MATEMÁTICAS NS

Bandas de calificación de la asignatura

Nivel superior

Nota final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-16	17-33	34-44	45-56	57-68	69-80	81-100

Nivel Superior - Evaluación interna

Bandas de calificación del componente

Nota final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-6	7-13	14-18	19-23	24-29	30-34	35-40

Se presentaron muchas carpetas de buen nivel en esta primera convocatoria del nuevo programa. Los cambios en los criterios de evaluación fueron significativos, y sin embargo parece que han sido bien comprendidos por la mayoría de los profesores y sus alumnos. Los moderadores han hecho una serie de observaciones que se resumen a continuación:

Las tareas en el programa nuevo:

La mayoría de las tareas de las carpetas fueron tomadas del material de ayuda al profesor para Matemáticas NS. Desafortunadamente, en los casos en los que se tomaron tareas del material de ayuda al profesor correspondiente al programa anterior, éstas no satisficieron los nuevos criterios de evaluación. A menos que se las modifique sustancialmente, no es conveniente utilizar estas tareas anteriores. Algunos ejemplos de tareas deficientes en contenido incluyeron investigaciones (tipo I) que eran incompatibles con el uso de tecnología y tareas de utilización de modelos matemáticos (tipo II) en las que el modelo no había sido creado por el alumno como requieren los nuevos criterios, sino que venía dado a los alumnos como parte de la tarea.

Las tareas de “Resolución de problemas cerrados extensos” (antiguo tipo II) fueron eliminadas de la estructura de la nueva evaluación interna. Este tipo de tareas tomadas del antiguo material de ayuda al profesor y presentadas en sesiones futuras podrán ser susceptibles de recibir una penalización por incumplimiento, además de una significativa pérdida de puntos en los criterios C y D, dado que no satisfarán los nuevos niveles de logro.

Aclaraciones acerca de los criterios y notas a los moderadores:

A continuación se presentan para la consideración de todos los profesores, las notas acerca de los criterios dirigidas a los moderadores luego de finalizada la reunión de estandarización de abril.

Criterio A: uso de la notación y de la terminología

Es probable que las tareas sean asignadas a los alumnos antes de que éstos conozcan la notación y/o la terminología que debe utilizarse. Por lo tanto la idea clave detrás de este criterio es la de evaluar cuán bien el uso de terminología de los alumnos describe el contexto.

Los profesores deberían proveer un marco adecuado de referencia y de conocimientos en forma de apuntes, en el momento en que se asigna la tarea.

Se requiere notación matemática correcta, pero ésta puede ir acompañada de notación de calculadora, especialmente cuando los alumnos están afianzando su uso de la tecnología.

Este criterio apunta al uso adecuado de símbolos matemáticos (por ejemplo “$\approx$” en lugar de “$=$” y notación vectorial correcta).

El utilizar un procesador de texto para presentar el trabajo no mejora el nivel de logro de este criterio, ni el del criterio B.

Si el procesador de texto utilizado no provee los símbolos matemáticos necesarios, los alumnos deberían escribirlos a mano. No debería utilizarse notación propia de calculadora o de computador. No deberían utilizarse notaciones tales como x ^ 2 o ABS(x), cuyo uso será penalizado. Una falta aislada no excluiría la posibilidad de asignar el nivel 2.

La terminología puede depender de la tarea. En el caso de tareas de tipo I (investigación), la terminología puede incluir términos creados por el candidato (por ejemplo “deslizamiento”, “corrimiento”), siempre que estos términos transmitan razonablemente bien el concepto matemático.

Criterio B: Comunicación

Este criterio también evalúa la coherencia del trabajo. El trabajo puede lograr una buena puntuación si el lector no necesita consultar el enunciado de la consigna de la tarea. Dicho de otra manera, si la tarea puede ser corregida independientemente.

El alumno que sólo escribe cálculos matemáticos sin explicación no podrá lograr el nivel 2.

Las gráficas, las tablas y los diagramas deberían de acompañar el trabajo en el lugar adecuado y no ir adjuntos al final del documento. Las gráficas deben estar correctamente rotuladas y deben estar prolijamente dibujadas en papel milimetrado. Son aceptables las gráficas generadas por un computador o como producto de la captura de una pantalla de la calculadora, siempre que estén correctamente rotuladas, aunque sea a mano. El uso de un código de colores que identifique las gráficas puede añadir a la claridad en la comunicación.

Si mientras lee el trabajo de un candidato, el profesor debe detenerse para poder dilucidar de dónde ha salido o cómo se ha llegado a determinado resultado (“¡Epa! Y esto, ¡¿de dónde salió?!”), esto en general indica alguna falla en la comunicación.

La impresión de un archivo de computador o de una pantalla de calculadora puede precisar algún tipo de aclaración. Las gráficas generadas por una calculadora o un computador deben presentar las variables y los rótulos adecuados a la tarea. Puede ser necesario agregar rótulos escritos a mano a las capturas de pantallas o a las impresiones si el software utilizado no permite personalizarlos.

Un solo defecto no excluiría la posibilidad de otorgar un nivel 3.

Criterio C: procedimientos matemáticos

Tipo I – investigación matemática: búsqueda de modelos

Los alumnos sólo podrán lograr un nivel 3 si la cantidad de datos generados es suficiente como para justificar un análisis.

Se trata del proceso de obtener la proposición. El alumno obtiene un 4 si todo está listo para llegar a la proposición. La exactitud de la proposición se evalúa en D.

Si un alumno demuestra la proposición correcta, no es necesario que investigue más casos para poder otorgar el nivel 5.

Tipo II – utilización de modelos matemáticos: desarrollo de un modelo

En el nivel de logro 5, la aplicación del modelo a otras situaciones puede incluir, por ejemplo, un cambio de parámetros o más datos.

Se considera aceptable cualquier forma que tome la definición de variables, parámetros y restricciones (informal / implícita), (por ejemplo, rotular una gráfica o una tabla, anotar el dominio y el recorrido).

Criterio D: resultados

Tipo I – investigación matemática: generalización

Un alumno que elabora una demostración formal correcta de la proposición general que no tiene en cuenta su alcance y sus limitaciones lograría el nivel 4.

Es importante notar la diferencia entre "*una* (es decir, cualquier) proposición general" en el nivel 2 y "*la* proposición general" en el nivel 3.

Tipo II – utilización de modelos matemáticos: interpretación

"Nivel de precisión adecuado" significa adecuado en el contexto de la tarea.

Criterio E: uso de medios tecnológicos

El énfasis en este criterio se halla en la contribución de la tecnología al desarrollo matemático de la tarea, más que a su presentación y/o comunicación.

El nivel de tecnología en calculadoras y computadores varía de colegio en colegio. Por lo tanto los profesores deben consignar el nivel de tecnología con el que cuentan sus alumnos. Si bien no se requiere la evidencia de una copia impresa, se precisa alguna afirmación (ya sea del profesor o del alumno) que confirme el uso adecuado de tecnología.

El uso de un computador o de una calculadora de pantalla gráfica para generar tablas o gráficas puede no contribuir significativamente al desarrollo de la tarea, y por lo tanto puede no merecer más que un nivel 1.

Criterio F: calidad del trabajo

Los alumnos que satisfacen todos los requerimientos correctamente logran el nivel 1. Para lograr el nivel 2, el trabajo del alumno debe mostrar precisión, percepción y un nivel sofisticado de comprensión matemática.

Se deberá otorgar el nivel 2 solamente si el trabajo presentado excede las expectativas comunes. El profesor se tomará un momento para admirar la calidad de este tipo de trabajo ("Wow! ¡Eso sí que es impresionante!").

Solamente una respuesta totalmente inadecuada recibiría 0.

Rendimiento alcanzado por los alumnos en cada uno de los criterios

En general los alumnos mostraron buen rendimiento en el criterio A. El uso de notación de computador fue muy limitado. La terminología correcta debería incluir el uso de vocabulario matemático correcto, tal como "reemplazar" en lugar de "meter".

Algunos alumnos presentaron excelentes modelos de escritura técnica. Por otro lado, otros se han limitado a mostrar los pasos de las soluciones de los problemas, resultando sus trabajos severamente deficientes en cuanto a explicaciones y conexiones tanto dentro de las distintas partes de las tareas como entre las mismas. Para alcanzar las expectativas del criterio B, los alumnos deberían recibir instrucciones explícitas acerca de cómo estructurar y presentar trabajos más pulidos.

En los criterios C y D, los alumnos han mostrado buen rendimiento, pero las evaluaciones hechas por sus profesores han sido notablemente indulgentes. En las tareas de tipo I, frecuentemente no se ha generado suficiente cantidad de datos como para justificar la formulación de una conjetura. En casos en los que se generaron varias proposiciones generales intermedias, no siempre se vio evidencia de la demostración de *la* proposición general que justificara el otorgamiento de la puntuación máxima. En las tareas de tipo II, el enunciado de las variables, frecuentemente ha sido implícita, pero debería de ser explícita, tal vez estableciendo: "Sea …". Es preciso dar alguna indicación de la comprensión del significado de los resultados obtenidos en función del modelo cuando se lo compara con la situación real, pero fueron pocos los alumnos que intentaron analizar sus hallazgos.

El nivel de logro alcanzado en el criterio E fue bastante variado. El limitado alcance de algunas de las tareas propuestas no permitió desarrollar plenamente el potencial de una calculadora de pantalla gráfica o de un programa de computador. Se otorgó con demasiada generosidad la puntuación máxima por un uso *apropiado* pero no necesariamente eficaz de la tecnología, por ejemplo, por la inclusión de una única gráfica generada en la calculadora. Se debería disuadir al alumno de incluir las secuencias de teclas utilizadas en la calculadora de pantalla gráfica – son innecesarias e injustificadas.

Se observaron muchos ejemplos de buenos trabajos; sin embargo, el otorgamiento de la puntuación máxima en el criterio F requiere más que la entrega de un trabajo completo y correcto, como se señala en las aclaraciones presentadas anteriormente.

Sugerencias y recomendaciones para la enseñanza de alumnos futuros

Los profesores deberían elegir tareas que provean a los alumnos de una variedad de actividades matemáticas adecuadas para el nivel superior. Las tareas tomadas del material de ayuda al profesor de Matemáticas NM no cumplen con los requerimientos del NS ya que en general no ofrecen la posibilidad de acceder al rango completo de notas en cada criterio del NS.

Se espera que los profesores escriban directamente sobre el trabajo de sus alumnos no sólo para brindarles una devolución acerca de su rendimiento sino también para proveer de información a los moderadores. Algunas muestras contenían muy pocos comentarios realizados por el profesor.

En la muestra deberá enviarse el trabajo original del alumno, ya que los comentarios del profesor muchas veces se tornan ilegibles en las fotocopias. La moderación se tornó extremadamente difícil en los casos en los que no fue posible determinar las razones en las cuales se basó el profesor para otorgar determinada puntuación.

A la hora de confirmar el nivel de logro otorgado en cada criterio, a los moderadores les resulta muy útil contar con información referida al contexto en el que se propuso cada tarea de la carpeta. Cada muestra debe ir acompañada de esta información.

Nivel Superior Prueba 1

Bandas de calificación del componente

Nota final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-20	21-40	41-52	53-67	68-82	83-97	98-120

Áreas del programa y del examen que parecen haber resultado difíciles para los estudiantes

No se tuvo en cuenta el caso ambiguo del teorema del seno, a pesar de que la pregunta aclaraba en negrita que se pedía el ángulo obtuso. La mayoría de los alumnos no tenía idea de cómo realizar la traslación de una función. No hubo buena comprensión del uso del valor absoluto en una ecuación. La aplicación de la regla de la cadena fue poco satisfactoria y la búsqueda de soluciones exactas de ecuaciones trigonométricas resultó pobre. El álgebra necesaria para contestar la pregunta 17, si el alumno utilizaba el Método 2 (como hizo la mayoría), resultó demasiado compleja para la mayoría. El procedimiento estaba lleno de errores algebraicos. No hubo buena comprensión del concepto de permutaciones, siendo ésta la pregunta en la que se obtuvo menor cantidad de puntos.

Áreas del programa o del examen en que los estudiantes demostraron estar bien preparados

En general hubo buen uso de la calculadora de pantalla gráfica en este examen, con evidencia de buen criterio para decidir cuándo constituía una buena estrategia utilizarla. En esta prueba se comprobó la habilidad para graficar en la pregunta 15 y en la pregunta 20. Sin embargo, hubo una buena cantidad de alumnos que tuvieron dificultad para trabajar con los gráficos indefinidos en la pregunta 20. Muchos alumnos manejaron bien la derivada de una función implícita y las distribuciones de Poisson, aunque no supieron resolver correctamente la probabilidad condicional.

Puntos fuertes y débiles de los estudiantes al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

Esta pregunta fue correctamente respondida por la mayoría de los alumnos. Algunos cometieron errores algebraicos producto del descuido y un puñado parece haber empleado el método de ensayo y error, ya que no mostraron ningún desarrollo, aparte del listado de los términos de la secuencia y el valor pedido de d.

Pregunta 2

Aunque la inmensa mayoría de los alumnos llegó a la forma módulo-argumental correcta, relativamente pocos pudieron obtener la respuesta correcta al apartado (b). La mayor parte de las respuestas incorrectas incluyeron intentos de desarrollar el producto de z_1 y z_2, igualar el producto a 2 y luego tratar de deducir el valor de r.

Pregunta 3

Un número notable de alumnos ni siquiera contestó esta pregunta; frecuentemente ni un solo alumno del colegio la había contestado, dando muestras claras de que no se les había enseñado el tema. Algunos alumnos hasta escribieron notas sugiriendo que el tema no está en el programa. Otros evidentemente sabían que debían reemplazar x pero algunos reemplazaron x por $x+2$ y/o sumaron 1. Otros, correctamente, abordaron el problema completando el cuadrado y luego trasladando el vértice para hallar la nueva función.

Pregunta 4

Esta pregunta no fue correctamente respondida por la mayoría de los alumnos. La mayoría automáticamente asoció ‘tangente’ con ‘derivada’, halló $f'(x)$ pero luego no pudo proseguir más allá de esto. Pocos recurrieron al método más directo del discriminante.

Pregunta 5

La mayoría de los alumnos pudo contestar satisfactoriamente esta pregunta. Algunas de las respuestas incorrectas provinieron de alumnos que no aplicaron el teorema del resto e intentaron resolver las divisiones de polinomios, obtener expresiones para el resto e igualarlos a 0 – el álgebra necesaria en este método condujo a muchos a resultados incorrectos.

Pregunta 6

Hubo algunos problemas, aunque no muchos, con las frecuencias. Algunos alumnos no demostraron estar utilizando los valores medios en el cálculo de la media.

Pregunta 7

El error más frecuente fue el hacer caso omiso del hecho de que se pedía el valor del ángulo obtuso. Muy pocos la abordaron a través del Método 2, que utiliza el teorema del coseno.

Pregunta 8

Muchos alumnos lograron la puntuación máxima en esta pregunta. La excepción la constituyeron los que perdieron el primer A1. Fue también una de las preguntas en las que algunos candidatos perdieron puntos por no mostrar el procedimiento.

Pregunta 9

Hubo muchas respuestas correctas a esta pregunta, aunque unos cuantos alumnos, al simplemente ignorar por completo el valor absoluto, dieron sólo una de las dos soluciones. Otros intentaron elevar al cuadrado ambos miembros pero luego redujeron incorrectamente la expresión resultante a $2\ln(x+3)=1$. Hubo menos intentos que en preguntas equivalentes de pruebas de años anteriores, de hallar las soluciones a partir de la calculadora de pantalla gráfica.

Pregunta 10

A la mayoría este problema le resultó bastante fácil. Unos pocos perdieron valiosos puntos por no indicar el método utilizado. Otros ingresaron erróneamente las funciones en la calculadora, utilizando $y=2^{0.5}x$ e $y=3^{-0.5}x+\frac{5}{3}$, y obteniendo así dos funciones lineales que intersecan en 1,99. La referencia al eje y en la pregunta pudo haber inducido a algunos alumnos a tratar de integrar con respecto al eje y – estos intentos en general no fueron exitosos, ya sea porque no se obtuvieron los límites de integración correctos o simplemente porque las funciones expresadas en función de y se tornan tanto más complicadas.

Pregunta 11

El apartado (a) no presentó aparentemente ninguna dificultad. En el apartado (b) hubo muchos métodos correctos aunque algunos llevaban a manipulaciones mucho más algebraicas. Algunas respuestas incorrectas derivaron de afirmar que $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}=0$.

Pregunta 12

Sorprendentemente, esta pregunta fue respondida correctamente por muchos alumnos. Evidentemente habían estudiado este tipo de problema y no se amilanaron frente a la pregunta. Sin embargo, hubo unos pocos que reconocieron que se trataba de una integración por partes pero no pudieron siquiera comenzar correctamente o que, habiéndolo comenzado, no reconocieron el carácter cíclico del problema.

Pregunta 13

Muchos alumnos resolvieron esta pregunta sin ningún problema. Los errores que se cometieron con mayor frecuencia fueron el de presuponer que los sucesos eran independientes y el de utilizar $P(A\cap B)=P(A)+P(B)$ para hallar $P(B)$, o $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ para hallar $P(A\cap B)$. Sin embargo, (y hasta cierto punto sorprendentemente, ya que muchos habían hecho esta presuposición de independencia en el apartado (b)), la mayor parte de los alumnos pudo demostrar correctamente que A y B no eran independientes.

Pregunta 14

Esta pregunta resultó bastante decepcionante, ya que los alumnos no pudieron aplicar correctamente la regla de la cadena. Algunos alumnos transformaron la función utilizando identidades trigonométricas antes de derivar. Ciertamente su habilidad para manejar las ecuaciones resultantes resultó prácticamente inexistente. Los alumnos que no supieron encontrar valores exactos frecuentemente dieron respuestas que estaban fuera del domino dado.

Pregunta 15

Las gráficas aproximadas en el apartado (a) en general estaban bien dibujadas, aunque el nivel de precisión y de prolijidad de las respuestas varió enormemente. Algunos alumnos evidentemente estaban trabajando con sus calculadoras configuradas en grados en lugar de radianes. Muchos no pudieron dar los valores correctos para el recorrido.

Pregunta 16

El apartado (a) estuvo bien pero parecería que algunos no entendieron el significado de 'más de dos'. Sólo una minoría abordó con éxito la probabilidad condicional del apartado (b).

Pregunta 17

Este problema definitivamente fue uno de los peor resueltos de la prueba. Muy pocos detectaron que $\det(AB) = (\det B)^2$. Intentaron utilizar el método 2 pero no pudieron sostener el álgebra necesaria. Sin embargo, la mayoría pudo obtener los últimos dos puntos.

Pregunta 18

La mayoría de los alumnos reconoció aquí la necesidad de hallar la derivada de una función implícita. El principal error estuvo en la derivada de 3^{x+y}. Algunos alumnos complicaron la pregunta al tomar $\ln$ en ambos miembros de la ecuación antes de buscar la derivada. La mayoría de los alumnos sabía que debía separar los términos en $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ de los demás.

Pregunta 19

Muy pocos alumnos hicieron algún intento de responder esta pregunta, y entre ellos pocos obtuvieron puntos. La mayoría intentó considerar combinaciones en lugar de permutaciones.

Pregunta 20

En el apartado (a) algunos alumnos simplemente tomaron el valor absoluto de la función dada. Otros sólo hallaron la simetría en el eje y. En el apartado (b) algunos intentaron graficar la inversa de la función, en lugar de la función recíproca.

Recomendaciones y orientaciones para la enseñanza de futuros estudiantes

- Estar atento a la diferencia entre traslaciones de funciones (que está en el programa) y la representación matricial de las transformaciones (que no está en el programa).
- Concentrarse más en la comprensión y la aplicación de los conceptos de estadística y probabilidad.
- Leer cuidadosamente las preguntas y contestar lo que se pregunta.
- Tomar en consideración la presentación de la matemática de manera más sistemática. Muchos alumnos perdieron una cantidad de puntos por no mostrar el procedimiento. En algún caso se mostraba el procedimiento pero en muchos casos consistía en métodos de resolución no

convencionales y mal presentados. Esto hace que sea difícil para el alumno seguir en forma lógica los procesos que está usando, lo cual resulta en errores sencillos.

- Los profesores deberían tener más cuidado al seleccionar los alumnos para Matemáticas NS. Muchos de los alumnos claramente no tenían la habilidad necesaria para este nivel, al punto que claramente habían desperdiciado dos años de estudio. Los colegios que inscriben a sus alumnos en un curso que dura dos años para que éstos no logren luego obtener más de 5 puntos sobre 120, quizás deberían de seguir más de cerca el progreso de sus alumnos.

Nivel Superior Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Nota final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-19	20-39	40-52	53-66	67-81	82-95	96-120

Generalidades

Varios examinadores han hecho comentarios acerca de la cantidad de exámenes extremadamente pobres en calidad que han corregido, lo cual parece indicar que es una lástima que estos alumnos hayan sido inscriptos para rendir la asignatura en este nivel, cuando claramente no cuentan con las aptitudes ni la habilidad necesarias para afrontar las exigencias del curso.

Áreas del programa y del examen que parecen haber resultado difíciles para los estudiantes

Las preguntas que muchos alumnos tuvieron dificultad en responder fueron aquellas basadas en los contenidos de Trigonometría, específicamente las relacionadas con el manejo y la demostración de identidades. La calidad de la operatoria algebraica fue en general pobre, también.

Áreas del programa o del examen en que los estudiantes demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos intentaron abordar todas las preguntas, aunque el trabajo presentado frecuentemente variaba mucho en cuanto al nivel de competencia con el material. Existe alguna evidencia de que a algunos alumnos no se les enseñan todas las áreas del programa y se hallan por ende en inferioridad de condiciones. El uso de la calculadora de pantalla gráfica no fue, en general, satisfactorio: algunos exámenes presentaban gran cantidad de procedimiento innecesario (por ejemplo, cuando se le pide la esperanza matemática, lo único que se pretende es que el alumno escriba la integral definida y luego use la calculadora para hallarla). Esta tendencia lleva casi inevitablemente a que el alumno tenga dificultad en completar el resto del examen.

Puntos fuertes y débiles de los estudiantes al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

(a) (i) Respondida correctamente por la mayoría de los alumnos.

(ii) Prácticamente todos los alumnos comenzaron correctamente este apartado (utilizando el producto escalar) y muchos pudieron comprobar efectivamente que $m = -1$. Sin embargo, unos cuantos perdieron puntos debido a que reemplazaron $m = -1$ en la expresión obtenida para el producto escalar.

(b) La mayoría de los alumnos halló la ecuación del plano pedida. Algunos usaron la ecuación paramétrica del plano y frecuentemente no pudieron manejar el álgebra necesaria para deducir la forma cartesiana.

(c) El área del triángulo fue correctamente hallada por la mayoría de los alumnos.

(d) (i) Aunque la mayoría de los alumnos abordó adecuadamente esta parte de la pregunta, unos cuantos perdieron puntos por utilizar notación incorrecta para la ecuación – un número sorprendente escribió L = … --, o por no dar la ecuación en la forma pedida.

(ii) Bien respondida en general, siendo los errores más comunes los errores de cálculo en la determinación de $\overrightarrow{AD}$ y el uso de una fórmula incorrecta para el volumen de la pirámide. Algunos alumnos perdieron tiempo intentando "re-determinar" el punto de intersección entre la altura de la pirámide y el plano.

Pregunta 2

Esta fue la pregunta en la que los alumnos obtuvieron la menor cantidad de puntos, y que muchos dejaron sin contestaron o intentaron sólo parcialmente.

(a) (i) Hubo un elevado número de respuestas correctas aquí, aunque también se vieron unas cuantas expresiones incorrectas, principalmente por expresar el tercer y el cuarto término del desarrollo como $3\cos\theta\sin^2\theta i$ y $\sin^3\theta i$ respectivamente.

(ii) si bien es evidente que muchos alumnos estaban familiarizados con este tipo de pregunta y no tuvieron dificultad en demostrar las identidades propuestas, hubo una cantidad inesperada de alumnos que no supo cómo asociar la respuesta a (i) con esta segunda parte, y no contestaron la pregunta o bien intentaron métodos alternativos para la demostración.

(b) Esta parte de la pregunta fue correctamente contestada por muchos alumnos, aunque nuevamente, algunos ignoraron la instrucción "a partir de lo anterior" de la pregunta y probaron la identidad por otros métodos.

(c) Esta pregunta no fue en general bien resuelta; muchos alumnos no pudieron hacer la conexión entre este apartado de la pregunta y los anteriores. Entre los que sí la hicieron, relativamente pocos pudieron llegar al valor exacto correcto: muchos simplemente hallaron un valor de θ y luego utilizaron la calculadora para hallar el valor de $\tan 3\theta$. Otros intentos exitosos tomaron la igualdad $\tan 3\theta = \tan(2\theta + \theta)$ como punto de partida de la demostración.

Pregunta 3

(a) La mayoría de los alumnos contestó correctamente este apartado, aunque un número sorprendente no llegó a dar el *valor* requerido de la velocidad máxima, aun después de haber justificado que había un máximo en $t = 3$. No se otorgaron puntos por los diagramas de signos sin valores indicados, como método para justificar la existencia de un máximo.

(b) La mayoría de los alumnos halló correctamente la velocidad.

(c) Hubo una proporción bastante alta de respuestas correctas a este apartado. Sin embargo, muchos alumnos perdieron los puntos otorgados por incluir y luego hallar los valores de las constantes de integración.

(d) (i) Aquí las gráficas variaron mucho en cuanto a precisión y prolijidad; muchos no mostraron ni rotularon claramente las intersecciones con el eje y, otros no dibujaron la gráfica a lo largo de todo el dominio determinado por la pregunta. Muchas respuestas dieron muestras de un uso deficiente de la ventana de visualización de la calculadora de pantalla gráfica, ya que las gráficas mostraban los desplazamientos para valores de t entre -6 y 6 solamente, dando como resultado que sólo se obtuviera una solución en el apartado (ii). Unos pocos alumnos graficaron las curvas correspondientes a la velocidad en lugar del desplazamiento.

(ii) Muchos alumnos pudieron completar la pregunta satisfactoriamente. La omisión de una de las soluciones, como se indicó previamente, y el intento de resolver la ecuación analíticamente constituyeron errores comunes.

Pregunta 4

Parte A

(a) (i) La mayoría de los alumnos utilizó la fórmula correcta para hallar el valor de μ y este apartado fue bien respondido por muchos. Sin embargo muchos alumnos perdieron puntos debido a errores algebraicos o aritméticos en el cálculo de la integral, amén del tiempo invertido en hallar un resultado que podía obtenerse muy fácil y rápidamente usando la calculadora.

(ii) Este apartado resultó un poco más complicado para la mayoría de los alumnos. Un error común fue simplemente calcular $\int_4^{10} t^2 f(T)\,dt$; nuevamente, hubo errores algebraicos en el cálculo de la integral.

(b) Aquí se vieron relativamente pocas respuestas correctas – muchos alumnos obtuvieron correctamente los límites de integración, pero luego intentaron hallar la probabilidad correspondiente a una distribución normal.

Parte B

(a) La mayoría de los alumnos halló correctamente tanto la media como la desviación típica, aunque unos pocos dieron la varianza en lugar de la desviación típica.

(b) (i) Correctamente respondida por la mayoría de los alumnos.

(ii) Bien respondida en general, aunque fue bastante común el error de calcular esta probabilidad como $P(X \le 8) - P(X \le 4)$.

(c) Casi todos los alumnos hallaron la respuesta correcta a este apartado.

(d) Este fue el apartado en que los alumnos tuvieron mayor dificultad; hubo pocos que pudieran traducir la condición dada a una inecuación o aunque fuera, a una ecuación.

Pregunta 5

(a) Correctamente resuelta por prácticamente todos los alumnos.

(b) (i) Un número considerable claramente no sabía qué se estaba pidiendo aquí, y otros se embarcaron en largas "deducciones" algebraicas que no conducían a ningún lado.

(ii) Hubo gran variedad en la calidad de las respuestas a este apartado. Con bastante frecuencia era difícil determinar si el alumno estaba en efecto resolviendo el sistema o intentando demostrar que se podía resolver; en algunos casos los alumnos demostraron que el sistema tenía infinitas soluciones, pero luego al resolverlo llegaban a una solución única. En general, este apartado de la pregunta no fue bien resuelto.

(c) Esta demostración no fue en general bien desarrollada. Como de costumbre, los errores más comunes fueron la falta de rigor en algunos de los pasos (verificar que la proposición es verdadera para $n=1$, escribir la afirmación final) y la falta de claridad en el proceso matemático al intentar demostrar que $P(k)$ verdadero $\Rightarrow$ $P(k+1)$ verdadero.

Recomendaciones y orientaciones para la enseñanza de futuros estudiantes

- Hacer pleno uso de las ventajas que ofrece el uso de la calculadora de pantalla gráfica: los alumnos tienden a perder tiempo valioso trabajando analíticamente cuando no es estrictamente necesario.
- Enfatizar la necesidad de adaptar la ventana de visualización de la calculadora de pantalla gráfica a los requerimientos de la pregunta.
- Exponer a los alumnos a demostraciones y a preguntas del tipo “Compruebe que…”, procurando que quede claro que, por ejemplo, verificar que m = -1 satisface una ecuación no equivale a comprobar que dadas ciertas condiciones, m = -1.
- Asegurarse de que los alumnos contesten cada pregunta en una hoja separada. Esto no sólo facilita su corrección – también ayuda a los alumnos a organizar su trabajo y administrar su tiempo durante el examen.

Nivel Superior Prueba 3

Bandas de calificación del componente

Nota final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-10	11-20	21-26	27-33	34-39	40-46	47-60

Generalidades

Se recibieron desde los colegios muchos formularios G2 con comentarios referidos a la accesibilidad de la opción C – Series y Ecuaciones Diferenciales. Los informes de los examinadores también daban cuenta de que el rendimiento de muchos alumnos había sido más bajo en esta opción, principalmente como consecuencia de haber perdido muchos puntos en la pregunta 5. A la luz de estos dos informes separados y de comentarios hechos por el equipo de examinadores jefe se decidió realizar un análisis de una muestra de alumnos. El análisis de la muestra comparó el rendimiento de los alumnos en las pruebas del contenido del tronco común obligatorio con el de la prueba 3. Los resultados confirmaron que había habido inequidad en las opciones – considerándose la opción C inaccesible y la opción D más accesible. Como resultado, se realizó un ajuste en las notas de los alumnos que habían elegido estas opciones. Creemos que los ajustes realizados durante la reunión de evaluación (*Grade Award*) significan que ningún alumno resultó perjudicado por haber elegido determinada opción.

Áreas del programa y del examen que parecen haber resultado difíciles para los estudiantes

En la Sección A, la pregunta sobre la distribución exponencial no fue en general bien resuelta. Asimismo, las preguntas que apuntan a explorar la comprensión más profunda del alumno, por ejemplo las preguntas 2(c) y 3(c), en general no fueron bien respondidas, indicando que aun cuando se sepa aplicar los métodos estadísticos, no se comprende bien la teoría subyacente.

En la Sección B, se debe tener más cuidado al determinar cuándo una relación es una relación de equivalencia. Asimismo, las preguntas de naturaleza más teórica, por ejemplo la pregunta 5, fueron muy mal resueltas en general; hubo alumnos que ni siquiera sabían por dónde comenzar.

En la Sección C, la convergencia (o no) de series sigue presentando problemas y algunos alumnos tienen sólo un conocimiento superficial de este tema.

En la Sección D, aunque los alumnos pueden en general resolver problemas que incluyen algoritmos de grafos, los problemas más teóricos, por ejemplo la pregunta 3, exceden la capacidad de algunos.

Áreas del programa o del examen en que los estudiantes demostraron estar bien preparados

En la Sección A, los alumnos están en general bien preparados en el uso de la calculadora de pantalla gráfica para realizar tests estadísticos, aunque en algunos casos sería conveniente aconsejar que incluyeran más detalles del procedimiento, para que se les pudiera otorgar puntos por el método en el caso que la respuesta fuera incorrecta.

En la Sección B, en general los alumnos pueden resolver problemas de teoría de grupos, salvo cuando éstos son más teóricos.

En la Sección C, los problemas de ecuaciones diferenciales fueron en general bien resueltos aunque algunos alumnos perdieron puntos, especialmente en la pregunta 1, por no mostrar todo el procedimiento, aun cuando obtuvieron la respuesta correcta.

En la Sección D, el trabajo sobre algoritmos de grafos fue en general bueno.

Puntos fuertes y débiles de los estudiantes al abordar las distintas preguntas

Sección A

Pregunta 1

Esta pregunta fue bien respondida por la mayoría de los alumnos. En (b), el método más común fue el de utilizar la aproximación por la normal de la proporción de una muestra ya sea utilizando el menú de estadística en la calculadora o bien calculando el valor del parámetro z. Algunos alumnos usaron la distribución binomial que da el valor exacto del parámetro p pero se aceptaron ambos métodos.

Pregunta 2

Como era de prever, algunos alumnos dividieron por 200 en lugar de por 199 para estimar la varianza. Otros utilizaron un proceso de dos etapas, dividiendo por 200 y luego multiplicando por 200/199. En algunos casos, esto produjo un error en la aproximación. En rigor de verdad, dado que no se daba como dato que la distribución fuera normal, no se debería usar la distribución t para hallar el intervalo de confianza. En esta oportunidad, sin embargo, se aceptó este método, para el cual el percentil apropiado es 1.97. Las respuestas a (c) rara vez incluyeron una referencia correcta al papel del teorema central del límite.

Pregunta 3

Esta pregunta fue correctamente respondida por muchos alumnos, en general con ayuda de la función estadística de la calculadora de pantalla gráfica. En (c), pocos alumnos mencionaron el hecho de que era posible usar el test t porque los datos corresponden a una distribución normal.

Pregunta 4

En (a)(i), la mayoría de los alumnos se dio cuenta de que era necesario integrar la función densidad de probabilidad aunque algunos alumnos simplemente desarrollaron una integral indefinida y luego se olvidaron del signo negativo generado. Muchos alumnos emplearon la notación incorrecta $\int_t^{\infty} e^{-t} dt$.

Los alumnos deberían ser conscientes de que es incorrecto utilizar el mismo símbolo para la variable de integración que para uno de los límites, aunque en esta ocasión se pasó por alto el error. La probabilidad condicional planteada en (a)(ii) causó problemas para muchos alumnos. Pocos alumnos vieron la conexión entre (a)(ii) y (b).

Pregunta 5

Esta pregunta fue correctamente respondida por muchos alumnos aunque algunos calcularon la frecuencia esperada de ‘exactamente 5’ en lugar de la de ‘5 o más’, obteniendo 3,125 en lugar de 6,25 y teniendo por lo tanto que combinar clases.

Sección B

Pregunta 1

Esta pregunta fue correctamente respondida por muchos alumnos aunque en (a) algunos dieron una aproximación decimal a pesar de que se pedía el recorrido exacto. En (b), la mayoría de los alumnos sabía lo que es una función inyectiva pero algunos no parecían estar familiarizados con el término sobreyectiva. En (c), la mayoría de los alumnos halló una expresión correcta para $g^{-1}(x)$ aunque algunos no pudieron establecer correctamente su dominio.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos demostró que R es reflexiva y simétrica. La demostración de la transitividad frecuentemente fue inadecuada – muchos simplemente afirmaron que $a^2 \equiv b^2$ y $b^2 \equiv c^2 \Rightarrow a^2 \equiv c^2$ sin justificación alguna. Se esperaba que los alumnos escribieran $a^2 \equiv b^2 \Rightarrow a^2 - b^2 = 6m, b^2 \equiv c^2 \Rightarrow b^2 - c^2 = 6n$ por lo tanto $a^2 - c^2 = 6(m+n) \Rightarrow a^2 \equiv c^2$

Pregunta 3

La mayoría de los alumnos demostró correctamente la ley de cierre pero el álgebra relativamente sencilla necesaria para demostrar que no se cumple la propiedad asociativa resultó demasiado difícil para algunos. Muchos alumnos afirmaron que 1 era el elemento neutro, sin darse cuenta de que un elemento neutro debe serlo a izquierda y a derecha.

Pregunta 4

En (a), resultó decepcionante observar que muchos alumnos no pudieron definir un cuadrado latino. Muchos alumnos resolvieron correctamente la ecuación en (b) aunque algunos omitieron algunos de los pasos intermedios. El apartado (c) fue resuelto correctamente por muchos alumnos aunque algunos no lograron hallar ambos generadores y otros no demostraron que 2 y 5 eran los únicos generadores.

Pregunta 5

Las preguntas teóricas como ésta frecuentemente causan problemas a los alumnos y ésta no fue una excepción, a pesar de que este resultado en particular se menciona específicamente en el programa. Muchos alumnos ni siquiera lograron demostrar que el elemento neutro pertenecía a *H*.

Sección C

Pregunta 1

Esta pregunta fue correctamente respondida por muchos alumnos aunque algunos no mostraron resultados intermedios. Los alumnos deberían ser conscientes de que pueden perder puntos por no mostrar todo el procedimiento.

Pregunta 2

Es importante que en las preguntas del tipo ‘Compruebe que’ los alumnos muestren su procedimiento en forma completa. En este caso, a los alumnos que escribieron

$$\int \tan x\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \ln\sec x$$

no se les otorgaron todos los puntos disponibles, debido a que omitieron un resultado intermedio: '$= -\ln\cos x$'. Los alumnos que probaron el resultado comprobando que la derivada de ln sec$x$ es igual a tan$x$ obtuvieron el puntaje total, fundamentando la decisión en el hecho de que la integración es en efecto el proceso inverso del de hallar la derivada.

Muchos alumnos resolvieron correctamente el apartado (b). En (c), sin embargo, algunos no incluyeron una constante arbitraria y consiguientemente perdieron 4 puntos, dado que no podía aplicarse la condición inicial.

Pregunta 3

Muchos alumnos resolvieron correctamente (a) pero (b) resultó problemático para muchos. Aquellos que se dieron cuenta de que la expresión podía escribirse como ln$x$ ÷ (1/x) lograron en general resolver correctamente la pregunta.

Pregunta 4

Las soluciones a (a)(i) fueron frecuentemente decepcionantes. Algunos alumnos tenían una vaga idea de lo que había que hacer pero las soluciones en general carecían de rigor. En (a)(ii), muchos alumnos simplemente adivinaron la respuesta, siendo pocos los que se dieron cuenta de que $\sum n^{-p}$ con p = 1 y 2 provee un contraejemplo útil. En (b), muchos alumnos se dieron cuenta de que debía evaluarse la integral $\int \frac{\mathrm{d}x}{x(\ln x)^p}$ pero muchos no vieron que esta integral podía simplificarse tomando u = ln$x$.

Pregunta 5

Muchos alumnos no vieron que era posible resolver (a)(i) reemplazando x = 0 en la ecuación dada y observando que $f^{(n)}(0) = n!a_n$. Algunos alumnos que no pudieron resolver (a)(i) usaron no obstante el resultado dado allí para hallar una expresión para a_n en (a)(ii). Los alumnos que llegaron hasta este punto en general pudieron resolver (b) y (c).

Sección D

Pregunta 1

Esta pregunta fue respondida correctamente por muchos alumnos, aunque algunos no pudieron realizar la multiplicación en base 6 pedida en (b).

Pregunta 2

En (b), muchos alumnos hallaron una solución particular pero no siempre expresaron correctamente la solución general.

Pregunta 3

Muchos alumnos hicieron un intento razonable de resolver esta pregunta aunque algunas soluciones no fueron lo suficientemente precisas. En (b), algunos alumnos intentaron dibujar el grafo apropiado con la intención de demostrar que esto no podía hacerse. Estos intentos en general no fueron muy convincentes aunque se les otorgaron algunos puntos.

Pregunta 4

Esta pregunta fue correctamente respondida por muchos alumnos. Resultó gratificante observar que en (a), muchos alumnos estaban familiarizados con las propiedades de las potencias de matrices de adyacencia, en (b), muchos alumnos usaron un método sistemático para investigar si un grafo es bipartido o no y en (c), muchos alumnos estaban familiarizados con las condiciones para la existencia de un circuito euleriano.

Pregunta 5

En (a), muchos alumnos no se dieron cuenta de que la manera más sencilla de hallar un límite superior es calcular la longitud de cualquier ciclo. Una solución frecuente fue la de hallar el peso de un árbol generador minimal y duplicarlo. Aunque este es un método válido, lleva mucho más tiempo y el límite superior que brinda no es tan bueno. En (b)(i), algunos alumnos simplemente escribieron el árbol generador minimal sin explicar su procedimiento. En los problemas que requieren el uso de un algoritmo en particular, es necesario mostrar claramente que se está utilizando este algoritmo, si se pretende lograr el puntaje total. En (b)(ii), algunos alumnos aparentemente no estaban familiarizados con la relación entre el árbol generador minimal y el problema del "viajante".

Recomendaciones y orientaciones para la enseñanza de futuros estudiantes

- En la Sección A, ser conscientes del requerimiento de que las respuestas se den con una aproximación de tres cifras significativas. Muchos alumnos fueron penalizados por no cumplir con este requerimiento en esta sección. Asegurarse de que en los problemas en los que los alumnos usan una calculadora, se brinde la mayor cantidad de explicación posible para permitir el otorgamiento de puntos por el método si la respuesta es incorrecta. Asegurarse de que los alumnos estén totalmente familiarizados con todas las distribuciones teóricas del programa nuevo.
- En la Sección B, asegurarse de que los alumnos estén totalmente familiarizados con todas las extensiones a la teoría de funciones mencionadas en el Párrafo 9.3 del programa. Dado que las soluciones a las preguntas teóricas son en general pobres en calidad, intentar asegurarse de que los alumnos se den cuenta de que la claridad y el rigor son importantes en este tipo de pregunta.
- En la Sección C, asegurarse de que los alumnos sean conscientes de que deben mostrar todos los pasos de la resolución. Algunos alumnos perdieron puntos por omitir pasos intermedios. Enfatizar que la solución general de una ecuación diferencial contiene una constante arbitraria cuyo valor se determina utilizando una condición adicional.
- En la Sección D, asegurarse de que los alumnos se den cuenta de que cuando una pregunta estipula que debe usarse determinado algoritmo, la resolución debe indicar claramente que se ha usado este algoritmo.

