International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS NS

Bandas de calificación de la asignatura

Matemáticas discretas

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 12	13 – 25	26 – 37	38 – 49	50 – 61	62 – 73	74 – 100

Series y ecuaciones diferenciales

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 11	12 – 24	25 – 34	35 – 46	47 – 57	58 – 69	70 – 100

Conjuntos, relaciones y grupos

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 12	13 – 25	26 – 36	37 – 48	49 – 61	62 – 73	74 – 100

Proabilidades y estadística

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 12	13 – 24	25 – 35	36 – 47	48 – 59	60 – 71	72 – 100

Variantes regionales de las pruebas de exámenes

Con el fin de proteger la integridad de los exámenes, se está haciendo cada vez más uso de las variantes regionales de los exámenes. El uso de estas variantes del mismo examen implica que los estudiantes de una región del mundo no siempre estarán rindiendo la misma prueba que los estudiantes de otras regiones. Se aplica un riguroso proceso para poder asegurar que las pruebas son comparables en cuanto a su nivel de dificultad y al contenido que evalúan, y se toman medidas para garantizar la aplicación de los mismos estándares en la evaluación de los exámenes correspondientes a las diferentes versiones de las pruebas. Para la convocatoria de mayo de 2011, el BI ha elaborado variantes regionales de las pruebas de Matemáticas NS.

Evaluación interna

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 6	7 – 13	14 – 18	19 – 23	24 – 29	30 – 34	35 – 40

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

La mayoría de las carpetas elaboradas para esta convocatoria daba cuenta de una cantidad sustancial de trabajo por parte de los alumnos. Los criterios de evaluación fueron, en general, bien entendidos tanto por los profesores como por los alumnos. Sin embargo, una gran cantidad de profesores no ha aportado información acerca de los antecedentes de sus alumnos ni ha entregado esquemas de resolución, que les hubieran dado a los moderadores una comprensión mucho más acabada de su evaluación del trabajo de los alumnos.

The tasks

Casi todas las tareas de la carpeta fueron tomadas de la publicación vigente: “Matemáticas NS – Tareas de la carpeta para utilizar en 2011 y 2012”. Cada una de las cuatro tareas del documento resultó muy popular. Hubo también colegios que entregaron algunas buenas tareas diseñadas por los profesores; sin embargo, un número decepcionante de profesores usó tareas muy antiguas, provenientes de un material de ayuda al profesor caduco, sin haberles hecho modificaciones significativas. Las tareas resultantes no llegaban a cumplir con los requerimientos de los criterios de evaluación vigentes. Se anima a los profesores a preparar sus propias tareas, teniendo en cuenta que deben satisfacer plenamente todos los criterios.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

El desempeño de la mayoría de los estudiantes, en lo que hace al criterio A, fue bueno. Desgraciadamente, sigue habiendo casos de uso de notación de computadora, como por ejemplo, “^” y “E12”, así como casos de notación descuidada que siguen pasando desapercibidos por algunos profesores. Debe evitarse el uso poco cuidado de terminología coloquial.

En muchas muestras, sigue habiendo evidencia de buena comunicación. Muchos alumnos elaboraron trabajos que daba gusto leer: comenzaban con una introducción personal a la tarea y brindaban comentarios, explicaciones y conclusiones para los pasos y los resultados de sus procedimientos. Este tipo de trabajo mereció una puntuación alta en el criterio B. Por otro lado, hubo algunos alumnos cuyo trabajo no era fácil de leer, en particular cuando no había una introducción a la tarea o cuando se le daba un formato de pregunta-respuesta, a pesar de las instrucciones dadas en la introducción de cada tarea. Las gráficas sin rotular y las tablas relegadas al apéndice van en detrimento de una presentación efectiva y deberían haber sido penalizadas por el profesor.

En general, los alumnos elaboraron trabajos buenos y completos, y la evaluación de sus profesores en lo que atañe a los criterios C y D ha sido adecuada. Sin embargo, en algunas tareas de tipo I, los alumnos formaban conjeturas demasiado pronto, sobre la base de “patrones” observados a partir de una cantidad inadecuada de observaciones. En algunos casos, las generalizaciones se habían tomado de fuentes de Internet, dejando muy poco lugar para la exploración y la investigación, componentes esenciales en la tarea de tipo I.

En las tareas de tipo II, las variables deben estar definidas explícitamente. Se espera que los alumnos demuestren algún reconocimiento del significado de los resultados obtenidos mediante el modelo creado, al compararlos con la situación real, y que hayan reflexionado sobre lo observado. El análisis de los datos debe ser cuantificado, y si resultara apropiado aplicar un análisis de regresión, es necesario que el alumno haya explicado el significado de la medida de la bondad de ajuste.

El uso de medios tecnológicos fue considerablemente variado. Las tareas de la publicación vigente contenían muchas oportunidades para que los alumnos extendieran su trabajo mediante el uso de la tecnología: desde gráficas en tres dimensiones y planillas de cálculo dinámicas hasta gráficas interactivas con controles deslizantes (“sliders”). Se otorgó con excesiva generosidad la puntuación máxima al uso *apropiado* pero no necesariamente *eficaz* de la tecnología. El uso de la tecnología debería contribuir al desarrollo de cada tarea, no meramente a su ilustración.

Hubo muchos buenos trabajos; sin embargo, la puntuación máxima en el criterio F requiere no solo la entrega de un trabajo completo y correcto, sino también que haya evidencia de sofisticación matemática, más allá de lo que pedía el enunciado de la tarea.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Se alienta a los profesores a diseñar sus propias tareas; sin embargo, es poco aconsejable modificar una tarea antigua, dada la gran disponibilidad *online* de soluciones modelo a las versiones originales.

El profesor debe estar plenamente al tanto de los criterios de evaluación de la carpeta, a fin de evitar una pérdida significativa de puntos durante la moderación. Cuando hay más de un profesor que participa del curso de NS, un proceso colegiado de “moderación interna” puede ayudar a preservar una buena definición de los criterios.

Reiteramos aquí una preocupación recurrente: se espera que las carpetas seleccionadas para formar parte de la muestra del colegio sean los originales que incluyen las correcciones del profesor, no fotocopias sin correcciones. Se espera que los profesores escriban directamente sobre el trabajo de sus alumnos, no solo para brindarles a ellos una devolución acerca de su rendimiento, sino también para proveer de información a los moderadores. Algunas muestras contenían muy pocos comentarios realizados por el profesor y esto hizo que la moderación se tornara extremadamente difícil, cuando no era posible determinar los fundamentos sobre los cuales el profesor había otorgado determinada puntuación.

Se requiere que cada muestra vaya acompañada de información sobre los antecedentes referidos a cada tarea de la carpeta, ya sea en el Formulario A o a través de comentarios anecdóticos. A la hora de confirmar el nivel de logro otorgado en cada criterio, a los moderadores les resulta muy útil contar con esta información que lamentablemente, a menudo faltaba.

Las carpetas de la muestra deben ir acompañadas de un esquema de resolución de las tareas de la publicación vigente, así como de la de las tareas diseñadas por el profesor, para que los moderadores puedan justificar la precisión del trabajo y apreciar el nivel de sofisticación demostrado por los alumnos.

Prueba 1

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 12	13 – 25	26 – 35	36 – 49	50 – 64	65 – 78	79 – 120

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Los alumnos tuvieron dificultades con probabilidades, números complejos; también para dibujar gráficas y hallar funciones inversas. Además, a un número significativo de alumnos les resultó difícil demostrar resultados dados. A un número significativo de alumnos parece haberles costado distribuir el tiempo entre las secciones A y B. Muchos le dedicaron más tiempo a la sección A y no les alcanzó para la sección B. La simplificación de expresiones factoriales parece haberle causado problemas a una cantidad de alumnos.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Los alumnos parecieron manejar bien las secciones sobre derivación básica, cálculo de áreas y aplicaciones de la geometría de coordenadas a tangentes y normales. Hubo buen manejo de la estructura de la demostración por inducción y la mayoría de los alumnos resolvió bien las preguntas referidas a progresiones y series. La mayoría demostró buena manipulación básica de las expresiones algebraicas.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

En general, los alumnos manejaron bien esta pregunta, aunque algunos igualaron la derivada al valor de la función, en lugar de a cero. La mayoría reconoció la traslación del segundo apartado, aunque algunos trasladaron solo la expresión elevada al cuadrado, y no ambos valores de x.

Pregunta 2

Hubo unos cuantos errores algebraicos en esta pregunta, tanto en el determinante como en la resolución de la ecuación cuadrática. Parece que un número significativo de alumnos no conocía la relación $\det A^2 = (\det A)^2$.

Pregunta 3

La mayoría de los alumnos completó bien esta pregunta. Algunos extendieron la gráfica más allá del dominio dado.

Pregunta 4

Resultó decepcionante ver muchas resoluciones que no presentaban un diagrama. Pero sobre todo, fue evidente la falta de comprensión de la notación AB. Los profesores deben asegurarse de que los alumnos estén al tanto de la notación correcta, tal y como figura en la guía. Muchos utilizaron la regla del coseno, pero luego confundieron el ángulo pedido o los lados.

Pregunta 5

Muchos alumnos pudieron hallar la recíproca, pero a muchos les resultó complicado el segundo apartado. A las gráficas aproximadas les faltaba bastante detalle.

Pregunta 6

La mayoría de los alumnos pudo hallar las expresiones para los dos vectores, aunque algunos no lo pudieron hacer. La mayoría luego intentó utilizar el teorema de Pitágoras y confundió escalares con vectores. Hubo pocas respuestas correctas al segundo apartado. Los alumnos no parecían poder aplicar con soltura el álgebra vectorial.

Pregunta 7

La mayor parte de los alumnos pudo hallar correctamente el área del triángulo AOP. La mayoría pudo luego obtener la expresión para el otro triángulo. En la última parte, pocos vieron la conexión entre el área del sector y la relación.

Pregunta 8

Un número significativo de alumnos no reconoció la necesidad de usar la fórmula cuadrática para hallar la inversa. Aun cuando sí lo hicieron, la mayoría de los alumnos que llegaron hasta este punto no vieron la necesidad de limitar la solución al resultado positivo solamente. Esta pregunta fue bien resuelta por un número muy limitado de alumnos.

Pregunta 9

Hubo dos métodos principales que se aplicaron para completar esta pregunta; el más frecuente fue el de la combinatoria. Los que usaron este método manejaron bien la simplificación factorial. Muchos alumnos que no lograron resolver el primer apartado pudieron completar con éxito el segundo.

Pregunta 10

Esta pregunta fue bien resuelta por muchos estudiantes. Los que no la resolvieron bien a menudo se embarcaron en retorcidos procesos algebraicos que complicaron significativamente las cosas. Había una cantidad de métodos alternativos válidos.

Sección B

Pregunta 11

Toda esta pregunta pareció resultar accesible para una gran proporción de los alumnos.

(a) fue bien resuelto por la mayoría, aunque algunos alumnos dieron solo las coordenadas x de los puntos u omitieron el valor en 0.

(b) fue resuelto con éxito por la mayoría de los alumnos, quienes también hallaron la ecuación de la normal en (c).

La última sección les resultó más difícil a muchos alumnos; el error más común fue tomar como perpendiculares lados que no lo eran. Hubo una cantidad de métodos diferentes aquí, todos los cuales eran potencialmente correctos, pero abundaron los errores.

Pregunta 12

En el apartado (a), la factorización fue, en general, bien resuelta.

El apartado (b) fue bien resuelto por la mayoría, aunque usando un método de sustitución, no el resultado previo. Esto llevaba mucho más tiempo del necesario, pero daba resultado. Una cantidad de alumnos no usaron los resultados previos en el apartado (iii) y por lo tanto, aparentemente, no entendieron el uso de la instrucción "a partir de lo anterior".

(c) Muchos alumnos utilizaron el método de igualar ambos miembros de la ecuación, pero no pudieron demostrar correctamente la conexión. Pocos usaron los resultados previos.

(d) Muchos alumnos intentaron igualar ambos miembros de la ecuación, pero tuvieron dificultades para lograrlo.

Pregunta 13

Un número significativo de alumnos no pareció tener el tiempo necesario para abordar satisfactoriamente esta pregunta.

El apartado (a) fue resuelto bastante bien por la mayoría, pero a algunos les resultó difícil dibujar la gráfica de las funciones; el error más común fue el rotulado deficiente de los ejes.

El apartado (ii) fue bien resuelto por la mayoría; el error más común fue dividir por sen x y omitir, por consiguiente, el valor $x = 0$. Muchos hallaron este valor a partir de la gráfica y corrigieron este error en su solución final.

El último apartado fue bien resuelto por muchos alumnos.

A muchos alumnos, el apartado (b) les resultó complicado. Pocos pudieron reemplazar correctamente la expresión dx y muchos ni siquiera parecían reconocer la necesidad de considerar este término. Los que sí, tendían a poder hallar correctamente la integral. La mayoría vio la necesidad de usar la expresión para el ángulo doble, aunque muchos no cambiaron correctamente los límites.

Pocos alumnos abordaron el apartado (c). Los que sí llegaron hasta este punto dibujaron bien la gráfica y pudieron explicar la relación dada. Entre los que respondieron esta pregunta, muchos pudieron llegar al resultado, aunque algunos cometieron errores en la función inversa. En términos generales, los que llegaron hasta aquí tuvieron buen rendimiento.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Subrayar la diferencia entre "compruebe que", "demuestre" e "ilustre". Los estudiantes deben ser capaces de mostrar rigor en su trabajo.
- Hacer énfasis en las conexiones entre los apartados de las preguntas, para que los alumnos busquen estas conexiones y no intenten llegar a los resultados simplemente por sustituciones algebraicas, sino que busquen otras maneras de encontrar relaciones.

- Subrayar la necesidad de leer críticamente y de determinar qué es lo que requiere la resolución a determinada pregunta.
- Hacer foco en la notación y la terminología requeridas, para que los estudiantes entiendan lo que se pide en determinada pregunta.
- Los estudiantes deben distribuir equilibradamente el tiempo que les dedican a las diferentes preguntas y secciones de la prueba.
- Las resoluciones deberían presentarse de manera clara y lógica, preferentemente con cada pregunta en una página nueva.

Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 12	13 – 25	26 – 39	40 – 54	55 – 69	70 – 84	85 – 120

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Resultó sorprendente que, en una prueba en la que se requiere el uso de la calculadora en las preguntas en las que sea relevante, sigan siendo un problema el redondeo prematuro y el requerimiento genérico referido a las 3 cifras significativas, que derivaron en una pérdida de puntos innecesaria.

Las aplicaciones de análisis: cinemática; preguntas contextuales referidas a las razones de cambio conectadas.

La comunicación y organización de métodos y resultados.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Se vio buen rendimiento en todas las áreas del programa. Esta competencia se vio en: cálculo básico, hasta la integración por partes; trigonometría, incluyendo las identidades; logaritmos; probabilidades/estadística; vectores en 3 dimensiones.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Esta era una pregunta fácil, como para el comienzo, y la mayoría de los alumnos obtuvo la puntuación máxima. Otros perdieron puntos debido al redondeo prematuro o por el uso incorrecto de la medida en radianes.

Pregunta 2

Esta pregunta fue bien resuelta por la mayoría de los alumnos. Unos pocos no se dieron cuenta de que la respuesta tenía que ser un entero.

Pregunta 3

El apartado (a) fue, en general, bien resuelto. A algunos alumnos se les aplicó la penalización por aproximación incorrecta, por dar su respuesta con más de 3 c.s. Un número menor no pudo derivar correctamente la función exponencial. El apartado (b) no fue tan bien resuelto: muchos alumnos no pensaron con claridad acerca de la posición y la dirección asociadas con las condiciones iniciales.

Pregunta 4

El apartado (a) fue bien resuelto; los alumnos hicieron buen uso de las identidades trigonométricas. En el apartado (b) fue poco frecuente que se obtuviera punto alguno. La identidad $\det(AB) = \det(A)\ \det(B)$ no parece ser muy conocida –está claramente incluida en la parte troncal del programa de NS.

Pregunta 5

Esta pregunta fue, en general, bien resuelta, salvo por el comportamiento cerca del origen. La pregunta avisaba a los alumnos acerca de la existencia de cuatro puntos críticos y una asíntota oblicua, pero no todos dieron esta información en sus respuestas.

Pregunta 6

El apartado (a) fue resuelto correctamente por prácticamente todos, aunque en algunos casos se aplicó la penalización por aproximación incorrecta. En (b), en general, los alumnos reconocieron que la distribución era binomial, pero algunos titubearon respecto del valor correcto del parámetro *p*. El apartado (c) fue bien resuelto, a veces, pero sin demasiada confianza.

Pregunta 7

En el apartado (a), casi todos los alumnos obtuvieron la respuesta correcta, ya sea en forma numérica o exacta. Aunque muchos alumnos obtuvieron un punto en (b), por dar una pendiente, pocos lograron más que esto. Casi todos los alumnos que sí lo resolvieron bien adoptaron un método vectorial para hallar el ángulo entre las dos tangentes, en lugar de usar un método trigonométrico.

Pregunta 8

Fue gratificante ver algunas resoluciones muy ingeniosas a esta pregunta. Hubo varias razones para los intentos menos exitosos: no dibujar un diagrama; dibujar un diagrama, pero ubicar un vértice del triángulo en el centro del círculo; dibujar el círculo adentro del triángulo; rotular el lado del triángulo con una r, símbolo utilizado en el enunciado para el radio del círculo.

Pregunta 9

Las preguntas de este tipo a menudo se prestan a la aplicación de diversos métodos, pero la mayoría de las resoluciones completas requiere la aplicación de “tasas de cambio conectadas”. Si bien la mayoría de los alumnos se dio cuenta de esto, el porcentaje de intentos exitosos fue bajo. Esto se tornó particularmente evidente en métodos que incorporaban funciones trigonométricas. Algunos alumnos supusieron que la velocidad era constante –esto les aportó algunos pocos puntos. Se debería alentar a los alumnos a indicar qué representan los símbolos que usan.

Pregunta 10

Muchos alumnos pudieron realizar la derivación implícita. Pocos obtuvieron algún punto después de este paso.

Pregunta 11

Esta era una pregunta de varias partes, que fue bien resuelta por muchos alumnos. Las respuestas incorrectas al apartado (a) se debieron, principalmente, a que no se había dibujado un diagrama. Muchos alumnos se vieron beneficiados por la aplicación del criterio de arrastre de error (“follow through”). Un gran porcentaje de alumnos perdió el punto del apartado (e), por no escribir su respuesta como ecuación, en la forma $r = \ldots$.

Pregunta 12

La mayoría de los alumnos resolvió con éxito los apartados (a) y (b). Aunque muchos hallaron la respuesta correcta al (c), la comunicación de su razonamiento fue pobre. Lo mismo sucedió en (d)(i). Las respuestas a (d)(ii) fueron, en su mayoría, superficiales y desorganizadas, y rara vez merecieron punto alguno.

Pregunta 13

Parte A: Dado que esta pregunta corresponde al grupo de demostraciones por inducción que se pueden clasificar como fáciles, resultó decepcionante que tantos alumnos no pudieran obtener la puntuación máxima. El caso $n = 1$, en general, fue bien abordado. El quid del método es que se basa en la lógica, por lo que “sea n = k” o “tomemos n = k”, en lugar de “supongamos que ... es verdadero para n = k”, no reciben ningún punto. Los pasos algebraicos deben ser más convincentes de lo que algunos alumnos pudieron mostrar. Fue muy sorprendente que, con tanta frecuencia, el punto R1 correspondiente a la afirmación final no fuera otorgado.

Parte B: El apartado (a) fue a menudo bien resuelto, aunque algunos alumnos trastabillaron después de la primera integración. El apartado (b) también fue bien resuelto, en general, aunque hubo algunos errores en la constante de integración. En (c), muchas veces se intentó dibujar la gráfica, pero los errores cometidos en (b), en general, derivaban en dibujos manifiestamente incorrectos. Muchos intentaron hallar el volumen de integración y algunos llegaron al valor correcto.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Se perdieron muchos puntos porque los alumnos, o bien no conocen, o bien hacen caso omiso del grado de aproximación pedido.

Los alumnos deben leer las preguntas y responder adecuadamente. Esto fue un problema particularmente en la pregunta 5, en la que algunos alumnos no comunicaron claramente lo que sabían.

Prueba 3 – Matemáticas discretas

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 13	14 – 26	27 – 37	38 – 51	52 – 66	67 – 80	81 – 120

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Algunos alumnos parecían no estar familiarizados con los métodos para determinar si un número es primo o no.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos mostraron seguridad en el uso del algoritmo euclidiano y en la resolución de ecuaciones diofánticas.

Los alumnos pueden, generalmente, resolver problemas sencillos relacionados con grafos.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Esta pregunta fue bien resuelta en general, aunque algunos alumnos no pudieron pasar de la solución particular de la ecuación diofántica a la solución general.

Pregunta 2

Esta pregunta fue bien resuelta, en general, aunque algunos alumnos no se dieron cuenta de la relevancia de la igualdad de los límites inferior y superior.

Pregunta 3

El apartado (a) fue, en general, bien resuelto. En (b), muchos alumnos verificaron el resultado para $n=1$ en lugar de para $n=0$. Se ha sugerido que esto se debió a un malentendido con respecto al símbolo N y que algunos alumnos pensaban que denota a los enteros positivos. Es importante que los alumnos estén familiarizados con la notación del BI, en la que N denota a los enteros positivos y el cero. En algunos exámenes, la presentación de la demostración por inducción fue pobre.

Pregunta 4

Los apartados (a) y (b) fueron bien resueltos por muchos alumnos. En (c), los alumnos que trataron de probar el resultado mediante el agregado de aristas al dibujo de G no obtuvieron punto alguno. Los alumnos deberían saber que el uso de la palabra “pruebe” indica que se requiere un tratamiento formal. Las resoluciones de (d) fueron a menudo decepcionantes, aunque aquí sí se aceptó una solución gráfica.

Pregunta 5

En (a), algunos alumnos intentaron usar el pequeño teorema de Fermat para determinar si 1189 es primo o no, pero este método no siempre funciona y, de todos modos, la cantidad de cálculos que requiere puede ser excesiva. Por esta razón, se recomienda enfáticamente no usar este método en la resolución de exámenes. En (b), quedó claro que los alumnos que habían visto este material lo pudieron resolver con éxito y que aquellos que no habían visto previamente este resultado, en general, no pudieron seguir adelante.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Los alumnos deberían estar familiarizados con la notación utilizada para determinados conjuntos en exámenes del BI. Por ejemplo, N representa al conjunto de los enteros positivos y el cero.

Prueba 3 – Series y ecuaciones diferenciales

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 7	8 – 15	16 – 20	21 – 25	26 – 29	30 – 34	35 – 60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

A pesar de tratarse de un tema del programa troncal, algunos alumnos no pudieron aplicar bien la integración por partes, especialmente cuando se requiere su iteración.

En términos más generales, los alumnos que se preparan para esta opción necesitan tener un conocimiento exhaustivo del contenido de análisis del tronco común del programa.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos sabe usar el método de Euler para resolver ecuaciones diferenciales.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

En (a), en general, los alumnos que hallaron la serie mediante derivaciones sucesivas lo hicieron con éxito; el error más común fue afirmar que la derivada de $\ln(1+e^x)$ es $(1+e^x)^{-1}$. Algunos alumnos tomaron como sabidas las series de $\ln(1+x)$ y e^x e intentaron combinarlas. Esto fue aceptado como método alternativo, pero los alumnos que lo usaron a menudo no pudieron hallar la serie pedida. En (b), los alumnos se dividieron en partes iguales entre los que usaron la serie y los que usaron la regla de l'Hopital para hallar el límite. Ambos métodos resultaron bastante eficaces, pero algunos alumnos se olvidaron de que si se usaba una serie, debía haber un reconocimiento de que no se trataba de una serie finita.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos estaba familiarizada con el método de Euler. La manera más común de perder puntos fue o bien aproximar anticipadamente los resultados intermedios o bien simplemente cometer errores aritméticos. A muchos alumnos se les aplicó la penalización por aproximación incorrecta, por no dar su respuesta con tres cifras significativas. Pocos alumnos pudieron resolver (b) correctamente: la mayoría creía, equivocadamente, que la longitud del paso era un factor relevante.

Pregunta 3

La mayoría de los alumnos identificó esta ecuación diferencial como una en la que resultaría útil la sustitución $y = vx$ y muchos llegaron hasta la etapa de separar las variables. Sin embargo, la integración de $\dfrac{1}{v^2 + 2v + 2}$ estuvo más allá de la capacidad de muchos alumnos, que no se dieron cuenta de que si completaban el cuadrado llegarían a una integral de arctg. Esto resalta la importancia de que los alumnos tengan completo dominio del contenido de análisis del tronco común del programa, si están estudiando esta opción.

Pregunta 4

El apartado (a) es, esencialmente, un ejercicio basado en el tronco común del programa, que requiere la repetición de la integración por partes, y muchos alumnos se dieron cuenta de esto. Sin embargo, algunos alumnos dejaron los símbolos de módulo en I_0, lo cual invalidó sus respuestas. En los apartados (b) y (c) quedó claro que muy pocos alumnos comprendían plenamente el significado del símbolo de módulo y las condiciones necesarias para poder dejarlo de lado. En términos generales, las resoluciones de (b) y (c) fueron decepcionantes y hubo pocas respuestas correctas.

Pregunta 5

Las resoluciones de (a) fueron, en general, buenas, aunque algunos alumnos no llegaron a la conclusión correcta por aplicación apropiada del criterio de D'Alembert. Las resoluciones de (b) y (c), sin embargo, fueron, en general, decepcionantes: muchos alumnos no supieron hacer uso de las indicaciones orientadoras que daba el enunciado de la pregunta. Los alumnos que no pudieron resolver (b) y (c) muchas veces obtuvieron puntos en (d).

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

En esta opción, es de esperar que las preguntas requieran competencia en la manipulación algebraica y el cálculo, y los alumnos deben demostrar idoneidad en estas áreas.

Se debe procurar que los alumnos estén al tanto de la regla que establece que las respuestas deben darse o en forma exacta o con una aproximación de tres cifras significativas. A muchos de los alumnos que rinden esta opción se les aplica la penalización por no respetarla.

Prueba 3 – Conjuntos, relaciones y grupos

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7

Puntuaciones:	0 – 9	10 – 18	19 – 26	27 – 33	34 – 39	40 – 46	47 – 60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Aunque los alumnos, en general, parecen saber demostrar que una relación es una relación de equivalencia, a muchos les resulto difícil determinar las clases de equivalencia.

El isomorfismo sigue siendo un tema difícil para muchos alumnos.

Algunos alumnos parecen no saber demostrar que una función de dos variables es biyectiva.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos demuestra seguridad en el manejo de grupos finitos específicos.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Los apartados (a) y (b) fueron bien resueltos, en general. Algunos alumnos, sin embargo, al considerar la ley de cierre y la asociatividad, simplemente escribieron “cerrado” y “asociatividad”, sin una justificación. Acá se esperaba que los alumnos hicieran referencia a la tabla de Cayley para justificar el cierre y que afirmaran que la multiplicación es asociativa, para justificar la asociatividad. En (c), algunos alumnos intentaron demostrar el resultado dado sin identificar, de hecho, los elementos de T. Este método resultó, invariablemente, infructuoso.

Pregunta 2

Resultó decepcionante ver que muchos alumnos escribían mal los elementos de A y B. Los errores más comunes fueron la inclusión de 1 como número primo y la omisión de 3 en B. Se ha sugerido que para algunos alumnos, N denota a los enteros positivos. Si esto es así, entonces es importante subrayar que en la notación del BI, N denota a los enteros positivos y el cero, y que todos los alumnos del BI deben estar al tanto de esto. La mayoría de los alumnos resolvió los demás apartados de la pregunta correctamente y el criterio de arrastre de error (“follow through”) permitió que los alumnos cuyas respuestas a A y/o B eran incorrectas no sufrieran penalizaciones adicionales.

Pregunta 3

Muchos alumnos resolvieron bien (a), pero las resoluciones de (b) fueron, en general, pobres. La mayoría de los alumnos parecía no comprender por completo el concepto de clases de equivalencia y no conocían ningún método sistemático para hallar las clases de equivalencia. Si todo lo demás falla, se puede usar un método de ensayo y error. Aquí, comenzando con 1, se puede ver fácilmente que 4, 6, ... pertenecen a la misma clase, y así establecer el patrón.

Pregunta 4

En general, los alumnos que sabían que debían dar una demostración rigurosa de que f era inyectiva y sobreyectiva lo hicieron con éxito, si bien muchas veces faltó la formalidad que requiere este tipo de demostración. Algunos alumnos, sin embargo, intentaron infructuosamente dar una explicación verbal o incluso usar una versión bidimensional del criterio de la recta horizontal. En dos dimensiones, el único método confiable para demostrar que una función f es inyectiva es demostrar que $f(a,b) = f(c,d) \Rightarrow (a,b) = (c,d)$..

Pregunta 5

Las resoluciones de (a) fueron, a menudo, pobres y se vieron muchas explicaciones inadecuadas. No fue infrecuente ver $pq = pr$

$$p^{-1}pq = p^{-1}pr$$

$$q = r$$

sin mención alguna de la asociatividad. Muchos alumnos entendieron lo que se pedía en (b)(i), pero las resoluciones de (b)(ii) fueron muchas veces pobres y las tablas contenían elementos tales como ab y bc, sin simplificar. En (b)(iii), se pretendía que los alumnos determinaran el isomorfismo a partir de la observación de que el grupo definido por $\{1, -1, i, -i\}$ para la multiplicación es cíclico o que -1 es el único elemento que es su propio simétrico, aparte del elemento neutro, sin necesariamente desarrollar por completo la tabla de Cayley, como hicieron muchos. Muchos alumnos simplemente dijeron que existía una biyección entre los dos grupos, sin dar ninguna justificación para su afirmación.

Prueba 3 – Estadísticas y probabilidades

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 – 8	9 – 16	17 – 22	23 – 29	30 – 35	36 – 42	43 – 60

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Muchos alumnos no perciben la diferencia entre nX y $\sum_{i=1}^{n} X_i$. La situación se ve agravada por el hecho de que algunos alumnos escriben lo primero para indicar lo último.

A muchos alumnos se les aplicó una penalización por no dar resultados numéricos con una aproximación de tres cifras significativas.

Los alumnos deberían saber que las preguntas de esta prueba pueden evaluar temas matemáticos del programa troncal, incluyendo análisis.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos son extremadamente competentes en el uso de la calculadora para resolver problemas relacionados con la inferencia estadística. La única excepción, en el caso de muchos alumnos, es la determinación del valor de una estimación sin sesgo de la varianza, que en general no se obtiene directamente, sino elevando al cuadrado la desviación típica apropiada.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Como era de esperarse, (a) fue bien resuelto por muchos alumnos, aunque se les aplicó la sanción por aproximación incorrecta a aquellos que dieron 0,6915 –tomado directamente de la tabla. Los apartados (b) y (c), sin embargo, no fueron tan bien resueltos; los errores en el cálculo de la varianza fueron la fuente más común de resultados incorrectos. En particular, algunos alumnos todavía tienen dudas acerca de la diferencia entre nX y $\sum_{i=1}^{n} X_i$.

Pregunta 2

En general, esta pregunta fue bien resuelta. Algunos alumnos perdieron puntos por redondeo excesivo de las frecuencias esperadas, que llegó a veces a la aproximación al entero más próximo. Aquí, los alumnos deberían haber dado todas las frecuencias esperadas como valores exactos.

Pregunta 3

En (a), la mayoría de los alumnos dio una estimación correcta para la media, pero la estimación de la varianza a menudo fue incorrecta. Algunos alumnos que usan la calculadora parecen no saber obtener la estimación sin sesgo de la varianza, a partir de los números en la pantalla. Lo que se debe hacer, por supuesto, es darse cuenta de que la mayor de las dos 'desviaciones típicas' que se observan es la raíz cuadrada de la estimación sin sesgo, por lo que su cuadrado da el resultado pedido. En (b), la mayoría de los alumnos se dio cuenta de que debía usar la distribución t, aunque muchos sufrieron la penalización por aproximación incorrecta, por dar t = 2,911 o el valor crítico = 2,821 . Algunos alumnos que usaron el método del parámetro *p* para llegar a la conclusión perdieron un punto por omitir el valor crítico. A muchos alumnos les resultó difícil el apartado (c) y, aunque pudieron obtener *t* = 2.49…, no pudieron continuar y obtener el intervalo de confianza.

Pregunta 4

Las resoluciones de esta pregunta fueron, muchas veces, decepcionantes; muchos alumnos no sabían lo que había que hacer. Aun los alumnos que sí sabían qué hacer a veces cometían errores en el cálculo de las probabilidades, muchas veces por malinterpretar los signos de las desigualdades. Los alumnos que utilizaron el teorema del valor central para calcular las probabilidades recibieron solo parte de los puntos, porque las respuestas obtenidas eran aproximaciones y no valores exactos.

Pregunta 5

En general, los alumnos pudieron comenzar esta pregunta, pero se vieron muy pocas resoluciones completamente correctas. La mayoría de los alumnos pudo escribir la función de probabilidades, pero el proceso de aplicar logaritmos a menudo resultó poco convincente. La inmensa mayoría de los alumnos dio un dominio incorrecto para *f*; el error más común fue $x \geq 3$. La mayoría de los alumnos no se dio cuenta de que para hallar la solución de (b), había que igualar el miembro derecho de la ecuación dada a cero. Muchos de los alumnos que obtuvieron el resultado correcto, 6,195…, luego lo aproximaron a 6, sin darse cuenta de que había que verificar tanto 6 como 7 para ver cuál generaba la probabilidad mayor.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Se debe procurar que los alumnos estén al tanto de la regla que establece que las respuestas deben darse o en forma exacta o con una aproximación de tres cifras significativas. A muchos de los alumnos que rinden esta opción se les aplica la penalización por no respetarla.
- Los alumnos deben saber que las preguntas de esta prueba pueden requerir el uso de temas del tronco común del programa, incluyendo análisis.
- Los alumnos deben estudiar el contenido de todo el programa y estar preparados para responder preguntas sobre cualquiera de las distribuciones dadas en el programa.