

Informe general de la asignatura  
Noviembre de 2012

## ESTUDIOS MATEMÁTICOS

### Bandas de calificación de la asignatura

#### Nivel Medio

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0–16	17–31	32–44	45–57	58–70	71–82	83–100

### Evaluación interna

#### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0–4	5–6	7–8	9–11	12–14	15–16	17–20

#### Ámbito y adecuación del trabajo entregado

En esta sesión parece haberse producido una caída general en el nivel de los alumnos, muchos de los cuales han presentado proyectos cortos y apresurados que no responden satisfactoriamente a las 20 horas de trabajo de clase ni a la cantidad similar de tiempo de tareas a realizar en casa. También hubo alumnos que presentaron un proyecto incompleto de una o dos páginas con el fin de evitar ser descalificados para la obtención del diploma.

La mayoría de los alumnos eligió un proyecto de estadística. Otro tipo de proyectos como los de utilización de modelos, optimización, probabilidad, trigonometría, series o matemáticas financieras fueron escasos y difíciles de encontrar. Los temas de los proyectos eran generalmente adecuados y la mayoría tenía un título. La claridad en el enunciado de la tarea, así como en los detalles de la planificación fue diversa. Es importante que el alumno redacte un plan claro explicando lo que va a hacer, los procedimientos matemáticos que va a utilizar en el proyecto, y que exponga las razones por las que va a utilizar esos procedimientos. Esto le ayudará a centrarse y evitará que incluya en su proyecto procedimientos no pertinentes.

Casi todos los proyectos incluían datos que variaban en cantidad de unos pocos datos a cientos de datos. Es necesario observar que disponer de muchos datos no siempre significa que los datos sean de calidad. Sin embargo, en esta sesión hubo varios ejemplos de proyectos con datos de gran calidad. Algunos alumnos no incluyeron los datos primarios. Esto impide al moderador comprobar si las tablas se establecen de forma correcta o si los procedimientos matemáticos son adecuados. Además, algunos alumnos olvidaron adjuntar

una copia de su cuestionario o encuesta. Cuando el alumno utiliza una muestra de datos aleatoria, debe dar una explicación del método utilizado para seleccionar la muestra.

Los procedimientos matemáticos simples se realizaron a menudo haciendo uso de la tecnología sin ofrecer ninguna explicación. El alumno debe dar un ejemplo de cómo hallar una media o mostrar la forma de calcular los ángulos para cada sector de un gráfico circular. Unos cuantos alumnos no incluyeron ninguno de los procedimientos simples, saltando directamente a una prueba de chi-cuadrado y, por tanto, su prueba de chi-cuadrado fue considerada como su primer procedimiento simple, por lo que no obtuvieron una buena puntuación en el criterio C.

Los principales errores en los procedimientos complejos fueron, como siempre, en la prueba de chi-cuadrado (no establecer la hipótesis nula, porcentajes de los datos primarios en lugar de las frecuencias en la tabla de valores observados, demasiadas entradas menores que 5 en la tabla de valores esperados) y en la regresión (dibujar o calcular la recta de regresión con coeficientes de correlación débiles). Hubo un excesivo uso de la tecnología ofreciendo con frecuencia resultados sin un desarrollo, interpretación o justificación. El profesor debe aconsejar la presencia de algunos desarrollos, ya que es difícil para el moderador verificar si los alumnos saben lo que están haciendo. La mayoría de los proyectos tenían al menos una interpretación que era coherente con el análisis. Actualmente, muchos alumnos son capaces de obtener un punto por la validez, pero muy pocos consiguen la calificación más alta en este criterio. Generalmente, los proyectos tienen cierta estructura, pero no siempre la notación y terminología adecuadas.

Las recomendaciones a los alumnos varían de un colegio a otro, así como también la calidad de los comentarios de los profesores en los formularios 5/PJCS. Es importante que el profesor escriba un comentario siguiendo cada uno de los criterios de evaluación, explicando por qué han obtenido la calificación, ya que esto es de gran ayuda durante el proceso de moderación. Los profesores también deben escribir comentarios sobre el proyecto y comprobar la exactitud de los procedimientos matemáticos.

## **Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio**

### **Criterio A**

Muchos alumnos consiguieron dos puntos en este criterio. Los que no obtuvieron dos puntos normalmente no tenían un plan claro que describiese lo que iban a hacer, o su proyecto carecía de título. Los profesores deben insistir en la importancia de redactar un enunciado claro de la tarea y un plan claro y detallado de la forma en que van a lograr lo establecido en ese enunciado. Esto hace que el alumno se centre y, generalmente, da como resultado un proyecto claro y que sigue un orden lógico.

### **Criterio B**

Muchos alumnos recopilaron datos que eran apropiados para su proyecto, pero esto no siempre fue suficiente para llevar a cabo los procedimientos matemáticos enunciados en la tarea, ni tampoco fueron siempre datos de buena calidad. Pocos alumnos describieron su método para seleccionar la muestra, y los profesores deben insistir más en esto. Los alumnos que utilizan datos de Internet o de otras fuentes secundarias deben también recordar que tienen que identificar la fuente en su bibliografía. Todos los datos primarios se deben incluir en el proyecto, para que el moderador compruebe la exactitud de las tablas y de los procedimientos matemáticos. Los datos que son demasiado sencillos tienen un golpe

de efecto en todo el proyecto, pues limitan los procedimientos matemáticos que pueden aplicarse, las interpretaciones y la comunicación.

### **Criterio C**

En muchos de los proyectos los procedimientos matemáticos simples se realizaron utilizando la tecnología. Estos procedimientos tales como el cálculo de la media, mediana o gráficos de sectores podrían haber sido desarrollados a mano, mostrando al moderador que el alumno sabía lo que estaba haciendo. Algunos alumnos no mostraron ningún procedimiento matemático simple, sino sólo una prueba de chi-cuadrado o una recta de regresión. Cuando no aparecen procedimientos simples, entonces el primer procedimiento complejo se cuenta como simple. Es importante que el alumno tenga esto en cuenta. Como se mencionó anteriormente, los alumnos todavía cometen muchos errores en la prueba de chi-cuadrado y dibujan rectas de regresión en diagramas donde existe muy poca correlación o ninguna. Esto hace que el procedimiento no sea pertinente y que la calificación en este criterio sea más baja.

### **Criterio D**

El proyecto fluye mejor si se establecen conclusiones parciales después de cada procedimiento matemático, y se da una conclusión general al final. La mayoría de los alumnos consiguió establecer al menos una interpretación que era coherente con su análisis, pero pocos pudieron presentar explicaciones detalladas de sus cálculos, generalmente debido al hecho de que el proyecto era demasiado simple. Algunos alumnos intentaron justificar sus resultados basándose en sus creencias personales en lugar de hacerlo basándose en los procedimientos matemáticos que habían realizado.

### **Criterio E**

Los alumnos hacen ahora más comentarios sobre la recopilación de los datos y sobre sus resultados, y dan sugerencias para ampliaciones o mejoras. Pocos son capaces de comentar con éxito sobre la validez de los procedimientos matemáticos que han utilizado a lo largo de su proyecto.

### **Criterio F**

Muchos proyectos tienen una estructura razonable, pero debido a errores de notación y terminología sólo reciben 1 punto en este criterio. Los errores más comunes son: \* para el producto, ^ para elevado a,  $\chi^2$  para el símbolo de chi-cuadrado, E para 10 elevado a..., confundir el coeficiente de correlación con el coeficiente de determinación.

### **Criterio G**

La mayoría de los profesores lo aplica correctamente. Algunos colegios abusan de este criterio y dan a todos los alumnos la calificación más alta con independencia de la calidad del proyecto.

## **Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

Los profesores pueden ayudar a sus alumnos de muchas formas:

- Asegúrese de leer el informe de la asignatura.

- Asegúrese de conocer (y comprender) los criterios de evaluación.
- Recuerde a sus alumnos que el proyecto es un trabajo importante y ha de reflejar un compromiso de tiempo y esfuerzo.
- Anímeles a idear su propia tarea y a explicar bien el plan, ya que ello centra la tarea.
- Ofrezcales ejemplos de “buenos” proyectos, para que sepan lo que se espera de ellos.
- La evaluación entre compañeros es una magnífica herramienta. Permita que los alumnos moderen sus proyectos entre sí.
- Compruebe que los procedimientos matemáticos utilizados en el proyecto son pertinentes.
- Anime a los alumnos a utilizar más procedimientos matemáticos complejos.
- Enseñe a los alumnos el significado y las limitaciones de las técnicas estadísticas.
- Recuerde a los alumnos que utilicen sólo frecuencias si están utilizando la prueba de chi-cuadrado para el análisis, y que comprueben que los valores esperados son menores que 5.
- Si los alumnos hacen uso de la tecnología, entonces recuérdelos que deben dar un ejemplo desarrollado a mano de lo que están haciendo antes de empezar a realizar operaciones con la calculadora.
- Anime a los alumnos a prestar más atención a detalles como etiquetas y escalas en los gráficos, errores de ortografía, errores tipográficos y notación de computadores.
- Insista en la importancia de cumplir los plazos.
- Informe a sus alumnos sobre las técnicas de muestreo.
- Recuérdelos que incluyan todos los datos primarios en un anexo o como parte de la tarea.
- Muestre a los alumnos cómo utilizar el editor de ecuaciones o MathType.
- Recuérdelos la importancia de incluir procedimientos matemáticos simples en el proyecto.
- Compruebe las operaciones en cada proyecto.
- Envíe el trabajo original del alumno al moderador.
- Reúnase con los alumnos periódicamente para monitorizar el progreso del proyecto.
- Escriba un comentario para justificar cada nivel de logro concedido.

## Prueba 1

### Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0–14	15–28	29–43	44–54	55–66	67–77	78–90

### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- Área superficial del cilindro
- El recíproco de un enunciado lógico
- Ecuación del eje de simetría de una función cuadrática
- Uso de los valores centrales de los intervalos para hallar una estimación de la media
- Uso de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo en figuras en el espacio
- Funciones periódicas
- Interés compuesto
- Análisis (máximos y mínimos locales)

### Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Diagramas de tallos y hojas
- Progresiones aritméticas y geométricas
- Notación científica y porcentajes de error
- Conversión de monedas
- Ecuación y pendiente de una recta
- Uso de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo en el plano

### Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

#### Pregunta 1: Diagramas de tallos y hojas

Hubo ciertos indicios que sugieren que esto no se había explicado bien en algunos centros, ya que en varios exámenes aparecían diagramas de caja y bigote o simplemente una lista ordenada. En el apartado a), la falta de una clave para el diagrama de tallos y hojas mostró la dificultad encontrada por una minoría significativa de alumnos. Con independencia de que

el diagrama fuese incorrecto, prácticamente todos los alumnos identificaron correctamente la mediana en el apartado b). En el último apartado, 17 resultó ser la respuesta más frecuente (aunque incorrecta). Claramente,  $Q_3$  fue identificada incorrectamente como 117 por un número significativo de alumnos.

### **Pregunta 2: Progresión aritmética**

El excelente trabajo en general de los apartados a) y b) muestra que muchos centros han preparado bien a sus alumnos para los problemas de progresiones aritméticas. En el apartado c), sin embargo, hubo un uso incorrecto de la expresión  $S_n = n/2$  {primer término + último término}, con el cálculo incorrecto  $\frac{250}{2}\{3 + 250\}$  en un número significativo de exámenes.

### **Pregunta 3: Media, notación científica y porcentajes de error**

Otra pregunta bien contestada, donde los alumnos mostraron una buena comprensión de la notación científica y hubo muchas respuestas correctas en los apartados a) y b). Aunque se da la fórmula para el porcentaje de error, todavía hubo una minoría de alumnos que dividió por 105 en lugar del valor requerido de 104,9.

### **Pregunta 4: Mediciones**

En esta pregunta hubo dos errores comunes identificados en varios exámenes. En el apartado a), la mayoría de los alumnos escribió correctamente  $\pi r^2 = 8$ , pero un número significativo escribió a continuación  $r = 2,55$  (olvidando hacer la raíz cuadrada). Estos alumnos pudieron recuperarse en los siguientes apartados de la pregunta con la calificación permitida por seguimiento, pero en el apartado c) muchos perdieron la calificación del método y la exactitud final, por métodos incompletos en el cálculo de la superficie del cilindro. El no sumar la superficie de una o las dos tapas del cilindro dio como resultado la pérdida de los dos últimos puntos.

### **Pregunta 5: Frecuencia acumulada**

Los alumnos que dibujaron sobre la gráfica rectas verticales u horizontales en las posiciones correctas consiguieron los tres puntos por el método en esta pregunta, donde en los apartados a) y b) se aceptó un rango de respuestas. El error más común en esta pregunta estuvo en el apartado a), donde se dibujó la recta vertical en el 49% llevando a un valor fuera del rango aceptable de 190–200. Los alumnos han de saber leer valores de una curva de frecuencia acumulada continua en los valores críticos dados (en este caso el 50%). En el apartado b), una respuesta incorrecta bastante frecuente fue 350, que era simplemente el número de alumnos que habían obtenido una calificación inferior a C, en lugar del número de los que habían alcanzado una calificación C o superior. En una minoría de exámenes, la respuesta 90 reflejó la interpretación errónea del alumno del requisito de la pregunta como "sólo la calificación C". En el apartado c), se requería la respuesta numérica 60, perdiendo este último punto si la respuesta era únicamente "Calificación C".

Hubo un error en la traducción al español de la pregunta 5, que se descubrió antes de corregir. Se informó al examinador principal y se abordó esta desafortunada situación al corregir y calificar con el fin de asegurar que ningún alumno estuviese en desventaja.

### **Pregunta 6: Progresión geométrica**

En el apartado a), la respuesta 1,1025 fue muy frecuente, pero incorrecta. De modo similar a lo ocurrido en la pregunta 4, estos alumnos no calcularon la raíz cuadrada. Aunque estos alumnos perdieron los puntos por la exactitud, el excelente trabajo en general en esta pregunta refleja lo bien entrenados que están la mayoría de los alumnos en los trabajos con progresiones tanto aritméticas como geométricas.

### **Pregunta 7: Conversión de monedas**

Los alumnos contestaron generalmente bien a esta pregunta, y la mayoría usó correctamente las conversiones de monedas (multiplicando en el apartado a) y dividiendo en el apartado b)), y calcularon correctamente la comisión, en la mayor parte de los casos, en el apartado b). En unos pocos exámenes, los alumnos fallaron al redondear incorrectamente una o ambas respuestas a dos cifras decimales, y en consecuencia perdieron un punto.

### **Pregunta 8: Pendientes, rectas perpendiculares y ecuación de la recta en el plano**

La mayoría de los alumnos supieron dar la pendiente de la recta en el apartado a), pero la respuesta correcta para la pendiente de la recta perpendicular en el apartado b) i) resultó menos frecuente. Sin embargo, muchos se recuperaron en el resto de la pregunta al saber hallar la ecuación de una recta dada su pendiente y las coordenadas de uno de sus puntos, aunque, en algunos casos, no siempre mostraron un desarrollo claro. Una minoría significativa de alumnos, que intentaron sustituir (4, 5) en la ecuación  $y = mx + c$ , identificaron incorrectamente el valor de  $c$  como 5.

### **Pregunta 9: Lógica**

En el apartado a) alguna vez no aparecía '*if...then...*', pero generalmente estuvo bien hecho. El apartado b) también estuvo bien hecho, a pesar de la escasez en las pruebas anteriores del *o exclusivo*. En el apartado c), hallar el recíproco de un enunciado resultó difícil para un número significativo de alumnos, apareciendo con mayor frecuencia respuestas incorrectas del tipo  $q \Rightarrow \neg p$  que la respuesta correcta. Tales respuestas incorrectas conllevaron la pérdida de dos puntos.

### **Pregunta 10: La función cuadrática**

Esta pregunta resultó ser un buen elemento discriminador, y un número significativo de alumnos obtuvo como mucho uno o dos puntos en el apartado a). El apartado b) había aparecido en la serie de exámenes de mayo de 2012, pero se repitieron aquí los mismos errores que entonces. Muchos alumnos dieron la ecuación del eje de simetría en función de  $y$  en lugar de  $x$ , o simplemente dieron un número en lugar de la expresión de la ecuación. En el apartado c), las expresiones para el rango requerido no fueron mucho mejores, con gran confusión de nuevo entre las variables  $x$  e  $y$ . Se requería una inecuación estricta en el vértice, y cuando esto no estaba indicado conllevó la pérdida de un punto. Se aceptaron, por supuesto, formas alternativas para expresar el rango, tales como  $(-\infty, 5,125]$ .

### **Pregunta 11: Distribución de frecuencias agrupadas**

Generalmente, los alumnos hicieron bien el apartado a), pero en el apartado b), a algunos alumnos les resultó difícil dar el valor central del intervalo de una clase, y hubo muchas respuestas incorrectas de 7,5. En el apartado c) fueron frecuentes, aunque incorrectas, las respuestas 15,5 y 16. El error parece haberse producido como resultado de sumar los

valores centrales de los intervalos y dividir por 7, en lugar del total de las frecuencias. Hubo mucha confusión sobre el significado de “al menos” en el apartado d) y, en consecuencia, hubo muchas respuestas erróneas de 117 ( $30 + 26 + 29 + 32$ ) consideradas como si fueran respuestas correctas.

### **Pregunta 12: Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo**

Esta pregunta aparentó ser un buen elemento discriminador, permitiendo que la mayoría de los alumnos obtuvieran una buena puntuación al menos en el apartado a). Los desafíos surgieron en el resto de la pregunta, donde los alumnos tenían que abordar el problema en el espacio de 3 dimensiones. De hecho, un número significativo de alumnos identificó correctamente las longitudes requeridas en el apartado b) y, a condición de utilizar correctamente el teorema de Pitágoras, obtuvieron los puntos de este apartado de la pregunta. Sin embargo, en el apartado c), eligieron invariablemente el triángulo equivocado, resultando los triángulos BMF y BAF los más frecuentemente elegidos, aunque incorrectos.

### **Pregunta 13: Función periódica**

En el apartado a), los alumnos realizaron razonablemente bien el cálculo de  $a$  y  $c$ . Sin embargo, muchos alumnos escribieron simplemente 120 como respuesta para  $b$ . En el apartado b), aparecieron muchas respuestas que estaban fuera del rango requerido para  $x$ . Aunque en este apartado de la pregunta no se asignaban puntos por el método, se hizo el seguimiento de los valores incorrectos de los alumnos en el apartado a) a través del apartado b). Sólo los alumnos muy buenos consiguieron hacer correctamente esta pregunta.

### **Pregunta 14: Interés simple y compuesto**

En el apartado a), 10 resultó ser una respuesta tan frecuente como la respuesta correcta, debido a que la expresión “la inversión se duplica” parece que fue interpretada por algunos alumnos como que el interés se duplicaba a 24 000. Los alumnos que mostraron el desarrollo del trabajo obtuvieron 2 de los 3 puntos por esta interpretación errónea. En el apartado b), la presentación de cualquier forma correcta de sustitución en la fórmula del interés compuesto llevó a un número significativo de alumnos que obtuvo aquí al menos un punto por el método. Con frecuencia, sin embargo, se hizo mal la sustitución en la fórmula, o no se igualó correctamente a 45 000, y se perdieron los puntos correspondientes.

### **Pregunta 15: Análisis**

Muchos alumnos perdieron un punto en el apartado a) al no darse cuenta de que la derivada de  $x$  es 1. En consecuencia,  $15x^2 - 8x$  resultó ser una respuesta frecuente. Muy pocos alumnos obtuvieron la calificación del apartado b) por hallar el máximo y el mínimo. Aunque la pregunta indicaba que había que utilizar el resultado del apartado a), muy pocos alumnos igualaron la derivada a cero, por lo que habrían obtenido un punto. Parece que muchos alumnos intentaron usar la calculadora para hallar las coordenadas, pero no pudieron hallar cuál era el máximo y cuál era el mínimo.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Se debe animar a los alumnos a:

- Examinar críticamente sus respuestas para ver si son o no sensatas en el contexto del problema planteado.
- Mostrar todo el desarrollo del trabajo para poder obtener puntos por el método si las respuestas no son correctas.
- No tachar ninguna parte del trabajo a menos que sea reemplazada: no se otorga ningún punto a lo que aparezca tachado.
- Cubrir completamente el contenido del programa de estudios, y centrarse en aquellos temas del programa de estudios que han dado lugar a las preguntas identificadas como más difíciles en esta prueba.
- Dedicar tiempo a responder a las preguntas de pruebas anteriores. Los alumnos podrían haber estado familiarizados con la mayoría de las preguntas de esta prueba si hubieran realizado la cantidad de pruebas anteriores que han sido publicadas.
- Asegurarse de estar completamente familiarizados con las fórmulas que aparecen en el cuadernillo de información y saber exactamente dónde se encuentran estas fórmulas en el cuadernillo antes del examen.

## Prueba 2

### Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0–14	15–28	29–39	40–50	51–61	62–72	73–90

### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- Comprender la desviación típica y su aplicación
- Determinar las situaciones en las que es apropiado usar la recta de regresión
- Interpretar la notación de conjuntos
- Convertir unidades (por ejemplo,  $\text{cm}^3$  a  $\text{m}^3$ )
- Interpretar y usar una función cuando viene definida con un parámetro
- Hallar y usar la pendiente de una función cuando viene definida con un parámetro
- Probabilidad condicional
- Hallar la ecuación de una asíntota vertical de una gráfica

- Dibujar aproximadamente una gráfica (usando una calculadora de pantalla gráfica para hacer la gráfica de la función y copiándola después en papel)
- Dibujar una tangente a una curva en un punto dado

### **Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados**

- Usar la calculadora de pantalla gráfica para hallar la media y la desviación típica
- Hallar el coeficiente de correlación y la ecuación de la recta de regresión
- Aplicar los teoremas del seno y del coseno
- Calcular probabilidades sencillas
- Resolver sistemas de ecuaciones (usando la calculadora de pantalla gráfica)
- Llevar a cabo y analizar una prueba de chi-cuadrado
- Usar la calculadora de pantalla gráfica para hallar las intersecciones con el *eje x* y los máximos y mínimos

### **Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas**

#### **Pregunta 1: Estadística y uso de la ecuación de la recta de regresión**

Casi todos los alumnos abordaron la mayor parte de la pregunta, y la respondieron relativamente bien. El apartado e) de la pregunta, sobre el uso de la ecuación de la recta de regresión para hacer predicciones, aunque se pregunta con regularidad en los exámenes, siguió resultando difícil para algunos alumnos. Algunas de las respuestas siguen sugiriendo un razonamiento y lenguaje matemático poco acostumbrado a sacar conclusiones y proporcionar justificaciones.

#### **Pregunta 2: Diagramas de Venn, conjuntos y probabilidad**

La pregunta se respondió relativamente bien. La mayoría de los alumnos respondió al apartado a) y al menos parcialmente al b) y al d). El apartado c) resultó ser difícil, ya que requiere la comprensión e interpretación de la notación de conjuntos. El apartado e) rara vez se respondió en su totalidad. Muchos alumnos respondieron al apartado f), pero la mayoría de ellos dieron una respuesta parcial al apartado g); una respuesta típica fue 36 en lugar de 37.

#### **Pregunta 3: Trigonometría**

Las respuestas a esta pregunta mostraron un uso adecuado de los teoremas del seno y del coseno en su mayor parte. Unos pocos alumnos utilizaron el teorema de Pitágoras erróneamente, ya que los triángulos dados no eran rectángulos. Hubo un uso ocasional de la calculadora de pantalla gráfica en modo radianes, y unos pocos alumnos perdieron puntos por dar la respuesta en radianes. En el apartado d), la conversión de  $\text{cm}^3$  a  $\text{m}^3$  fue bastante problemática para la gran mayoría de los alumnos. El apartado e) también fue difícil para algunos alumnos, pues requiere cierta interpretación antes de utilizar la fórmula del volumen.

#### **Pregunta 4: Probabilidad y la prueba de chi-cuadrado**

La mayoría de los alumnos respondieron generalmente bien al apartado a), excepto al apartado a) iv), que exigía la probabilidad condicional. La mayoría de los alumnos estableció correctamente la hipótesis nula en el apartado b), y respondió a los apartados d), e), f) y g). En algunas respuestas al apartado c) parece que los alumnos no tenían clara la diferencia entre calcular el valor esperado y comprobar que el valor es 79. Es importante que los profesores expliquen a los alumnos que en una pregunta del tipo “compruebe que” han de mostrar el razonamiento matemático a través del cual se obtiene la respuesta dada.

### Pregunta 5: Análisis

Esta pregunta se respondió relativamente bien. El concepto de asíntota vertical en el apartado a) pareció resultar problemático para un gran número de alumnos. En muchos casos los alumnos mostraron una comprensión parcial de la asíntota vertical, pero les resultó difícil dar la ecuación correcta. Hallar la derivada en el apartado b) también resultó problemático. Parece que la presencia del parámetro  $b$  en la función podría haber contribuido a ello.

En el apartado c) un gran número de alumnos sustituyó  $b = 5$  en la expresión de la función, en lugar de hacerlo en la expresión de su derivada. En el apartado d) muy pocos alumnos utilizaron la calculadora de pantalla gráfica para hallar la ecuación de la tangente en  $x = 1$ . En el apartado e) se apreció un buen uso de la calculadora de pantalla gráfica, aunque algunos alumnos dieron la abscisa,  $x$ , del punto de intersección y olvidaron dar la ordenada,  $y$ . El dibujo aproximado en el apartado f) no fue, en su mayor parte, bien realizado. Con frecuencia no aparecían las etiquetas en los ejes. Se apreciaron muy pocas tangentes a la curva en el punto correcto. Con frecuencia las supuestas rectas tangentes intersecaban a la curva, lo que muestra que los alumnos o bien no sabían lo que era una tangente o hacían un dibujo sin sentido. En el apartado g) se apreció un buen uso de la calculadora de pantalla gráfica para hallar las coordenadas del mínimo. En el apartado h) hubo pocas respuestas aceptables.

### Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Ayudar a comprender a los alumnos los términos de examen: Halle, Justifique, Dibuje aproximadamente, Dibuje con precisión, Explique y Calcule.
- El término de examen “Compruebe que...” debe explicarse claramente a los futuros alumnos para que sepan qué es lo que requiere esa pregunta. El término “Compruebe que” exige que los alumnos establezcan tanto la respuesta sin redondear como la final.
- Se debe aconsejar a los alumnos que establezcan una ventana apropiada al usar la calculadora de pantalla gráfica. También es necesario recordarles que las etiquetas y las escalas claramente identificadas son esenciales.
- Preste atención constante a la exactitud de los cálculos y las respuestas de los alumnos. Se debe recordar a los alumnos que den y utilicen las respuestas sin redondear tanto como sea posible.
- Ayude a los alumnos a desarrollar una comprensión de los conceptos, y pídale que sus métodos y respuestas tengan sentido.
- Recuerde a los alumnos que:
  - lean cada pregunta cuidadosamente.

- empiecen cada pregunta en una página nueva.
- muestren las unidades de medida.