

Informes generales de la asignatura, noviembre de 2014

ESTUDIOS MATEMÁTICOS

Bandas de calificación de la asignatura

Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 15	16 - 29	30 - 40	41 - 53	54 - 66	67 - 78	79 - 100

Evaluación interna del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 4	5 - 6	7 - 8	9 - 11	12 - 14	15 - 16	17 - 20

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Hubo una mejora notable respecto a la convocatoria de exámenes de mayo de 2014. Daba la impresión que esta vez había habido muchos más profesores que habían seguido los nuevos criterios o que se habían leído detenidamente el informe general de la asignatura correspondiente a mayo de 2014.

Entre las notas que se concedieron hubo una amplia variedad, como suele ser habitual. La mayoría de los temas elegidos fueron de tipo estadístico y resultaban adecuados para un proyecto de Estudios Matemáticos NM pero, como siempre sucede, hubo algunos casos en los que el profesor debería haber recomendado encarecidamente al alumno que cambiara de tema. Quedó patente que algunos alumnos se habían esforzado mucho en la elaboración del proyecto y habían disfrutado con ello: esto se vio reflejado en el cuidado que habían puesto para que se cumplieran todos los criterios de evaluación y, por consiguiente, estos alumnos obtuvieron puntuaciones elevadas en todos los criterios. Sin embargo, hubo otros que mostraron un compromiso escaso o nulo y elaboraron trabajos incompletos o demasiado superficiales. La mayoría de los colegios se dieron cuenta de que los proyectos tenían que incluir primero dos procedimientos simples antes de tratar de abordar un procedimiento

avanzado, lo que hizo que se obtuvieran puntuaciones más altas en el Criterio C. Muchos alumnos perdieron un punto por utilizar una notación y/o una terminología indebidas o por no definir las variables utilizadas; en este sentido, los profesores deberían hacer más hincapié en señalar estos requisitos a sus alumnos. Es importante que los profesores escriban comentarios detallados en la primera página de la portada en los que expliquen los motivos que les han llevado a otorgar precisamente esas puntuaciones. También se les anima a que, cuando evalúen el proyecto, vayan escribiendo comentarios a lápiz en los márgenes y comprobando la exactitud de los procedimientos matemáticos utilizados.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Criterio A

Muchos de los alumnos fueron capaces de lograr el nivel 2. La mayoría de los proyectos contenían un enunciado de la tarea y el plan previsto para llevar a cabo dicha tarea. Hubo unos pocos alumnos que no pusieron título a su proyecto. Los alumnos, por lo general, sí que mencionaron los procedimientos matemáticos que iban a utilizar. Sin embargo, en muchos casos olvidaron justificar los motivos que les habían llevado a elegir cada uno de los procedimientos realizados, lo que les impidió obtener la máxima puntuación. Alguna que otra vez se utilizaron en el análisis procedimientos que no se habían mencionado en el plan; nuevamente, esto les impidió a los alumnos lograr más de un nivel 2. Se necesita trabajar un poco más este criterio. Los alumnos tienen que tener más presente que en la introducción han de incluir todos los procedimientos que vayan a utilizar luego en el proyecto. Muchos alumnos obtuvieron aquí 2 de los 3 puntos posibles. Esto se debió principalmente a que no explicaron los motivos que les habían llevado a elegir precisamente esos procedimientos (esos que luego utilizaron).

Aquellos alumnos que partieron de un enunciado de la tarea claro y de un plan detallado que explicara los procedimientos que se iban a utilizar y los motivos de dicha elección, por lo general acabaron elaborando un proyecto excelente.

Criterio B

De nuevo, la mayoría de los alumnos fueron capaces de lograr un nivel 2, dado que por lo general recabaron suficientes datos y los organizaron/reorganizaron de modo que estuvieran listos para el análisis. Lamentablemente, el proceso de obtención de datos no siempre quedó del todo claro. Los alumnos con frecuencia dijeron que los habían obtenido «utilizando un cuestionario» o que los «habían sacado del sitio web», sin describir en su totalidad cuál era la técnica de muestreo empleada. Con frecuencia se vieron frases como esta: «Elegí cincuenta países al azar». Como nota positiva diremos que cuando los datos se obtuvieron de una fuente secundaria, por lo general los alumnos sí que indicaron de qué fuente provenían los datos. Hay que explicar el método utilizado para obtener la muestra. Si no se realiza un muestreo hay que justificar por qué no se lleva a cabo. Se necesita trabajar un poco más este criterio en lo que respecta al muestreo.

Muchos alumnos recabaron datos que resultaban apropiados para su proyecto, pero no siempre se obtuvo una cantidad suficiente como para poder llevar a cabo los procedimientos

expuestos en el plan. Si no se requiere una verdadera organización de los datos, en ese caso se podrá conceder como mucho un nivel 2 en este criterio.

Hay que incluir en el proyecto los datos primarios para poder optar a un nivel 2 en este criterio, dado que es necesario poder verificar las tablas de valores y los cálculos realizados.

Si los datos son demasiado sencillos esto también limitará la puntuación que se concederá en otros criterios, como los de procedimientos matemáticos, interpretación y comunicación.

Criterio C

Fue gratificante ver que bastantes de los alumnos utilizaron al menos dos procedimientos matemáticos simples junto con un procedimiento avanzado, que por lo general fue o bien una prueba de χ^2 o un diagrama de dispersión y el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson. En alguna ocasión los alumnos utilizaron ambos procedimientos en el análisis avanzado. En algunos colegios los alumnos sabían que necesitaban aplicar la corrección de Yates a la continuidad a una matriz 2x2, pero en otros colegios parece que no lo sabían. Con frecuencia los proyectos contenían errores aritméticos o procedimientos simples que no resultaban pertinentes para la tarea. Esto significa que el alumno no iba a poder lograr más allá de un nivel 2. A menudo, la puntuación obtenida en el criterio C tendría que haber sido más baja que la que concedió el profesor. En los proyectos se incluyeron gráficos de barras, gráficos de sectores (circulares) y diagramas de caja y bigotes, y también valores porcentuales, la media, la mediana y cuartiles. A veces los alumnos mostraron demasiados pocos cálculos en estos procedimientos simples; por ejemplo, cuando los resultados obtenidos con la calculadora se incluían sin mostrar el desarrollo o sin interpretación.

La mayoría de los cambios que aparecen en los nuevos criterios de evaluación se introdujeron en este Criterio. Parece que en esta convocatoria de exámenes ha habido muchos más profesores y alumnos que han prestado atención a los cambios que en la de mayo de 2014.

Para ayudar a los profesores a evaluar más certeramente el Criterio C se incluyen a continuación una serie de aclaraciones:

Los alumnos, para que se les conceda un nivel 3 en este criterio, han de completar al menos dos procedimientos simples que sean correctos y resulten pertinentes. En este nivel basta con que todos los procedimientos simples resulten pertinentes. El utilizar procedimientos avanzados no pertinentes no tiene por qué impedirle al alumno obtener un nivel 3.

Los procedimientos simples se considera que son pertinentes si están relacionados con el enunciado de la tarea y se utilizan más adelante en el desarrollo de los procedimientos avanzados, tal y como el alumno especificó en el plan.

Si el proyecto no contiene ningún procedimiento simple, entonces dos de los procedimientos avanzados utilizados se considerarán procedimientos simples (y **no** procedimientos avanzados).

Los procedimientos repetidos cuentan como un único procedimiento (p. ej., elaborar dos gráficos de barras).

Si el proyecto únicamente incluye dos procedimientos y uno de ellos es incorrecto, en ese caso se podrá conceder como máximo el nivel 1.

Si se ha utilizado un único procedimiento (independientemente de que sea simple o avanzado), al alumno se le otorgará el nivel cero. La única excepción posible a esta regla es si se ha completado en su totalidad y a mano una prueba de χ^2 y éste es el único procedimiento que se ha utilizado: en ese caso se concederá un nivel 1.

El que los procedimientos simples y avanzados no se hayan presentado en orden no conlleva la penalización del alumno en este criterio. Sin embargo, esto puede dar lugar a una penalización en el criterio F.

Para lograr el nivel 5 todos los procedimientos avanzados (y solo es necesario que haya uno) tienen que resultar pertinentes y ninguno puede contener errores.

Todos los procedimientos que se escapen del ámbito cubierto por la asignatura tienen que explicarse con detalle para que se les pueda considerar un procedimiento avanzado. Por ejemplo, el uso (no avalado en la actualidad) de la prueba (contraste) de t de Student (independientemente de que se realice enteramente con la calculadora de pantalla gráfica o sustituyendo en la fórmula) se considerará procedimiento simple.

A pesar de que los procedimientos utilizados no tienen por qué limitarse a la prueba (contraste) de χ^2 y al cálculo de la ecuación de la recta de regresión, la frecuencia con la que se utilizan hace que merezca la pena elaborar unas directrices adicionales sobre cómo se han de puntuar estos procedimientos.

Prueba (contraste) de χ^2

Una prueba de χ^2 hecha a mano se considerará que es un procedimiento avanzado.

Para considerar que se ha completado la prueba de χ^2 , se espera que el alumno haya escrito las hipótesis, haya indicado los grados de libertad, haya mostrado cómo se calcula al menos un valor esperado y haya completado la tabla de valores esperados, haya obtenido el estadístico de la prueba de χ^2 utilizando la fórmula y haya escrito la conclusión (basándose bien en el valor crítico o bien en el nivel de significación).

Si los valores observados no son frecuencias, en ese caso se podrá conceder como mucho un nivel 3 en el Criterio C.

Si alguno de los valores esperados es inferior a 5, en ese caso se podrá conceder como mucho un nivel 4 en el Criterio C, y eso solo si se ha mostrado en su totalidad el desarrollo del ejercicio. Si no se muestra el desarrollo, en ese caso se puede conceder como mucho el nivel 3.

Si el grado de libertad es 1, en ese caso (y **únicamente** en ese caso) hay que aplicar la corrección de Yates a la continuidad. Si el factor de corrección no se aplica pero la prueba se ha realizado correctamente y a mano, en ese caso se puede conceder como mucho el nivel 4.

Los alumnos deben tener presente que una prueba de χ^2 no demuestra nada; únicamente aporta pruebas o respalda una hipótesis.

Correlación / regresión

Si el alumno dibuja un diagrama de dispersión y queda claro, observando el diagrama, que no existe ninguna correlación, en ese caso resulta pertinente calcular el coeficiente de correlación (r) para comprobar que es así. Sin embargo, ahí no resulta pertinente calcular la recta de regresión.

Si el diagrama de dispersión sugiere que existe una cierta correlación, en ese caso no solo resulta pertinente calcular el coeficiente de correlación (r) sino que si la correlación es lo suficientemente fuerte también resultará pertinente hallar la recta de regresión, siempre y cuando se vaya a utilizar o se explique para qué se halla.

Si el gráfico de dispersión no se dibuja, entonces la pertinencia o no de la correspondiente recta de regresión dependerá del valor de r .

Si el valor de r que se escribe procede de la calculadora de pantalla gráfica (o de Excel), en ese caso se considerará un procedimiento simple.

Si los estadísticos para el resumen se han calculado con la calculadora de pantalla gráfica y luego se han sustituido en una fórmula para determinar r , en ese caso también se considerará que es un procedimiento simple.

El cálculo de la media o de la desviación típica como parte del cálculo de r no se considerará que es un procedimiento aparte. La excepción a esta norma son los casos en los que la media o la desviación típica se calcule de manera independiente, como parte del plan elaborado.

Distribución normal

El bosquejo del gráfico de una distribución normal y el cálculo de probabilidades o de valores porcentuales se considera un procedimiento simple.

El uso de puntuaciones z también es un procedimiento simple.

Sin embargo, un contraste de χ^2 para evaluar la bondad del ajuste que se haya hecho a mano se considerará que es un procedimiento avanzado.

Criterio D

El proyecto fluye mejor si el alumno va escribiendo interpretaciones/conclusiones parciales después de cada procedimiento matemático. Los mejores alumnos incluyeron una discusión detallada sobre los resultados obtenidos. En su conjunto podemos decir que este criterio se abordó bastante bien; de hecho, hubo muchos que lograron un nivel 2.

La mayoría de los alumnos consiguieron dar al menos una interpretación que fuera coherente con el análisis realizado. Sin embargo, la redacción del texto de este criterio ha cambiado por lo que, a partir de ahora, si hay alguna conclusión/interpretación incoherente tiene que haber al menos otras dos conclusiones/interpretaciones coherentes para que al alumno se le pueda conceder la puntuación del nivel 2.

La presencia de conclusiones (o creencias personales) que sean irrelevantes o que no estén respaldadas por argumentos imposibilitará la concesión del nivel 3.

Criterio E

Muchos alumnos muestran ahora una mayor comprensión de la validez y son capaces de hacer comentarios coherentes y con sentido sobre los procedimientos matemáticos utilizados o de reconocer las limitaciones y de generar una discusión al respecto.

El darse cuenta de la necesidad de utilizar el factor de corrección de Yates a la continuidad (y hacer algún comentario al respecto) o el combinar grupos en la prueba (contraste) de χ^2 es suficiente para este criterio.

A pesar de lo que se afirma en algunos libros de texto, todos los valores esperados tienen que ser mayores o iguales que 5 y la única ocasión en la que se utiliza el factor de corrección de Yates a la continuidad es cuando el número de grados de libertad es igual a 1.

Criterio F

En su conjunto, la estructura de los proyectos fue buena. Sin embargo, ahora este criterio no solo abarca el simple diseño o la presentación del trabajo, sino que también gira en torno al compromiso. En el proyecto ha de quedar patente que para su realización se ha invertido el tiempo necesario (es decir, que se han cumplido las expectativas de compromiso de tiempo); si no, como máximo se le puede conceder un nivel 1.

Algunos alumnos incluyeron generalizaciones que no estaban respaldadas por pruebas, lo que imposibilita que el proyecto resultante sea coherente. Además, la presencia de un gran número de procedimientos repetitivos impide la concesión del nivel 3.

Los gráficos, tablas o procedimientos presentados de manera desordenada también impiden la concesión del nivel 3.

Asimismo, si se presentan muchas páginas llenas de datos primarios o de cálculos hechos mediante software de hojas de cálculo (tipo Excel) es preferible que todo esto se incluya en un apéndice; sin embargo, el no hacerlo no se ha de penalizar.

Cuando haya algún procedimiento que se mencione en la introducción pero que luego no se lleve a cabo (o viceversa) hay que tener cuidado de no penalizar al alumno dos veces por el mismo error.

Criterio G

El número de alumnos que consiguieron la puntuación máxima en este criterio fue sorprendentemente bajo. El nivel concedido con más frecuencia fue 1, debido a la presencia de notación y/o de terminología incorrectas o por no haber definido las variables utilizadas.

Los alumnos que utilizan Excel o capturas de pantalla de la calculadora tienen que ser conscientes de que esta notación no resulta aceptable. Si hay ejemplos de dicha notación es necesario explicarla y corregirla en el cuerpo del texto.

Los alumnos deben evitar utilizar su cámara para hacer fotos de la pantalla de la calculadora.

Los errores tipográficos aislados se perdonan; sin embargo, si el alumno utiliza, por ejemplo, x^2 en vez de x^2 esto se considerará notación deficiente y la máxima puntuación que se podrá conceder será el nivel 1.

Ejemplos de notación:

Notación correcta	Notación incorrecta
x^2	$x \wedge 2$ o $x2$
$x \times 2$ o $2x$	$x * 2$

1.2×10^{-3}	1.2 E-03
χ^2	X^2 • x^2
r^2 : Coeficiente de determinación	r^2 : Coeficiente de correlación
$\sqrt{\frac{2402}{16}}$ • $\sqrt{(2402/16)}$	$\sqrt{2402/16}$ • sqrt.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

- Lea el Informe del Examinador: esto es sumamente importante teniendo en cuenta que hay un nuevo conjunto de criterios.
- Establezca plazos de entrega internos para el proyecto.
- Haga que los alumnos evalúen proyectos anteriores para que entiendan bien en qué consisten los criterios de evaluación.
- Aliente a los alumnos a que incluyan los cálculos hechos a mano, incluso aunque también hayan utilizado medios tecnológicos tales como Excel.
- Ayude a los alumnos a comprender cómo han de abordar la validez.
- Anime a los alumnos a que utilicen al menos dos procedimientos simples en el análisis que vayan a realizar.
- Asegúrese de que el alumno define todas las variables que vaya a utilizar en su proyecto.
- Muestre a los alumnos cómo utilizar el editor de ecuaciones y dónde encontrar el símbolo correspondiente a χ .
- Muestre a los alumnos cómo utilizar la corrección de Yates a la continuidad.
- Compruebe que los alumnos adjuntan todos los datos primarios.
- Explique a los alumnos en qué consiste el muestreo.
- Muestre algunos/todos los cálculos que conducen a los resultados.
- Explique en detalle los motivos para utilizar precisamente los procedimientos matemáticos que se han descrito en el plan y no otros.

Nivel Medio – Prueba uno

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 12	13 - 25	26 - 35	36 - 48	49 - 60	61 - 73	74 - 90

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- Los alumnos tuvieron dificultades para hallar el área de una forma compuesta (dos

triángulos).

- A los alumnos les costó «justificar» sus respuestas e indicar qué representa en ese contexto la pendiente y la intersección con el eje y de una función lineal.
- Constatamos que los alumnos no entienden bien las propiedades de las funciones cuadráticas.
- La pregunta sobre la distribución normal inversa no la hicieron bien.
- A pesar de que en la Prueba 1 con una respuesta correcta se obtiene la máxima puntuación, en aquellas situaciones en las que hizo falta verificar el desarrollo del ejercicio (cuando la respuesta final que dio el alumno era incorrecta) se vio que los alumnos no habían mostrado el desarrollo de manera lógica.

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Los alumnos demostraron una buena comprensión de la estadística descriptiva y de χ^2 .
- Otros puntos fuertes de los alumnos fueron, entre otros, los diagramas de Venn, sustituir valores en una ecuación dada, los tipos de cambio de divisas y la derivada de una potencia.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar cada una de las preguntas

Pregunta 1

Los alumnos supieron hallar el máximo y el rango intercuartil a partir de un diagramas de caja y bigotes y también fueron capaces de identificar la mediana. Sin embargo, muchos no se dieron cuenta de que un 25% de los valores se encuentran entre el cuartil inferior y la mediana y que el 75% de los valores están por encima del cuartil inferior.

Pregunta 2

La mayoría de los alumnos supieron hallar la distancia que hay entre dos puntos, dadas sus coordenadas, pero solo los mejores fueron capaces de hallar el área de la cometa. Para abordar este cálculo emplearon una amplia variedad de métodos distintos; por ejemplo, utilizando la regla del coseno. Al reducir la cometa a dos triángulos, algunos alumnos se decantaron por ABD y BCD en vez de optar por ABC y ACD, que resultan mucho más útiles.

Pregunta 3

Los alumnos fueron capaces de determinar si los datos eran discretos o continuos y de hallar la frecuencia total (número total de gallinas), la moda y la desviación típica utilizando una calculadora. Un número sorprendentemente elevado de alumnos no fueron capaces de hallar la media y la confundieron con la mediana o ignoraron la frecuencia de cada valor (utilizando frecuencia igual a 1).

Pregunta 4

El cambio de divisas es un tema que se vio que los alumnos entendían bien pero con frecuencia redondearon antes de lo debido, truncaron la respuesta u olvidaron seguir las instrucciones, donde se pedía dar la respuesta redondeando a dos lugares decimales. Los alumnos deberían plantear el ejercicio de manera que el examinador pueda seguir el camino que les ha llevado hasta la solución.

Pregunta 5

Muchos alumnos confundieron la proposición recíproca con la proposición contraria. Algunos alumnos supieron rellenar correctamente la tabla de verdad; hubo otros que parecía que habían ido escribiendo V y F de manera aleatoria. Para poder conseguir el punto por razonamiento los alumnos tienen que dar una descripción clara y explícita de por qué dos proposiciones son equivalentes desde el punto de vista de la lógica; es decir, han de indicar qué columnas de la tabla de verdad están comparando. Los alumnos perdieron los dos puntos finales por dar respuestas vagas, del tipo «son lo mismo».

Pregunta 6

A muchos alumnos se les olvidó restar el valor principal para hallar los intereses. Además, muchos alumnos olvidaron redondear la respuesta para darla con el grado de exactitud que se había indicado en la pregunta.

Pregunta 7

Hubo pocos alumnos que supieran indicar qué representan en ese contexto los distintos parámetros de una función lineal. Aquellos que plantearon correctamente las ecuaciones fueron luego capaces de hallar los parámetros correctamente.

Pregunta 8

Hubo varios alumnos que no sabían lo que era un rombo. Comprobamos que el concepto de intersección [de conjuntos] lo entienden mejor que el concepto de complementario.

Pregunta 9

Los alumnos fueron capaces de escribir las ecuaciones del perímetro y del área de un rectángulo. Sin embargo, partiendo de los valores numéricos del perímetro y del área fueron luego incapaces de hallar las dimensiones del rectángulo, o directamente dejaron este apartado sin contestar. Lo que sí que hicieron bien fue hallar el área de un rectángulo pequeño como porcentaje del área de un triángulo más grande.

Pregunta 10

La pregunta sobre χ^2 la respondieron bien, aunque los alumnos más flojos confundieron independencia con correlación y también nivel de significación con valor crítico.

Pregunta 11

Muchos alumnos fueron capaces de hallar la intersección con el eje x de una función lineal ($f(x)$) y también la intersección con el eje y de una función exponencial ($g(x)$). Sin embargo, muchos dieron las coordenadas del punto de intersección de estas dos funciones cuando se les pidió que resolvieran $f(x) = g(x)$. Solo los mejores de entre los mejores supieron hallar correctamente el intervalo en el cual $f(x) > g(x)$.

Pregunta 12

Lo de hallar la probabilidad a partir de una distribución normal lo resolvieron bien, pero solo los mejores alumnos fueron capaces de hallar el valor esperado y la normal inversa.

Pregunta 13

Por lo general se vio que la función exponencial la entendían bien. Muchos alumnos trataron de utilizar logaritmos en vez de usar la calculadora.

Pregunta 14

Muy pocos alumnos dibujaron correctamente el eje de simetría (cuya ecuación estaba incluida en el enunciado) y dibujaron una recta horizontal en vez de una recta vertical. La calidad de las parábolas que dibujaron fue bastante deficiente. Se vio que los alumnos no entendían bien las propiedades de las funciones cuadráticas. Esta fue la pregunta que más les costó o más dificultades les planteó.

Pregunta 15

La mayoría de los alumnos supieron derivar correctamente la función cuadrática. Muchos utilizaron la función original (en vez de la pendiente) para hallar el valor de a .

Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

- Es importante que los alumnos escriban todos los pasos que han seguido para hallar las respuestas; no basta con decir «he utilizado la calculadora de pantalla gráfica». Por ejemplo, el desarrollo que se espera ver cuando se les pide que hallen la media es:

$$\frac{1 \times 4 + 2 \times 7 + 3 \times 12 + 4 \times 10 + 5 \times 14 + 6 \times 13}{60}$$

- A los alumnos les planteó dificultades el concepto de «Justificar» y la interpretación del contexto. Los alumnos deberían practicar haciendo problemas en los que la información se dé de manera descriptiva, en vez de mediante una ecuación, como en la pregunta de la función cuadrática.

Comentarios adicionales

Algunos alumnos no sabían utilizar la calculadora; por ejemplo, para resolver una ecuación exponencial. Los profesores deberían explicar a los alumnos que la calculadora de pantalla gráfica también se puede utilizar para hallar las características de un gráfico y para aplicaciones estadísticas, como la distribución normal.

Los examinadores no pueden obviar o perdonar los errores cometidos por los alumnos al meter los datos en la calculadora, por lo que los alumnos deberían comprobar con atención los valores que meten para no sacar un cero en este tipo de preguntas.

Los alumnos deberían asegurarse de que han leído las instrucciones y deberían comprobar que han dado las respuestas con el grado de precisión apropiado.

A los alumnos se les debería alentar a que muestren todo el desarrollo del ejercicio (cálculos y razonamientos), porque sin esto no se pueden conceder puntos por arrastre de error.

Nivel Medio – Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 13	14 - 26	27 - 36	37 - 46	47 - 56	57 - 66	67 - 90

Comentarios generales

La mayoría de los alumnos demostraron tener un buen conocimiento del material de la asignatura y la capacidad de aplicar dichos conocimientos para responder a las preguntas del examen.

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

Las siguientes tareas plantearon notables dificultades a los alumnos: Calcular la probabilidad condicionada, dibujar con exactitud una recta de regresión, geometría de coordenadas, análisis en contexto, utilizar en un contexto dado las fórmulas de la progresión aritmética, utilizar la derivada de una función dada para una tarea de optimización y utilizar el álgebra y realizar manipulaciones algebraicas. A los alumnos les costó resolver los apartados de las preguntas 3, 4, y 6 donde había que «Mostrar que» un enunciado dado era verdadero. Muchos tuvieron problemas con las propiedades geométricas de la superficie curva de un cono: Muchos alumnos tuvieron dificultades para interpretar las preguntas contextuales (las formuladas dentro de un contexto concreto). Algunos alumnos tuvieron cero puntos por dar una respuesta incorrecta sin incluir el desarrollo (cálculos y razonamientos) del ejercicio.

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos incluyeron un desarrollo detallado (razonamiento y cálculos) de los ejercicios, de modo que se pudieron otorgar puntos de arrastre de error y puntos de método aun cuando había algunos apartados que eran incorrectos. Muchos exámenes escritos estaban muy bien presentados, aunque todavía hay alumnos que no organizan con cuidado y esmero el desarrollo de los ejercicios (cálculos, razonamiento,..) en las hojas de examen. Se vio que habían entendido bien los siguientes temas: dibujar un diagrama de dispersión, calcular e interpretar el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson, hallar y utilizar la ecuación de la recta de regresión, calcular el porcentaje de error, interpretar y utilizar un diagrama de árbol para calcular probabilidades compuestas, la geometría del círculo y del triángulo rectángulo y la pendiente de una recta y de la recta perpendicular. Por lo general se utilizaron correctamente los siguientes conceptos: Teorema del seno y teorema del coseno para calcular el ángulo y el lado que faltan en un triángulo, la fórmula del área de un triángulo, la fórmula para calcular el término n -ésimo de una progresión aritmética y la fórmula de la suma de los n primeros términos de una serie aritmética. Muy pocos alumnos cometieron errores al redondear las respuestas. Aparentemente el redondeo anticipado (antes de tiempo) no fue una fuente de errores importante en los problemas que constaban de varios pasos/apartados. Los alumnos se mostraron competentes en el uso de las distintas prestaciones de la calculadora de pantalla gráfica. Aquellos que sí utilizaron la calculadora de pantalla gráfica incluyeron también el desarrollo del ejercicio. Casi siempre se incluyeron las unidades de medida correctas. La mayoría de los alumnos fueron capaces de demostrar un buen conocimiento de los conceptos matemáticos aprendidos y de sus aplicaciones.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar cada una de las preguntas

Pregunta 1: Diagrama de dispersión y recta de regresión.

La mayoría de los alumnos dibujaron el diagrama de dispersión con mucho cuidado y atención. Rotularon los ejes y los datos dados se situaron con mucha exactitud en el diagrama. La mayoría fueron capaces de utilizar la calculadora de pantalla gráfica para hallar correctamente el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson y la ecuación de la recta de regresión con la variable T (temperatura). La temperatura del aire se halló sustituyendo 70 en la ecuación; no hubo ningún alumno que utilizara el gráfico para hallar este valor. Aunque la mayoría utilizaron la regla para dibujar la recta de regresión, hubo mucho que no intentaron resolver este apartado o que se limitaron a dibujar una curva por medio de los puntos del diagrama. En muchos casos la recta de regresión no pasaba por el punto correspondiente a la media ni tampoco era correcta la intersección con el eje y . En la mayoría de los casos los alumnos sustituyeron los valores correctos en la fórmula del porcentaje de error y obtuvieron la máxima puntuación en este apartado.

Pregunta 2: Probabilidad

La mayoría de los alumnos resolvieron bien el apartado (a). Los apartados (b)(i) y (b)(iii) también los hicieron bien, pero algunos alumnos tuvieron problemas para resolver el apartado (b)(ii). La mayoría de los alumnos hicieron correctamente la comparación de resultados del apartado (c) y supieron juzgar correctamente la afirmación de Sonia. Algunos alumnos, para emitir su conclusión, se basaron en el número total de caminos que habían contado que llevaban a una trampa, sin pararse a evaluar la afirmación de Sonia de un modo crítico. Las respuestas al apartado (d) de esta pregunta fueron particularmente flojas; de hecho, muchos alumnos no fueron capaces de darse cuenta que se trataba de probabilidad condicionada y de calcularla. Una respuesta incorrecta que se vio con frecuencia fue $1/3$.

Pregunta 3: geometría de sólidos y análisis

Muy pocos alumnos lograron la máxima puntuación en la pregunta de tipo «Muestre que» del apartado (a). Hubo muchos alumnos que no igualaron el área de la superficie curva del cono al área de un semicírculo de $39,27 \text{ m}^2$. Fue habitual que el alumno sustituyera el valor de la generatriz (dado en el enunciado) en la fórmula de la superficie del cono y que utilizara este resultado para hallar el área de la base. Aquellos que sí que utilizaron la fórmula del área del semicírculo utilizaron la variable r , en lugar de l . Aunque los alumnos no siempre trataron de resolver los apartados (b)(i) y (ii), en (b)(iii) la mayoría utilizaron el teorema de Pitágoras, hallando así correctamente la altura del cono. En el apartado (c) hubo muchos alumnos que no fueron capaces de escribir explícitamente la expresión correspondiente a la altura del cono. Además, en el apartado (d), pocos alumnos lograron mostrar correctamente cómo se podía expresar el volumen en función de r . Los alumnos que sí que consiguieron escribir una expresión correcta para h con frecuencia olvidaron los paréntesis a la hora de sustituir el valor de h en la ecuación del volumen, con lo que perdieron el punto asignado a este apartado. Muchos alumnos abordaron bien el apartado (e), donde había que hallar la derivada. Aunque la mayoría de los alumnos lo hicieron bien en este apartado, algunos reemplazaron π por 3,14 y perdieron un punto por precisión insuficiente. En el apartado (f) muchos de los alumnos que sí que igualaron la derivada a cero luego hallaron correctamente el valor de r y el volumen máximo correspondiente. No obstante, hubo algunos alumnos que sustituyeron el valor de r en la derivada, en lugar de en la expresión del volumen, y perdieron por ello los puntos asignados a (f)(ii).

Pregunta 4: geometría de planos y trigonometría

El apartado (a)(i) en general lo hicieron bien y utilizaron correctamente el teorema del coseno para hallar el tamaño del ángulo ACB. Aunque la mayoría de los alumnos parecían entender la congruencia de los ángulos ACB y DCE, muchos tuvieron dificultades para transmitir estos conocimientos. Algunos alumnos dedujeron incorrectamente que AB y DE eran paralelos y muy poco consiguieron aportar suficientes razones como para ganarse el último punto del apartado (a)(ii). En el apartado (b)(i) a muchos alumnos les costó utilizar el álgebra para hallar el tamaño del ángulo DEC. En el apartado (b)(ii), por lo general los alumnos sustituyeron los valores apropiados en el teorema del seno. La fórmula del área casi siempre fue utilizada correctamente en el apartado (c), pero no todos los alumnos utilizaron el ángulo correcto (de entre los que se incluían en el enunciado). Algunos alumnos utilizaron métodos alternativos, como obtener primero la altitud respecto al lado DE con el fin de hallar luego la

longitud de DE. Por lo general se incluyeron las unidades de medida correctas en todos los cálculos.

Pregunta 5: Progresiones/series aritméticas

Aparentemente hubo muchos alumnos que no leyeron con detenimiento la pregunta y que interpretaron incorrectamente lo que significa *recoger* una calabaza. Como resultado de ese error muchos alumnos dieron las medias distancias como respuesta en los apartados (a), (b)(i), (b)(ii) y (c). En el apartado (a) una respuesta habitual fue 3. Muchos alumnos trabajaron con medias distancias durante toda la pregunta, pero consiguieron obtener puntos por arrastre de error en los apartados posteriores. En el apartado (d) muchos alumnos fueron capaces de sustituir correctamente sus valores en la fórmula de la serie aritmética. Como sucedió en anteriores convocatorias de exámenes, en el apartado (e) a los alumnos les costó resolver para n (siendo n el número de términos de una serie aritmética). Entre los errores más habituales estuvieron: simplificar de manera incorrecta la expresión cuadrática, aceptar un valor de n que no fuera entero, o redondear al alza (en vez de a la baja) el valor de n encontrado. En el apartado (f) las respuestas fueron con frecuencia bastante flojas. Los alumnos arrastraron su valor de n desde el apartado (d) al apartado (f) pero muy pocos de ellos lograron hallar la distancia de la salida a la que se encuentra Peter.

Pregunta 6: geometría de coordenadas y álgebra

Los apartados (a), (b) y (c)(i) por lo general los respondieron correctamente. Muy pocos alumnos fueron capaces de obtener la máxima puntuación en la pregunta de tipo «Muestre que» del apartado (c)(ii); algunos consiguieron el punto de método por sustituir la pendiente calculada en la ecuación de la recta. La mayoría no supieron elegir la estrategia correcta a la hora de hallar la ecuación de la recta AB. Algunos alumnos trataron de utilizar la ecuación que se les había proporcionado en el enunciado. Algunos obtuvieron una ecuación sin simplificar para la recta AB, pero luego se mostraron incapaces de manipularla algebraicamente y de simplificarla hasta llegar a la ecuación dada. En el apartado (d)(i), algunos alumnos hallaron el área del triángulo OBC, pero luego les costó utilizar la geometría de coordenadas para escribir y resolver la expresión no numérica del apartado (d)(ii). El apartado (e) lo abordaron de manera bastante deficiente y de entre aquellos alumnos que sí lo abordaron, muy pocos de ellos incluyeron algún tipo de desarrollo a la hora de hallar el valor de a .

Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Esté preparado para trabajar las preguntas contextuales provenientes de distintas partes del programa de estudios:

Los alumnos deberían leer detenidamente las preguntas de los exámenes y anotar los datos que se les da en cada pregunta. Que utilicen diagramas y bosquejos para ilustrar la información siempre que sea posible. Es necesario alentar a los alumnos a que interpreten las preguntas y a que entiendan bien los conceptos y el razonamiento que subyacen a los

algoritmos utilizados. Deberían centrarse en descubrir las matemáticas que se esconden en las descripciones de situaciones de la vida real.

Conozca los términos de instrucción:

Los alumnos deben conocer todos los términos de instrucción, de modo que sepan qué acción deben llevar a cabo. Deberían entender el significado del término «Muestre que», la diferencia que existe entre «Muestre que» y «Compruebe que», y también han de saber que con la instrucción «Muestre que» los alumnos tienen que indicar tanto la respuesta sin redondear como la respuesta redondeada que se pide. Asimismo, tienen que conocer la diferencia entre «dibujar aproximadamente un gráfico» y «dibujar con precisión un gráfico», de modo que inviertan el esfuerzo adecuado en cada tarea. Con el término de instrucción «Dibujar con precisión» es necesario dibujar un gráfico de manera muy exacta, se ha de utilizar una escala apropiada y se han de rotular los ejes. Las rectas se han de dibujar con regla.

Hay que incluir el desarrollo del ejercicio y hay que indicar mediante un rótulo a qué apartado de la pregunta se esté respondiendo:

En cada pregunta se deben mostrar todos los cálculos y razonamientos pertinentes. Se pueden conceder puntos de arrastre de error allí donde resulte apropiado. Es necesario rotular correctamente el examen tanto para que el alumno pueda hacer un repaso rápido al finalizar el examen, como para facilitar la tarea a los examinadores cuando vayan a revisar y puntuar el trabajo del alumno. Cada pregunta se ha de empezar en una página nueva.

Hay que usar la calculadora de pantalla gráfica de modo más eficaz:

Hay que entender bien todas las funciones relevantes de la calculadora de pantalla gráfica y las distintas maneras de utilizarla. No es necesario explicar cómo se utilizó la calculadora de pantalla gráfica (es decir; qué teclas se pulsaron, etc.) Es necesario alentar a los alumnos a que utilicen la calculadora de pantalla gráfica durante todo el curso y para toda la asignatura. Los alumnos deberían saber cómo se utilizan las funciones/características avanzadas de la calculadora de pantalla gráfica. Hay que tener cuidado de elegir una ventana para gráficos apropiada. Si no lo hace cabe la posibilidad que el alumno no logre identificar las características importantes de la función. Es fundamental que el alumno esté familiarizado con el uso de la calculadora para representar gráficamente funciones poco habituales y para resolver ecuaciones.

Hay que comprobar las respuestas detenidamente:

Se les debe recordar a los alumnos que han de comprobar las respuestas para asegurarse de que sean razonables dentro del contexto de esa pregunta.

Hay que prestar atención al grado de precisión que se pide para cada respuesta

Se les debe recordar a los alumnos que han de dar las respuestas con el grado de precisión que se indica en la pregunta, o 3 cifras significativas si no se ha indicado nada explícitamente. Tiene que entender también cuántos puntos pueden perder si no lo hacen. Redondear un valor antes de tiempo puede ser un problema en aquellas preguntas que constan de varios apartados; los alumnos tienen que tenerlo presente.

Hay que aprender a escribir justificaciones claras, sucintas y bien razonadas:

Es importante que los alumnos aprendan a comunicarse con claridad. Los profesores deberían enseñarles a los alumnos cómo se extraen conclusiones y cómo se escribe una justificación clara, sucinta y bien razonada que avale dichas conclusiones. Los alumnos deberían estar familiarizados con la terminología que resulta apropiada para cada área de la asignatura; esto es especialmente importante cuando se les pide que expliquen su razonamiento o que aporten justificaciones.

Hay que repasar exámenes de otros años:

Los alumnos deben familiarizarse con exámenes de años anteriores, con su formato y con los términos clave que se utilizan. Sería bueno pedirles a los alumnos que dediquen a cada pregunta un periodo de tiempo determinado, para que así aprendan a gestionarse el tiempo durante los exámenes.