

ESTUDIOS MATEMÁTICOS

Bandas de calificación de la asignatura

Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 16	17 - 30	31 - 44	45 - 58	59 - 72	73 - 84	85 - 100

Evaluación interna del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 4	5 - 6	7 - 8	9 - 11	12 - 14	15 - 16	17 - 20

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

En esta convocatoria el trabajo entregado cubrió un amplio rango de títulos que en su mayoría fueron apropiados. Hubo más proyectos de naturaleza estadística que lo normal pero se cubrieron otras áreas como modelización, medida, matemática financiera, trigonometría y geometría.

En muchos de los proyectos se usaron cuestionarios pero no siempre se incluyó una copia de los mismos. En algunos casos los estudiantes no incluyeron los datos en crudo o sin procesar, por lo que se hizo imposible controlar los cálculos.

Cada vez más estudiantes usan la tecnología para hacer matemática para ellos pero frecuentemente no hacen matemática ellos mismos. Cualquier proceso matemático hecho a través de la tecnología es considerado como proceso simple. También algunos estudiantes realizan procesos matemáticos pero no hacen comentarios sobre sus resultados. La consecuencia de esto es que el moderador se pregunte cuánto de lo realizado por el alumno fue realmente comprendido por el mismo.

Al usar internet, el alumno debe incluir en la bibliografía la página web consultada. Cada vez hay más estudiantes que lo hacen.

El largo de los proyectos fue también una causa de preocupación. Variaron de 1 o 2 páginas a más de 50. Está especificado que el largo del proyecto no debería exceder las 2000 palabras (excluyendo gráficos, apéndices y bibliografía). No hay un límite mínimo definido pero un proyecto debería contener varias páginas para satisfacer los criterios de evaluación. Este año hubo un crecimiento en la cantidad de estudiantes que obtuvieron menos de 5 puntos en su proyecto. En la mayoría de los casos esto fue el resultado de un trabajo extremadamente incompleto.

Algunos profesores les dieron a sus alumnos un “anteproyecto” a seguir ya que todos los proyectos de la muestra tuvieron el mismo formato y todos usaron los mismos procesos matemáticos. Esto debería ser evitado ya que de esta manera los proyectos pierden su originalidad.

Los comentarios hechos por los profesores en los formularios 5/PJCS fueron muy claros y útiles. Sería también útil que los profesores escriban en los proyectos e indiquen los lugares en los cuales ha sido corregida la precisión de la matemática.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

- A. En general el enunciado de la tarea fue evidente y la mayoría de los estudiantes describieron un plan que intentan seguir. Es importante seguir este plan. Si el plan está bien documentado, el resto del trabajo fluye a partir del mismo. Los estudiantes que enuncian claramente tanto la tarea como el plan, son capaces de extraer mayor profundidad de sus proyectos ya que saben lo que están buscando. No todos los planes estuvieron bien enfocados. Algunos trabajos no tenían título.
- B. La mayoría de los estudiantes recolectó datos y los organizó en tablas para luego ser analizados. Fue obvio que algunos estudiantes habían recolectado datos (a través de un cuestionario o de otra manera) pero no incluyeron estos datos en sus proyectos. Si no se presentan en el proyecto los datos sin procesar, el moderador no puede controlar la precisión de los procesos matemáticos usados. Una gran cantidad de estudiantes usaron datos tomados directamente de internet pensando poco cuánta de esa información era realmente acorde a la tarea enunciada. Es también importante citar las páginas de internet en la bibliografía. La cantidad de datos variaron desde 2 hasta 100. Los alumnos deben saber que gran cantidad de datos no implica la calidad necesaria para obtener el nivel máximo en este criterio.
- C. Muchos alumnos sólo incluyeron en sus proyectos procesos matemáticos simples. Muchos usaron sólo tecnología para realizar técnicas complejas sin saber que están siendo consideradas como técnicas simples. Algunos realizaron procesos matemáticos que eran totalmente impertinentes. Cuando un diagrama de dispersión indica que no hay correlación entre dos variables no tiene sentido ir y calcular el coeficiente de correlación o la recta de mejor ajuste. De la misma manera no tiene valor calcular la desviación típica sin realizar una discusión significativa sobre qué indica el resultado. Esto puede resultar en la pérdida de puntos para el estudiante. El proceso complejo más popular fue la prueba de χ^2 pero muchos estudiantes y profesores no tienen claro parte de su teoría. Los valores de la tabla de contingencia deben ser frecuencias, los valores esperados no deben ser menores que 1 y no más del 20% de los mismos deben variar entre 1 y 5. La prueba no es válida si esto no se cumple.
- D. La mayoría de los alumnos produjeron resultados que eran coherentes con el análisis pero muchas veces estos eran algo breves. Pocos estudiantes produjeron discusiones detalladas. En muchos casos las conclusiones eran obvias y no muy exhaustivas.

- E. Ahora hay más estudiantes que dicen por qué están usando determinados procesos matemáticos y están discutiendo la validez de estos procesos y de los resultados que han obtenido. Desafortunadamente sólo muy pocos lo hacen en forma exhaustiva.
- F. La mayoría de los proyectos estuvieron bien presentados y muchos estudiantes mostraron paso por paso sus acciones. Es importante asegurarse que la notación y la terminología son correctas. Muchos estudiantes perdieron puntos debido a errores de notación o de terminología.
- G. La mayoría de los profesores pareció haber otorgado los niveles de logro en forma apropiada.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Los profesores pueden ayudar a sus alumnos de muchas maneras:

- El ejercicio del proyecto debe ser introducido en el curso en una etapa temprana. De esta manera se evita la realización del mismo en forma apurada y también se evita entregar un trabajo pobre sólo para satisfacer un requerimiento.
- Dé ejemplos de “buenos” proyectos de manera que ellos sepan qué se espera de ellos.
- Asegúrese de que los alumnos conocen (y entienden) los criterios de evaluación.
- Escriba comentarios claros y completos en el formulario 5/PJCS.
- Resalte la importancia de usar notación matemática correcta.
- Dé a los estudiantes una segunda oportunidad para corregir errores.
- Resalte la importancia de recolectar suficientes datos.
- Incentive a sus alumnos a que ideen su propia tarea y que la expliquen en forma exhaustiva.
- Dígales que incluyan todos los datos sin procesar. No es necesario que incluyan todos los cuestionarios completos. Una muestra es suficiente mientras que los datos estén organizados en tablas.
- Coteje que la matemática usada en el proyecto sea pertinente.
- Incentive a sus estudiantes a usar matemática más compleja.
- Si los estudiantes usan tecnología, recuérdelos que se espera que muestren un ejemplo hecho a mano de lo que están haciendo antes de empezar a hacer cálculos con la calculadora.
- Explique a los estudiantes cómo evaluar su trabajo, extraer conclusiones, corregir los procesos matemáticos usados y comentar en forma crítica sobre ellos.
- Envíe el trabajo original al moderador.
- Encuéntrese con sus alumnos regularmente y en intervalos de tiempo regulares para monitorear el progreso del proyecto.

Prueba 1 del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 13	14 - 27	28 - 39	40 - 52	53 - 66	67 - 79	80 - 90

Comentarios generales

La prueba pareció ser accesible y su largo apropiado. Los profesores hicieron comentarios en los formularios G2 en los que apreciaron la cobertura del programa de estudios y el nivel de dificultad de la prueba.

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

La pregunta sobre conjuntos de números pareció ser difícil para los alumnos. La pregunta de lógica también implicó un desafío para los mismos y muchos no pudieron distinguir entre la proposición contraria y la recíproca, ni tampoco dar un ejemplo. A pesar de ser una pregunta estándar, muchos estudiantes también tuvieron dificultades para encontrar la ecuación de una recta teniendo la pendiente y un punto de la misma. Varios alumnos encontraron complicado hallar el recorrido de la función en la pregunta 11, así como también encontrar los coeficientes de la función cuadrática en la pregunta 13, y la probabilidad condicional en la pregunta 14.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los estudiantes mostró buenas habilidades en cuanto al manejo del tiempo y muy pocas preguntas no fueron abordadas. Casi todos los estudiantes pudieron encontrar la media, mediana y moda de un conjunto de datos dados, el área de un rectángulo y las coordenadas del punto medio entre dos puntos dados. El diagrama de árbol también fue completado por casi todos los alumnos, como así también el diagrama de caja y bigotes que fue dibujado cuidadosamente. La mayoría de los estudiantes pudieron demostrar un buen conocimiento de los conocimientos matemáticos aprendidos y sus aplicaciones.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Media, moda y mediana

Esta pregunta fue bien respondida por la mayoría de los estudiantes.

Pregunta 2: Conjuntos de números

Alrededor de la mitad de los estudiantes contestó esta pregunta correctamente. La ubicación de $\cos 120$ y π pareció causar la mayoría de los problemas.

Pregunta 3: Notación científica, error y porcentaje de error

En general, esta pregunta fue contestada bien excepto que se omitieron unidades o se escribieron unidades incorrectas. La mayoría de los estudiantes pudieron dar la respuesta en notación científica y encontrar el porcentaje de error.

Pregunta 4: Progresiones aritméticas

La mayoría de los alumnos reconoció la progresión aritmética y usó la fórmula correcta, aunque algunos usaron una lista para encontrar las respuestas. Un número significativo de estudiantes no pudieron encontrar la suma de los primeros 100 términos y en cambio, intentaron encontrar el término número 100.

Pregunta 5: Mediana, moda y diagrama de caja y bigote

El diagrama de caja y bigote se dibujó bien, incluso en los casos en los que los alumnos tenían valores incorrectos. La mayoría encontró el valor correcto para la mediana pero algunos no pudieron encontrar los percentiles 25 y 75.

Pregunta 6: Cálculo

Esta pregunta fue estándar. Sin embargo, algunos estudiantes hallaron $f(-3)$ en lugar de $f'(-3)$. Bastantes estudiantes no pudieron contestar la parte (c) ya que trataron de encontrar $f'(0)$ en lugar de encontrar el x para el cual $f'(x) = 0$.

Pregunta 7: Lógica

Hubo confusión sobre cuál era la contraria y la recíproca del enunciado dado. La parte (c) tuvo un rendimiento pobre ya que muy pocos estudiantes pudieron dar un ejemplo para demostrar que la recíproca no es siempre verdadera.

Pregunta 8: Conversión de monedas

La mayoría ganó la puntuación completa en esta pregunta. Sin embargo, algunos encontraron confuso el formato en el que se pedía la respuesta en el apartado (a).

Pregunta 9: Diagrama de árbol y probabilidades

Esta pregunta se respondió bien. Algunos estudiantes no pudieron hacer la parte (c).

Pregunta 10: Coordenadas en el plano

Aunque las partes (a) y (b) se respondieron o al menos fueron abordadas con éxito, pocos estudiantes pudieron progresar a la parte (c). Algunos estudiantes usaron las coordenadas de los puntos A o B en lugar de M y otros no pudieron encontrar la pendiente de la recta perpendicular.

Pregunta 11: Recorrido de una función exponencial

Esta pregunta fue, en general, respondida bien en la parte (b). En la parte (a) los alumnos encontraron difícil ganar la puntuación completa ya que, aunque pudieron encontrar los extremos del intervalo que define el recorrido de la función, no pudieron identificar el mismo. Muchos alumnos dieron una lista de valores para el recorrido, y esto indica que este concepto no fue comprendido bien por los mismos.

Pregunta 12: Función exponencial

Esta pregunta la respondieron bien varios estudiantes, en particular la parte (a). Sin embargo, un número significativo de estudiantes perdió un punto por redondear por exceso en lugar de por defecto en la parte (b). La parte (c) resultó la más difícil tanto por la dificultad de escribir la ecuación como la de resolverla.

Pregunta 13: Coeficientes de una función cuadrática

Esta fue una de las preguntas más difíciles de esta prueba. Muchos la dejaron en blanco, mostraron procedimientos incorrectos o dieron respuestas sin mostrar ningún procedimiento.

Pregunta 14: Diagramas de Venn y probabilidad condicional

La parte (a) se contestó bien. Muy pocos pudieron contestar la parte (b).

Pregunta 15: Interés compuesto y simple

Muchos estudiantes contestaron bien esta pregunta, y muchos de ellos obtuvieron el puntaje completo en la misma. Algunos usaron la fórmula correcta pero sustituyeron mal en las mismas.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Todo procedimiento pertinente debe ser mostrado en cada pregunta, y el apartado de la pregunta debe estar indicado en el cuadro de operaciones. De esta manera se pueden otorgar puntos por procedimientos de coherencia.
- Son necesarios rótulos apropiados tanto para que el alumno se ayude durante la revisión al haber finalizado el examen como también para el examinador al corregir y revisar el trabajo del alumno.
- Comprender todas las funciones (pertinentes al programa de estudios) que tiene la calculadora de pantalla gráfica y cómo usarlas. No hay necesidad de explicar cómo se usó la calculadora, es decir qué teclas fueron presionadas para obtener un resultado, etc.
- Se les debe recordar a los estudiantes que controlen sus respuestas para asegurarse de que son razonables en el contexto del problema.
- Los estudiantes deben familiarizarse con pruebas previas, su formato y términos claves que son usados en las mismas.

Prueba 2 del Nivel Medio

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0 - 14	15 - 28	29 - 42	43 - 53	54 - 64	65 - 75	76 - 90

Comentarios generales

La mayoría de los estudiantes abordó todas las preguntas, aunque hubo varios intentos pobres en la pregunta 3. También fue claro que el tiempo no fue un inconveniente para la mayoría, y los mejores estudiantes pudieron mostrar sus conocimientos y habilidades, consiguiendo como consecuencia puntuaciones altas. La mayoría de los profesores expresaron a través del formulario G2 que el examen fue una buena evaluación del programa de estudios.

Varios estudiantes perdieron puntos en las preguntas del tipo “compruebe que”. Cuando se les pide a los alumnos que lleguen a un valor dado con un grado de exactitud especificado, deben escribir ese valor con un grado de exactitud mayor (valor sin redondear). Además, redondear prematuramente también produce pérdida de puntos.

En las preguntas que se pide hallar ángulos, cada vez es menos común encontrar estudiantes con su calculadora de pantalla gráfica definida en radianes, y esto es una tendencia alentadora. También es alentador, ya que se ve cada vez con menor frecuencia, la pérdida del coeficiente de correlación después de “resetear” la calculadora.

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- Cálculo diferencial
- Modelos trigonométricos
- Mostrar cómo encontrar valores esperados (Prueba de χ^2)
- La implicación en Lógica

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Diagramas de Venn
- Lógica formal excluyendo implicaciones
- χ^2 en la calculadora de pantalla gráfica

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Trigonometría

Parte A) Esta parte fue accesible para la gran mayoría de los estudiantes. Los errores comunes fueron (1) la inversión de la razón para calcular la tangente, (2) la omisión de las unidades y (3) el redondeo incorrecto de las respuestas (se vio 58° en la mayoría de los casos).

Parte B) Esta parte le resultó accesible a la gran mayoría de los estudiantes. Una gran cantidad de alumnos obtuvo la puntuación completa en la misma. Sin embargo, una gran cantidad pareció no estar preparada en el uso de trigonometría con triángulos no rectángulos. Además, una omisión muy común fue no redondear su respuesta en la parte (a) a la decena más próxima.

Pregunta 2: Conjuntos y Lógica

Parte A) Esta parte fue abordada con éxito por la gran mayoría. La forma del diagrama de Venn, aunque no era familiar, no pareció causar muchos problemas. Un error común fue olvidar sumar 20 en la parte (b). Una cantidad sorprendente no estaba familiarizada con la notación de conjuntos en la parte (d) y por lo tanto no pudo contestarla.

Parte B) El trabajo en Lógica mostró ser accesible para la gran mayoría ya que una gran cantidad de estudiantes obtuvo la puntuación completa. El error más común fue olvidar escribir “sí” en la proposición compuesta de (b) y se percibió falta de habilidad para seguir la implicación en la tabla de verdad de (c).

Pregunta 3: Modelos trigonométricos

Esta pregunta fue o muy bien o muy mal respondida, y se vieron preguntas abordadas pero en forma incompleta: muchos alumnos quedaron “a mitad de camino”. Esto probablemente indique una falta de preparación de algunas escuelas en esta área del programa de estudios, aunque se reconoce que las funciones trigonométricas son uno de los temas más difíciles para los estudiantes.

Las partes (a), (b) y (g) fueron respondidas bien por la gran mayoría. En el resto de la pregunta, hubo todo tipo de respuesta. Varios alumnos respondieron a la pregunta en forma perfecta.

Pregunta 4: Estadística

Parte A) Esta fue una pregunta sencilla y directa que varios alumnos la contestaron bien. Dada la naturaleza de la misma (la mayoría del trabajo se realiza con la calculadora de pantalla gráfica), es importante hacer hincapié en que el hecho de ingresar datos incorrectos en la calculadora puede resultar en la pérdida de una cantidad considerable de puntos. Los estudiantes deben entonces controlar los datos que ingresan más cuidadosamente.

- (a) Se encontraron respuestas con la desviación típica incorrecta (la correcta es σ_n), aunque no frecuentemente.

- (b) Se espera que usen la calculadora de pantalla gráfica para calcular el coeficiente de correlación. La covarianza se dio para ayudar a aquellos estudiantes que al “resetear” la calculadora se les borra esta función de la pantalla. Se anticipa que esta pista no se dará en próximas pruebas.
- (e) (ii) Los peligros de la extrapolación se deben explicar claramente a los estudiantes.

Parte B) Una vez más, una pregunta sencilla y directa basada en la prueba χ^2 que los estudiantes contestaron con éxito (la mayoría) o en la que se reflejó un conocimiento incompleto del programa de estudios. Una cantidad sorprendente no tenían los conocimientos de la teoría subyacente por lo que no pudieron contestar (b). En (c) (i) vale la pena acentuar la idea de que es una prueba para la **independencia** matemática de dos características y esto define la hipótesis nula. Una gran cantidad de estudiantes confundió el uso del valor crítico y el del valor p en la toma de la decisión por lo que perdieron puntos en (e) (iv).

Pregunta 5: Gráfico aproximado de curvas y Cálculo diferencial

Sin dudas, esta pregunta fue la de mayor dificultad en función de su contenido. Donde no hubo otra alternativa que usar Cálculo, la mayoría de los estudiantes hizo un gran esfuerzo por contestar. Sin embargo, sólo aquellos con conocimiento sólido del tema pudieron contestar exitosamente.

Parte A)

- (a) El error más común fue no usar el dominio correcto.
- (b) Muchos alumnos sabían poco sobre asíntotas. Otros no escribieron sus respuestas como ecuaciones.
- (c) El error más común que causó pérdida de puntos fue no dar valores exactos para los cortes con los ejes y no indicarlos claramente.
- (d) Frecuentemente, sólo se dio una solución de la ecuación. Además, un error común fue no apreciar que las soluciones eran coordenadas x.
- (e) El valor máximo es sólo la coordenada y. Una interpretación equivocada común fue la respuesta “(1, 4)”.
- (f) Fue el mayor discriminador en la prueba. Varios estudiantes no pudieron seguir el enfoque analítico para hallar el máximo.

Parte B) Esta parte fue un desafío para la mayoría. Una gran cantidad ni siquiera abordó la pregunta. Sin embargo, hubo un número complaciente de respuestas correctas que mostraron una comprensión fina del Cálculo diferencial.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Asegúrese de que los estudiantes pueden usar la calculadora de pantalla gráfica en forma eficiente, especialmente con gráficos de funciones y estadística.
- Para el manejo del tiempo, use como guía que un punto es un minuto y asegúrese de que se respondan todas las preguntas.
- Enseñe todo el programa de estudios: se va a evaluar todo.
- Practique con preguntas del tipo “Compruebe que” y haga que sus estudiantes se comuniquen a través de la matemática.
- Asegúrese de que los estudiantes rotulen y le pongan escalas a los ejes tanto cuando dibujan como cuando hacen un **gráfico aproximado**.
- Asegúrese de que los estudiantes empiezan una página nueva por cada pregunta y de que muestren todos sus procedimientos.
- El cuadernillo de información debe ser parte de la enseñanza diaria de manera que los alumnos puedan familiarizarse con el mismo