$, para luego mostrar que esto lleva a que sea válido para $n = k + 1$.

El dibujo de funciones y derivadas, a partir de una gráfica dada, les causó problemas a muchos alumnos.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Sobre la base de la evidencia de este examen, los alumnos, en general, muestran competencia en la resolución de problemas relacionados con diagramas arbolares e identidades trigonométricas.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

En general, los alumnos que usaron el teorema del resto obtuvieron los dos posibles valores de *k*. Algunos alumnos, sin embargo, intentaron hallar los restos desarrollando la división de los polinomios. Si bien este es un método válido, el álgebra que requiere resultó demasiado difícil para la mayoría de estos alumnos.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos se dio cuenta de que, para resolver este problema, había que usar el producto escalar y muchos llegaron a la ecuación $4 \operatorname{sen} x \cos x = 1$. Los alumnos que no vieron que esta ecuación podía escribirse de la forma $\operatorname{sen} 2x = 0,5$ en general no pudieron avanzar en la resolución. La mayoría de los alumnos que usaron esta fórmula de ángulo doble llegó a la solución $\frac{\pi}{12}$, pero fueron pocos los que se dieron cuenta de que $\frac{5\pi}{12}$ también era una solución.

Pregunta 3

En general, esta pregunta fue bien resuelta.

Pregunta 4

Resultó decepcionante ver que la estrategia de muchos alumnos para desarrollar $\left(x-\frac{2}{x}\right)^4$ consistía en primero, desarrollar $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$ y luego, o bien elevar el resultado al cuadrado, o bien multiplicar dos veces por $\left(x-\frac{2}{x}\right)$; procedimientos estos que, a menudo, derivaban en errores aritméticos. En este nivel, se espera que los alumnos estén lo suficientemente familiarizados con el triángulo de Pascal como para utilizarlo en este tipo de problema. En (b), algunos alumnos parecían no conocer la frase "término constante".

Pregunta 5

Algunos alumnos no parecían estar familiarizados con el álgebra de matrices. Fue bastante común encontrarse con soluciones tales como $\boldsymbol{X}=\frac{4\boldsymbol{A}\text{-}\boldsymbol{B}}{5\boldsymbol{B}}$, y algunos alumnos no parecían saber que, en general, $\boldsymbol{AB}^{-1}$ no es igual a $\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}$.

Pregunta 6

En general, el apartado (a) fue bien resuelto. En (b), sin embargo, algunos alumnos tomaron $m = a + \mathrm{i}b$ y $n = c + \mathrm{i}d$, lo cual se tradujo en cuatro ecuaciones para dos incógnitas e hizo que no pudieran seguir con la resolución.

Pregunta 7

La resolución de esta pregunta fue, en general, decepcionante. A menudo, la forma de la curva trazada en (a) era incorrecta, y muchos alumnos no dieron las ecuaciones de las asíntotas y las coordenadas de las imágenes. En (b), muchos alumnos dibujaron mal la gráfica, aunque a menudo, dieron las coordenadas de las imágenes correctas.

Pregunta 8

A los alumnos que se sentían cómodos con la derivación implícita esta pregunta les resultó bastante sencilla y la pudieron resolver en unos pocos pasos. Muchos alumnos, sin embargo, no pudieron derivar x^3y con respecto a x y por consiguiente, no pudieron avanzar en el desarrollo. Los alumnos que comenzaron por escribir $y=\frac{a \operatorname{sen} nx}{x^3}$ no recibieron punto alguno, porque la pregunta pedía el uso de la derivación implícita.

Pregunta 9

Las resoluciones de esta pregunta fueron, en general, correctas, y muchos alumnos se dieron cuenta de que podría resultar útil multiplicar el numerador y el denominador por $(\cos A + \operatorname{sen} A)$.

Pregunta 10

Muchos alumnos dieron las dos raíces de f correctamente, pero la gráfica de f fue, a menudo, mal dibujada. En (c), muchos alumnos no se dieron cuenta de que había que integrar por partes dos veces, y aun los que así lo hicieron a menudo cometieron errores algebraicos, en general debido a los frecuentes cambios de signo.

Pregunta 11

En (a), los recorridos a menudo estuvieron mal determinados, en especial el de *g*, donde los signos de valor absoluto parecen haber causado dificultades. En (b), resultó decepcionante ver que tantos alumnos cometían errores algebraicos en la determinación de la expresión de $f \circ g\,(x)$. Muchos alumnos no pudieron resolver (d) correctamente; se vieron tanto errores aritméticos como razonamientos incorrectos. Dado que la respuesta de (e) dependía de la elección de la función adecuada en (d), hubo pocas resoluciones correctas; algunos alumnos hasta intentaron, erróneamente, hallar la media de *X* mediante la resolución de una integral.

Pregunta 12 – Parte A

Puesto que (a) era una pregunta del tipo “compruebe que”, era fundamental que los alumnos dieran una explicación convincente de cómo obtenían las igualdades propuestas. Muchos alumnos escribieron simplemente

$$(x+\mathrm{i}y)^2 = x^2 - y^2 + 2\mathrm{i}xy = -5 + 12\mathrm{i}$$

$$\text{Por lo tanto } x^2 - y^2 = -5 \text{ y } xy = 6$$

Este desarrollo no obtuvo la puntuación total, porque no hace más que repetir lo enunciado en la pregunta. Se pretendía que los alumnos explicitaran claramente que estaban igualando las partes real e imaginaria. En (b), a los alumnos que intentaron aplicar el teorema de de Moivre para hallar las raíces cuadradas no se les otorgó puntos, porque la pregunta indicaba “a partir de lo anterior”.

Pregunta 12 – Parte B

En (a), las explicaciones fueron, a menudo, poco convincentes. Se pretendía que los alumnos dijeran claramente que las dos intersecciones con el eje *x* marcaban dos raíces reales y que, dado que el polinomio era cuártico y por ende tenía cuatro raíces, las otras dos debían ser complejas. Los alumnos que hacían vagas afirmaciones del tipo “la gráfica muestra dos raíces reales” no obtuvieron la puntuación total. En (b), la mayoría de los alumnos dio los valores correctos de *a* y *b*, pero a menudo, los errores algebraicos condujeron a valores incorrectos para los otros parámetros. Los alumnos que no pudieron resolver (b) exitosamente no pudieron luego resolver (c), (d) y (e), aunque se dieron puntos por arrastre de error, siempre que fue posible.

Pregunta 13

A pesar de que la pregunta daba la definición de derivada, las resoluciones de (a) fueron, a menudo, decepcionantes; los errores algebraicos fueron frecuentes, en general debido a la omisión o al mal manejo de los paréntesis. Las respuestas a la demostración en (b) fueron, a menudo, pobres. Muchos alumnos no comprenden que deben suponer que el resultado es válido para $n = k$ y luego demostrar que esto lleva a que sea válido para $n = k + 1$. Muchos alumnos escriben simplemente "sea $n = k$", lo cual, por supuesto, no tiene ningún sentido. La conclusión a menudo es del estilo "Verdadero para $n = 1$, $n = k$ y $n = k + 1$, por lo tanto verdadero por inducción". Solo se acepta una conclusión que incluya una afirmación tal como "Verdadero para $n = k \Rightarrow$ verdadero para $n = k + 1$".

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

La demostración por inducción sigue siendo problemática para muchos alumnos y este importante tema debería quizá reforzarse.

El manejo algebraico es, a menudo, pobre: se omiten los paréntesis o se desarrollan incorrectamente. Los alumnos necesitan la mayor cantidad de ejercitación posible en esta área.

Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-15	16-31	32-45	46-60	61-76	77-91	92-120

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

En esta prueba, a los alumnos les resultó difícil mostrar que comprendían el caso ambiguo del teorema del seno, el trazado de curvas, la función densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua y las aplicaciones del cálculo.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

En términos generales, a los alumnos esta prueba le resultó accesible; no hubo ninguna pregunta en particular que causara problemas significativos. En general, los alumnos parecen haber estado razonablemente bien preparados para las preguntas sobre progresiones aritméticas, cálculo elemental, y las distribuciones binomial, de Poisson y normal.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Este resultó un buen punto de partida para la mayoría de los alumnos. La inmensa mayoría resolvió bastante bien la pregunta y muchos llegaron a la respuesta correcta. En general, los alumnos que perdieron puntos lo hicieron a causa de errores en el procedimiento. En el apartado (b), la forma más eficiente de llegar al resultado era utilizar la calculadora, luego de haber planteado la inecuación inicial. Un pequeño número de alumnos le dedicó tiempo valioso –innecesariamente– al desarrollo algebraico, antes de comenzar a usar la calculadora.

Pregunta 2

Esta también resultó una pregunta accesible para los alumnos, muchos de los cuales obtuvieron la puntuación máxima. La mayoría de los alumnos usó la calculadora para hallar las respuestas de los apartados (b) y (c), tal cual se pretendía, pero los alumnos deben tener en cuenta que, a menudo, se otorgan puntos por reconocer lo que la pregunta está pidiendo, aun cuando no se llegue a la respuesta final correcta. Se sugiere que en este tipo de pregunta, los alumnos indiquen lo que están intentando hallar, además de dar la respuesta final.

Pregunta 3

Un número sorprendentemente reducido de alumnos pudo mostrar en un diagrama la situación correspondiente al caso ambiguo del teorema del seno. Un número mayor pudo aplicarlo, o bien usar el teorema del coseno. Sin embargo, hubo todavía un número sorprendentemente elevado de alumnos que pudo hallar solo uno de los posibles valores de AC.

Pregunta 4

Se vio un buen número de resoluciones correctas de esta pregunta, pero en el apartado (a), un número significativo de alumnos se olvidó de multiplicar por 2 y en el apartado (b), el error más común fue sumar las combinaciones en lugar de multiplicarlas.

Pregunta 5

Esta pregunta también fue resuelta con éxito por muchos alumnos; hubo un buen porcentaje de respuestas completamente correctas. Fue bueno comprobar que los alumnos hacían buen uso de la calculadora.

Pregunta 6

La mayoría de los alumnos abordó bien la pregunta, pero muchos cometieron errores por el camino y consiguientemente solo un número relativamente reducido de alumnos obtuvo la puntuación máxima. Algunos errores comunes fueron tratar de usar grados en lugar de radianes, tratar de usar métodos algebraicos para hallar la pendiente en el apartado (b) y tratar de hallar la ecuación de la tangente en lugar de la de la normal, en el apartado (c).

Pregunta 7

Muchos alumnos recogieron algunos puntos en esta pregunta, pero pocos obtuvieron la puntuación máxima. En el apartado (a), muchos alumnos no se percataron de la necesidad de usar la calculadora para hallar el valor de a. Los alumnos tuvieron más éxito en el apartado (b); una buena cantidad obtuvo puntos por arrastre de error.

Pregunta 8

La mayoría de los alumnos pudo empezar esta pregunta y obtener algunos puntos, pero solo los alumnos de mayor habilidad obtuvieron la puntuación máxima. En el apartado (a), el error común fue tomar el número equivocado de rebotes y en el apartado (b), muchos alumnos perdieron puntos por redondear la inecuación en el sentido equivocado. El apartado (c) resultó difícil; un número limitado reconoció la necesidad de hallar la suma de infinitos términos de una progresión geométrica y de estos alumnos, muchos no supieron conectar la suma de infinitos términos con la distancia total recorrida.

Pregunta 9

Tratándose esta de la última pregunta de la sección A, fue gratificante ver que un buen número de alumnos intentó resolverla. Como es de esperar en una pregunta a esta altura de la prueba, fue más limitado el número de alumnos que obtuvo la puntuación máxima. Una cantidad de alumnos complicó la pregunta, al dividir los ángulos necesarios para la respuesta final en combinaciones de ángulos más pequeños, lo cual llevaba mucho trabajo y tiempo, además de resultar innecesario.

Pregunta 10

Esta fue una pregunta accesible para la mayoría de los alumnos y se vieron muchas resoluciones completamente correctas. En el apartado (b), a algunos alumnos les costó hallar los valores correctos con la calculadora y en el apartado (c), una pequeña minoría no vio la necesidad de aplicar la distribución normal.

Pregunta 11

Muchos alumnos pudieron comenzar esta pregunta, pero pocos obtuvieron la puntuación máxima. En el apartado (a), muchos alumnos utilizaron con éxito la matriz aumentada, para hallar la respuesta correcta. Para el apartado (b) hubo menos respuestas correctas; solo un número limitado de alumnos usó todo el potencial de la calculadora y muchos cometieron errores aritméticos y algebraicos. Este fue el apartado más difícil de la pregunta. Muchos alumnos entendían las técnicas vectoriales que había que aplicar en (c), (d) y (e), pero una buena cantidad cometió errores aritméticos y algebraicos en la resolución.

Pregunta 12

Esta resultó ser la pregunta más difícil en la sección B; un número muy reducido de alumnos presentó respuestas completamente correctas. Muchos alumnos no se dieron cuenta de que el apartado (a) era una ecuación diferencial que debía ser resuelta por el método de separación de variables. Sin esto, se hacía difícil seguir adelante con el resto de la pregunta. Aquellos que sí resolvieron con éxito el apartado (a) pudieron también resolver relativamente bien los apartados (b) y (c). Entre la minoría de alumnos que abordó los apartados (d) y (e), solo los mejores reconocieron los métodos apropiados.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Los alumnos deben completar todo el programa.
- Se debe alentar a los alumnos a prestarle atención a la notación matemática y al grado de precisión.
- Los profesores deberían enfatizar la importancia de que los alumnos desarrollen sus procedimientos de manera lógica.
- La mayoría de las preguntas de esta prueba requerían estrategias de resolución comunes y este debería ser un punto focal para los alumnos.
- Los alumnos necesitan ejercitarse con pruebas de un estilo parecido, para incorporar la necesidad de distribuir equilibradamente el tiempo disponible.
- Se les debe enseñar a los alumnos la terminología apropiada.
- Los alumnos deben conocer el potencial de la calculadora y todo el rango de situaciones en las que puede resultar útil.
- Los alumnos deben recordar que las respuestas finales deben darse como valores exactos o con una aproximación de 3 cifras significativas, y que en el desarrollo previo, deben trabajar con más de 3 cifras significativas.

Prueba 3 – Matemáticas discretas

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-8	9-17	18-25	26-31	32-36	37-42	43-60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Muchos alumnos no supieron manejar los requerimientos de la instrucción “demuestre que”. En particular, las respuestas a la pregunta 4(b) fueron muy pobres. Esto resultó decepcionante, puesto que los alumnos del NS deberían saber que el razonamiento es tan importante en la Matemática como lo es la aplicación de técnicas rutinarias.

En la pregunta 2, algunos alumnos no se dieron cuenta de que era necesario demostrar que, efectivamente, habían utilizado el algoritmo de Prim. El orden en que se agregan las aristas es parte fundamental del algoritmo, por lo cual el simple hecho de escribir el árbol generador minimal, sin otro comentario, ameritaba pocos puntos.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Los alumnos tuvieron buen rendimiento en las preguntas que requerían la aplicación de algoritmos y procedimientos rutinarios: p1 (a); p2; p3 (a) (c); p4 (a); p5 (a) (b). Así, el algoritmo euclidiano, el algoritmo de Prim, el dibujo del grafo a partir de datos de adyacencia/peso y el uso del pequeño teorema de Fermat fueron áreas en las que muchos alumnos se sintieron seguros.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

La mayoría de los alumnos resolvió con éxito los apartados (a) y (b). En el apartado (c), algunos alumnos dieron muestras de no entender la diferencia entre una solución particular y una solución general. El apartado (d), que valía un punto, superó la capacidad de todos los alumnos, salvo los pocos que vieron que el mcd de los números en cuestión era 3.

Pregunta 2

Esta pregunta fue bien resuelta por muchos alumnos. Una minoría decepcionante no se dio cuenta de que la instrucción “Utilice el algoritmo de Prim...” significa que debían convencer al examinador de que, en efecto, habían usado el algoritmo. No alcanza con simplemente dibujar los árboles generadores minimales. Lo que importa, en este algoritmo, es el orden en que se agregan las aristas. Un grupo (muy) reducido de alumnos partió de A – esto mereció una mínima penalización.

Pregunta 3

Los apartados (a) y (c) fueron generalmente bien resueltos. En el apartado (b), una minoría de alumnos omitió mencionar que el punto final debía coincidir con el inicial. Una gran cantidad de alumnos dio todos los senderos (se pedían los recorridos) – una innecesaria pérdida de puntos.

Pregunta 4

El apartado (a) fue bien resuelto. A menudo, los diversos incisos del apartado (b) fueron abordados, pero se tuvo la sensación de que los alumnos no comprendían plenamente lo que estaban escribiendo.

Pregunta 5

Muchos alumnos pudieron completar el apartado (a) y abordaron luego el apartado (b). Algunos alumnos resolvieron el apartado (c) a las apuradas. Otros abordaron el apartado (c) mediante la estrategia alternativa de resolución repetida de congruencias lineales y a veces lo hicieron con éxito.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Si bien esta es una opción en la que varios temas requieren la implementación de algoritmos, también esperamos que los alumnos estén familiarizados con las nociones elementales de la demostración y que sepan explicar sus resoluciones.

Los examinadores esperan que los alumnos hayan estudiado todos los temas del programa.

Prueba 3 – Series y ecuaciones diferenciales

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-9	10-19	20-29	30-36	37-42	43-49	50-60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

En esta prueba, un número significativo de alumnos tuvo dificultades para reconocer la diferencia entre una progresión y una serie. Dio la impresión de que muchos alumnos aplicaban los conceptos que habían aprendido, sin reflexionar acerca de si estaban dadas las condiciones para su aplicación. A los alumnos también les costó identificar y confirmar las condiciones específicas para la aplicación de los criterios de convergencia. Por último, los alumnos a menudo carecían de la seguridad necesaria para probar o brindar demostraciones rigurosas, en las preguntas que pedían "compruebe que".

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Una significativa mayoría de los alumnos demostró tener buen conocimiento de las condiciones y la técnica requeridas para hallar un límite, usando la regla de L'Hôpital. La mayoría de los alumnos también se mostró segura en la resolución de ecuaciones diferenciales mediante métodos de Euler y hubo también muchos alumnos que pudieron resolver una ecuación diferencial mediante separación de variables. En general, los alumnos que reconocieron la necesidad de usar técnicas que involucraban un factor integrante las aplicaron con éxito.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

La inmensa mayoría de los alumnos estaba familiarizada con la regla de L'Hôpital y también pudo aplicar dos veces la técnica, como requería la pregunta. Los errores que ocurrieron se debieron principalmente a dificultades en la aplicación de las reglas de derivación o a dificultades algebraicas. Una pequeña minoría intentó usar la regla del cociente pero la mayor parte de los alumnos parece haber comprendido bien la regla de L'Hôpital y su aplicación a la evaluación de un límite.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos tenía buen conocimiento del método de Euler y lo aplicó con seguridad a la ecuación diferencial del apartado (a). Unos pocos alumnos, que conocían el método de Euler, completaron una iteración de más y llegaron a una respuesta incorrecta, pero esto ocurrió una que otra vez. Casi todos los alumnos que aplicaron la técnica correcta en el apartado (a) calcularon bien la respuesta. La mayoría de los alumnos pudo abordar el apartado (b), pero algunos perdieron puntos por la falta de rigor, al no mostrar claramente la derivación implícita en el primer paso de la resolución. El apartado (c) fue razonablemente bien abordado por muchos alumnos y muchos pudieron resolver las integrales, aunque algunos no pudieron hallar la constante arbitraria, lo cual llevó a que no pudieran resolver el inciso (ii) del apartado (c).

Pregunta 3

Es posible que un pequeño número de alumnos se haya sentido desconcertado por la elección algo inusual de variables, pero las más de las veces, los alumnos que reconocían la necesidad de hallar un factor integrante parecen haber podido manejar bien la resolución de esta pregunta. Los alumnos que no pudieron simplificar el factor integrante, de $e^{2\ln t}$ a t^2, rara vez obtuvieron la puntuación máxima. Un número significativo de alumnos no obtuvo el último punto, por omitir la constante arbitraria o por no dividir la constante por el factor integrante.

Pregunta 4

El "compruebe que" del apartado (a) de este problema no fue adecuadamente manejado por una minoría significativa de alumnos; los que simplemente dieron el límite y no demostraron su existencia perdieron puntos. A pesar de que era posible resolverlo sin tener un conocimiento significativo del tema de límites, el apartado (b) parece haber intimidado a algunos alumnos, por resultarles poco familiar y por la notación usada. El apartado (c) resultó algo decepcionante, porque muchos alumnos intentaron aplicar reglas de convergencia de series en la resolución de un problema referido a límites de progresiones. Se vio la misma confusión en el apartado (d), donde además, algunos errores algebraicos les impidieron a los alumnos obtener la puntuación máxima.

Pregunta 5

Una buena cantidad de alumnos pudo hallar la integral del apartado (a), aunque la inmensa mayoría no consideró por separado la integral para $k=1$. Muchos alumnos no fijaron explícitamente un límite para la integral, para hacer que este límite tendiera a infinito en la antiderivada, y parecía que algunos alumnos estaban "reemplazando el 'valor' infinito". Esto no siempre les impidió a los alumnos llegar a la respuesta correcta, pero preocupa la falta de rigor técnico. En el apartado (a), muchos alumnos parecían tener algún conocimiento del criterio de convergencia pertinente, pero no siempre se lo aplicó con rigor. A menudo, cuando demostraban que la serie no era absolutamente convergente, los alumnos no mostraban claramente que la función analizada debía satisfacer ciertas condiciones, y por ende perdieron puntos.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Los alumnos deben tener en claro la diferencia entre una progresión y una serie.
- Los alumnos deben saber reconocer las condiciones en las que es preciso un factor integrante.
- Los alumnos deben aplicar el rigor necesario y el nivel de comunicación requerido por un problema que les pide demostrar una proposición o probar que es verdadera.
- Los alumnos deben tener una clara comprensión de los criterios y las condiciones para la aplicación de una regla de convergencia.

Prueba 3 – Conjuntos, relaciones y grupos

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-7	8-15	16-22	23-28	29-33	34-39	40-60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

En esta prueba, los alumnos tuvieron dificultades con los problemas que requerían la aplicación de conceptos generales y con las situaciones abstractas, pero tuvieron más éxito cuando se trataba de una situación particular concreta. A menudo, a los alumnos les costó aplicar el conocimiento en la demostración de resultados, y tomar en cuenta todas las condiciones del problema en cuestión. Además, con frecuencia, los alumnos parecían carecer de habilidad para comunicar sus razonamientos con claridad. En particular, tuvieron dificultad en el tratamiento de funciones inyectivas y biyectivas. También, aun cuando conocían las condiciones para una relación de equivalencia, tuvieron dificultades para demostrar que era tal.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Resultó gratificante que tantos alumnos demostraran conocimiento del programa, a lo largo de todo el examen. Esto no significa que el alumno siempre pudiera resolver correctamente las preguntas, pero fue poco común encontrar un alumno que no tuviera la mínima competencia como para abordar un problema. En esta prueba, los alumnos tuvieron un rendimiento particularmente bueno en la resolución de las preguntas más sencillas sobre teoría de grupos y también demostraron tener buen conocimiento del tema de conjuntos.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Esta pregunta fue, en general, bien resuelta, y fue raro que un alumno no obtuviera la puntuación máxima en el apartado (a). En el apartado (b), la inmensa mayoría de los alumnos pudo demostrar que el conjunto satisfacía las propiedades de grupo, aparte de la de la asociatividad, con la cual también estaban familiarizados. Prácticamente todos los alumnos sabían la diferencia entre conmutatividad y asociatividad y pudieron diferenciar entre las dos. Los alumnos estaban familiarizados con el teorema de Lagrange y muchos supieron aplicarlo al caso de este problema. Muchos alumnos encontraron un método para resolver el apartado (iii) del problema y obtuvieron la puntuación máxima.

Pregunta 2

Esta pregunta también fue bien resuelta; muchos alumnos obtuvieron la puntuación máxima en ambos apartados del problema. Para resolver el apartado (b)(ii), algunos alumnos intentaron usar un factorial, en lugar de una suma de combinaciones y esto derivó en respuestas incorrectas.

Pregunta 3

En general, los alumnos estaban al tanto de las condiciones necesarias para comprobar una relación de equivalencia, aunque muchos parecían inseguros en cuanto al nivel de detalle requerido en la comprobación de las diferentes condiciones, para el ejemplo de esta pregunta. En el apartado (b), muchos alumnos hallaron el conjunto correcto, aunque algunos no lo supieron escribir correctamente, e incluyeron elementos que no pertenecían al conjunto o excluyeron elementos que sí pertenecían. En el apartado (c) hubo menos resoluciones correctas que en el (b), y relativamente pocos alumnos pudieron probar la clase de equivalencia en el apartado (d), aunque hubo unas cuantas resoluciones muy satisfactorias.

Pregunta 4

En el apartado (a), casi todos los alumnos estaban al tanto de las condiciones de inyectividad y sobreyectividad. Sin embargo, muchos no se percataron del hecho de que la función en cuestión iba del conjunto de enteros al conjunto de enteros. Esto llevó a que algunos perdieran puntos por aplicar criterios gráficos que eran aplicables para funciones en el conjunto de los reales, pero no para este caso. Sin embargo, muchos alumnos pudieron dar dos contraejemplos con enteros, para probar no era ni inyectiva no sobreyectiva. En el apartado (b), los alumnos parecían carecer de habilidad para comunicar adecuadamente la demostración de lo que intuitivamente comprendían que era cierto. En general, no afirmaron que el número de elementos en los conjuntos de la imagen y la pre-imagen era el mismo. El apartado (c) fue bien resuelto por muchos alumnos, aunque una significativa minoría utilizó funciones que iban de los enteros positivos a valores no enteros y por lo tanto inapropiadas para las condiciones requeridas para la función.

Pregunta 5

Esta pregunta fue, de lejos, la que más difícil les resultó a los alumnos. Muchos pudieron comprobar que ghg^{-1} era de orden uno o dos, aunque casi ningún alumno comprobó también que el orden no era uno, perdiendo así un punto. El apartado (a)(ii) fue resuelto correctamente por unos pocos alumnos que vieron la igualdad entre h y ghg^{-1}. Sin embargo, muchos alumnos se metieron en operaciones algebraicas que no los conducían a ningún lado y no justificaban el otorgamiento de punto alguno. El apartado (b)(i) fue bien resuelto por un número reducido de alumnos que registraron la naturaleza del elemento neutro y del elemento h, que obligaba a que los otros dos elementos fueran de orden cuatro. Sin embargo, el inciso (ii) rara vez fue bien resuelto y aun en esos casos, no fue resuelto sistemáticamente. Es posible que a los alumnos les haya faltado tiempo para explorar el problema a fondo. Un pequeño número de alumnos “adivinó” la respuesta correcta.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Los alumnos necesitan ejercitar la construcción de argumentos matemáticos que comuniquen claramente sus ideas y argumentos.
- Los alumnos deben buscar con cuidado las condiciones dadas en un problema.
- En los problemas que involucran funciones, los alumnos deben tener cuidado con los conjuntos usados para el dominio y el recorrido.
- Los alumnos deben revisar con cuidado la demostración de las condiciones para las relaciones de equivalencia.
- Los alumnos deben ser expuestos a la resolución de problemas que requieren un nivel sofisticado de comunicación matemática.

Prueba 3 – Estadística y probabilidades

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-7	8-14	15-20	21-26	27-33	34-39	40-60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Causó sorpresa que la función de distribución acumulada fuera un área que parece haber resultado difícil para muchos alumnos. Los examinadores tuvieron la impresión de que muchos alumnos solamente llevaban a cabo los procedimientos rutinarios, sin entender realmente cómo abordar situaciones que eran un poco distintas a las conocidas.

Los alumnos no parecen haber estado al tanto de la forma de la distribución de Poisson.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Los alumnos en general mostraron ser competentes en la aplicación de contrastes – tanto el contraste-t como el contraste de chi cuadrado. Mostraron buen uso de la calculadora.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Una pregunta que muchos alumnos resolvieron con éxito. Algunos alumnos no leyeron la pregunta y aplicaron un test de dos colas.

Pregunta 2

En el apartado (a), algunos alumnos pensaban que la distribución geométrica era continua ¡e intentaron integrar la fdp! Otros cometieron el error (menos grave) de tomar límites equivocados en la sumatoria.

Resultó decepcionante que muchos alumnos que habían obtenido un resultado incorrecto en el apartado (a), trasladaron ese resultado incorrecto al apartado (b).

Pregunta 3

Muchos alumnos recogieron unos cuantos puntos en esta pregunta, pero también perdieron algunos por no prestarles atención a los detalles. Hallaron bien la media de los datos, pero a veces obtuvieron un valor equivocado para la varianza. Puede parece un punto menor, pero las hipótesis no deberían incluir el valor de la media estimada. Algunos alumnos no se dieron cuenta de que había que combinar algunas de las columnas.

Pregunta 4

Se dio un tema curioso con el primer cuartil, en el apartado (a): este cuartil coincide con la cuarta parte del rango de la distribución, $\frac{2}{4} = 0,5.$ Lamentablemente, este razonamiento es incorrecto; el razonamiento correcto requiere que se consideren las áreas.

En el apartado (b), muchos alumnos realizaron los cálculos a mano, en lugar de usar la calculadora.

La variable aleatoria Y no se comprendió bien y esto derivó en errores en los cálculos que involucraban Y – 2X.

Pregunta 5

La mayoría de los alumnos pudo completar el apartado (a). El resto de la pregunta requería cierta comprensión de la forma de la distribución y alguna facilidad en el manejo algebraico.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Si bien esta es una opción en la que varios temas requieren la implementación de técnicas rutinarias, también esperamos que los alumnos adquieran alguna comprensión de las aplicaciones reales y de las limitaciones de la estadística.

Los examinadores esperan que los alumnos hayan estudiado todos los temas del programa.