

Informe general de la asignatura, mayo de 2016

Estudios Matemáticos NM (zona horaria 2)

Variantes de los exámenes según la zona horaria

Para proteger la integridad de los exámenes, cada vez se están utilizando más variantes de los cuestionarios de examen para distintas zonas horarias. Al recurrir a variantes del mismo cuestionario de examen, los alumnos ubicados en una parte del mundo no estarán respondiendo siempre al mismo examen que los alumnos ubicados en otras partes del mundo. Se sigue un proceso muy riguroso para garantizar que las diversas variantes del examen sean comparables en lo que respecta a su dificultad y a la cobertura del programa de estudios, y se toman las medidas pertinentes para garantizar que se apliquen las mismas normas de calificación a todos los exámenes escritos de los alumnos, independientemente de cuál haya sido la versión del cuestionario de examen a la que hayan respondido. Para la convocatoria de exámenes de mayo de 2016, el IB preparó variantes de las pruebas de Estudios Matemáticos NM para las distintas zonas horarias.

Límites de calificación de la asignatura

Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0-16	17-30	31-42	43-55	56-68	69-80	81-100

Evaluación interna del Nivel Medio

Límites de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0-4	5-6	7-8	9-11	12-14	15-16	17-20

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Parece haber decaído la calidad en los trabajos presentados en esta convocatoria. En particular, hubo un preocupante número de proyectos que se presentaron incompletos. Los alumnos optaron casi unánimemente por el análisis estadístico. Resulta paradójico que los alumnos escojan para su trabajo un título que comienza por

"¿Existe una correlación entre...?". Sin duda, cualquier cosa que no sea la correlación es irrelevante. La inclusión de la palabra "relación" en el título (en lugar de "correlación") les daría algo más de flexibilidad. Fue positivo comprobar que muchos alumnos eran conscientes de que tenían que incluir dos procedimientos simples y uno avanzado. Sin embargo, perdieron puntos cuando cometieron errores en alguno de los procedimientos simples, lo cual fue una lástima teniendo en cuenta la calidad global de los trabajos. La inclusión de un tercer procedimiento simple y pertinente puede servir de salvaguarda para lograr un nivel más alto en este criterio. Sería bueno que los profesores disuadieran a los alumnos de tratar temas obvios y les animaran a llevar a cabo una investigación más sustanciosa. La mayoría de las muestras recibidas de los colegios cubrían todo el rango de puntuaciones. Cuando la puntuación otorgada era inferior a 5, normalmente se debió a que el proyecto estaba incompleto. La obtención de datos se realizó normalmente mediante un cuestionario o recurriendo a fuentes de Internet (que, por otro lado, no siempre se citaron). Lamentablemente, se siguieron cometiendo errores de cálculo, notación y terminología fruto del descuido o de la falta de atención, y en bastantes casos no se definieron las variables utilizadas.

Desempeño de los alumnos en cada criterio

Criterio A: Los mejores alumnos dedicaron tiempo a este criterio con el fin de sentar una base que les permitiera abordar adecuadamente el resto de los criterios. Los alumnos más flojos no establecieron esta base y, en consecuencia, tuvieron dificultades en las etapas posteriores del proyecto. Los alumnos, por lo general, fueron capaces de lograr un nivel 2. A menudo los alumnos mencionaron los procedimientos matemáticos que iban a utilizar, pero luego no justificaron por qué habían elegido cada uno de los procedimientos realizados. En ocasiones se utilizaron en el análisis procedimientos que no se habían mencionado en el plan y, a la inversa, hubo también procedimientos que se mencionaron en el plan, pero que luego no se llevaron a cabo. Para recibir un nivel 3 no puede haber ninguna sorpresa durante la lectura del proyecto.

Criterio B: En general, los alumnos entendieron bien este criterio. Muchos fueron capaces de alcanzar el nivel 2 por haber recogido suficientes datos y haberlos organizado convenientemente para realizar el posterior análisis. Hubo algunos casos en los que los datos obtenidos fueron escasos o no fueron de buena calidad. Por otra parte, la mayoría de los alumnos no describieron el proceso de muestreo. Con frecuencia se vieron frases del estilo de "Elegí 50 participantes al azar". Es necesario hacer más hincapié en el tema del muestreo. Solo los mejores proyectos incluyeron algo de información específica sobre la técnica de muestreo elegida. Algunos alumnos perdieron puntos innecesariamente por no haber incluido en el proyecto los datos brutos (sin procesar).

Criterio C: La mayoría de los alumnos fueron capaces de realizar un análisis matemático pertinente, pero el abanico de técnicas empleadas no fue muy amplio. Hubo bastantes alumnos que utilizaron al menos dos procedimientos simples y un procedimiento avanzado. En ocasiones, los procedimientos simples no eran pertinentes para la tarea que tenían entre manos, lo que limitó el nivel de logro concedido a un 2. A menudo, los alumnos no incluyeron suficientes cálculos en los procedimientos simples y no mencionaron explícitamente la fórmula que estaban utilizando. Se dieron resultados obtenidos con la calculadora sin añadir las operaciones intermedias ni incluir una interpretación de los mismos, y esto hizo que resultara

difícil evaluar su grado de comprensión. Los procedimientos avanzados que más se utilizaron fueron la prueba de χ^2 y el coeficiente de correlación, junto con la ecuación de la recta de regresión. Algunos alumnos hallaron la ecuación de la recta de regresión antes de calcular el coeficiente de correlación y, a menudo, dicha ecuación de la recta de regresión se quedó luego sin utilizar. Algunos alumnos incluso hallaron la recta de regresión, a pesar de que el valor de r que habían obtenido era débil. En los proyectos de algunos colegios se notó que los alumnos sabían que tenían que aplicar la corrección de Yates a la continuidad cuando el número de grados de libertad era igual a 1. Sin embargo, los alumnos de otros colegios parecían desconocer este hecho. Muchos alumnos obtuvieron valores esperados menores de 5 y ni siquiera trataron de reagrupar los datos. Algunos profesores parecieron ignorar el hecho de que si el proyecto no contiene ningún procedimiento simple, los dos primeros procedimientos avanzados que tenga el proyecto se han de contar como simples. En ocasiones los resultados se copiaron directamente de la calculadora de pantalla gráfica, sin añadir ninguna explicación. Esto hace que al moderador le resulte difícil evaluar el nivel de comprensión. En algunas ocasiones los procedimientos utilizados no encajaban con el contexto del objetivo general y, por consiguiente, no resultaban pertinentes. En otras ocasiones los proyectos contenían errores aritméticos que limitaban la puntuación máxima a la que podían optar en este criterio.

Criterio D: Casi todos los alumnos extrajeron al menos una conclusión a partir de los resultados que habían obtenido. Sin embargo, hubo ciertas incoherencias que echaron a perder algunas de las interpretaciones. Hubo alumnos que no obtuvieron una puntuación alta en este criterio porque la gestación de sus proyectos era demasiado simple como para dar pie a una discusión sustancial. Los mejores alumnos realizaron una discusión bastante detallada de los resultados obtenidos. Para facilitar la lectura de los proyectos, es conveniente escribir interpretaciones parciales después de cada procedimiento matemático. Habría que disuadir a los alumnos de realizar conjeturas infundadas sobre el porqué de sus hallazgos, puesto que estas generalizaciones restan mérito y calidad al proyecto.

Criterio E: Este criterio sigue siendo el que peor abordan los alumnos. Hubo algunos que ni siquiera se molestaron en tratar de cumplir este criterio. Sin embargo, también hubo bastantes que incluyeron comentarios coherentes y con sentido sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos, o que discutieron las limitaciones de dichos resultados. Los alumnos piensan que sus procedimientos son válidos por el mero hecho de haber verificado sus cálculos o por haber llevado a cabo el análisis en Excel. El uso de los términos "válido" y "preciso" como sinónimos fue frecuente.

Criterio F: En conjunto, los proyectos estaban bien estructurados y presentados con lógica. Hubo unos pocos proyectos donde no se habían ido añadiendo comentarios a lo largo de la tarea y esto afectó negativamente a la comunicación. Algunos alumnos incluyeron una bibliografía y citaron las fuentes utilizadas. En algunos proyectos se apreció una falta de compromiso, pues eran demasiado cortos y carecían de análisis matemático. Se debe disuadir a los alumnos de incluir fotografías de trabajos realizados en papel, puesto que los proyectos quedan mejor presentados si están escritos con una computadora y se utiliza un software de representación gráfica.

Criterio G: La mayoría de los alumnos consiguieron uno de los dos puntos que había en juego en este criterio, pero solo unos pocos lograron los dos. La terminología fue vaga y descuidada,

y con frecuencia los alumnos no definieron las variables. Se debe enseñar a los alumnos a utilizar un editor de ecuaciones sencillo. Muchos alumnos no utilizaron el símbolo correcto para χ o para la multiplicación. Algunos alumnos siguen utilizando la expresión "hallar una correlación", en vez de una relación que haga referencia a la prueba de χ^2 .

Recomendaciones para la enseñanza a alumnos futuros

- Leer los informes generales de la asignatura
- Animar a los alumnos a que expliquen en detalle los motivos por los que utilizan los procedimientos matemáticos que describen en el plan del proyecto
- Asegurarse de que los procedimientos simples utilizados tengan sentido y resulten pertinentes para la tarea
- Animar a los alumnos a mostrar los cálculos que les hayan conducido al resultado
- Insistir en la importancia de definir las variables
- Insistir en la importancia de explicar con claridad los métodos de muestreo empleados
- Asegurarse de que los alumnos incluyan **todos** los datos brutos (sin procesar)
- Hacer que los alumnos evalúen proyectos anteriores para que entiendan bien en qué consisten los criterios de evaluación
- Animar a los alumnos a utilizar una variedad de temas distintos
- Hacer sugerencias a los alumnos de cómo pueden hacer que sus análisis sean más sofisticados
- Dar a los alumnos la oportunidad de corregir los errores de cálculo y de notación que hayan cometido

Prueba 1 del Nivel Medio

Límites de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0-12	13-25	26-36	37-48	49-61	62-73	74-90

Comentarios generales

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

Algunos alumnos fueron incapaces de clasificar números (naturales, enteros, racionales y reales), mientras que otros lo hicieron muy bien. Hubo alumnos que no leyeron las preguntas con atención y, como consecuencia de ello, por ejemplo no hallaron correctamente el ángulo exterior obtuso de un triángulo. Los alumnos no entienden bien la probabilidad de sucesos compuestos y la probabilidad condicionada; hubo algunos que dieron valores de probabilidad mayores que uno. En la prueba de χ^2 , los alumnos fueron incapaces de interpretar el valor de p que habían hallado con la calculadora y no compararon este valor con el nivel de significación dado. Con frecuencia, los dibujos de las asíntotas carecían de precisión. Pocos alumnos fueron capaces de escribir una ecuación lineal en forma estándar, probablemente porque confundieron el significado de "entero" con el de "número racional". Algunos alumnos no supieron resolver una ecuación exponencial, mientras que otros hallaron correctamente la solución con la calculadora de pantalla gráfica. Dada la media estimada de una serie de datos agrupados, hubo muchos alumnos que fueron incapaces de hallar el valor que faltaba en la tabla de frecuencias. La mayoría de los alumnos fueron incapaces de utilizar el cálculo diferencial para averiguar cuándo una función cúbica alcanzaba un valor dado.

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

Todos los alumnos, excepto los más flojos, supieron reescribir un número utilizando notación científica. Algunos alumnos supieron clasificar correctamente una serie de números (naturales, enteros, racionales y reales), mientras que otros lo hicieron muy mal. La mayoría de los alumnos fueron capaces de utilizar el teorema de Pitágoras para hallar la altura de un triángulo rectángulo. Los alumnos respondieron bien a las preguntas de trigonometría (que requerían utilizar las razones trigonométricas en triángulos rectángulos y sustituir valores en el teorema del seno y del coseno). Los alumnos supieron completar tablas lógicas (aunque no siempre correctamente) y escribir con palabras una proposición compuesta. Asimismo, utilizaron acertadamente la recta de ajuste óptimo para realizar predicciones. También fueron capaces

de convertir divisas. Los alumnos entienden bien las funciones lineales, y la mayoría supieron hallar la pendiente de rectas paralelas y perpendiculares y, a partir de ahí, hallar la ecuación de la recta en forma pendiente-cortes con los ejes. La mayoría de los alumnos supo hallar la población inicial dado un modelo exponencial de crecimiento. Algunos alumnos hallaron correctamente la solución de la función exponencial utilizando la calculadora de pantalla gráfica, pero también hubo otros que no supieron resolver la ecuación exponencial. A partir de una tabla de datos agrupados, muchos alumnos supieron identificar la clase modal y la clase mediana. Muchos alumnos derivaron correctamente la ecuación cúbica.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Superficie de una esfera; notación científica y porcentajes

Los alumnos más flojos fueron incapaces de elevar al cuadrado un número dado en notación científica o de escribir la respuesta utilizando notación científica. Algunos alumnos flojos utilizaron la fórmula del área del círculo en lugar de la fórmula de la superficie de una esfera. Algunos alumnos redondearon antes de tiempo y obtuvieron una respuesta final incorrecta. Muchos confundieron el porcentaje de una cantidad con el porcentaje de error, o hallaron el inverso de la respuesta correcta. No obstante, en general, los alumnos respondieron bien esta pregunta.

Pregunta 2: Clasificación de números

Los mejores alumnos identificaron correctamente si un número era racional, real o natural, mientras que los alumnos más flojos no se dieron cuenta de que todos los números racionales son reales (o quizás estos alumnos no estaban suficientemente familiarizados con la notación matemática). Solo los mejores alumnos supieron que $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ y que $-2^2 \notin \mathbb{N}$ pero que $-2^2 \in \mathbb{Z}$.

Pregunta 3: Razones trigonométricas en triángulos rectángulos

Los alumnos dibujaron aproximadamente la escalera apoyada contra el muro y supieron que había que utilizar el teorema de Pitágoras para hallar la distancia que había entre la parte superior de la escalera y la base del muro (aunque no siempre utilizaron dicho teorema correctamente). Aunque se trataba de un triángulo rectángulo, algunos alumnos utilizaron el teorema del seno (en lugar del teorema de Pitágoras) y el teorema del coseno (en lugar de una razón trigonométrica). Muchos alumnos no hallaron el ángulo obtuso que formaba la escalera con el suelo, a pesar de que la palabra "obtuso" estaba escrita en negrita en el enunciado de la pregunta.

Pregunta 4: Lógica

Todos los alumnos sabían que, al completar una tabla de verdad, la respuesta solo puede ser "verdadero" o "falso". Sin embargo, dado que hay tablas de verdad en el cuadernillo de fórmulas, resultó sorprendente que algunos alumnos cometieran errores al escribir la negación de una columna dada de la tabla de verdad. La mayoría de los alumnos sabían que, en el caso de una tautología, toda la columna siempre es "verdadera", aunque hubo una pequeña minoría que confundió tautología con contradicción. Los alumnos supieron escribir una proposición compuesta con palabras.

Pregunta 5: Probabilidad

Algunos alumnos confundieron la probabilidad de que ocurrieran ambos sucesos con la probabilidad de que ocurriera uno u otro. Muchos alumnos no supieron hallar la probabilidad condicionada. Los alumnos no deben nunca responder a una pregunta de probabilidad dando un valor mayor que uno. Únicamente los mejores de entre los mejores resolvieron muy bien esta pregunta; para muchos alumnos, esta fue una de las preguntas más difíciles de toda la prueba.

Pregunta 6: Trigonometría de triángulos no rectángulos

En lugar de aplicar el teorema del coseno, los alumnos más flojos sustituyeron los valores en el teorema de Pitágoras y, de manera análoga, utilizaron $A = \frac{1}{2}bh$ en vez de $A = \frac{1}{2}ab \sin C$. Aquellos que sí eligieron la fórmula adecuada casi siempre realizaron las sustituciones pertinentes, pero no siempre fueron capaces de calcular la respuesta correcta.

Pregunta 7: Prueba de χ^2

Los alumnos utilizaron la calculadora de pantalla gráfica para hallar la frecuencia esperada con diversos grados de acierto, mientras que el valor de p para la prueba de χ^2 por lo general fue correcto. Algunos alumnos perdieron hasta cuatro puntos por dar las respuestas redondeando a una cifra significativa sin incluir las operaciones que habían realizado. Como en el examen de muestra, el enunciado de la pregunta no planteaba la hipótesis nula, por lo que era necesario indicar qué era lo que se estaba rechazando. Los alumnos deben escribir explícitamente una comparación numérica entre el valor de p y el nivel de significación, para así justificar si se rechaza o no la hipótesis nula. Cuando los alumnos sí realizaron dicha comparación, en muchos casos el signo de la desigualdad estaba en sentido equivocado o se extrajo una conclusión incoherente. En muchos casos los alumnos utilizaron una terminología matemática deficiente y emplearon los términos "correlación" e "independencia" indistintamente (como si fueran sinónimos), igual que al comparar el nivel de significación con el valor de χ^2 que habían calculado.

Pregunta 8: Función racional

Pocos alumnos supieron hallar el valor de la intersección con el eje x de la función racional. Muchos alumnos sí que se dieron cuenta de que la curva no se cruza con la asíntota. En bastantes casos los alumnos escribieron la ecuación de la asíntota horizontal en lugar de la

ecuación de la asíntota vertical. El dibujo incorrecto más frecuente fue el de $y = \frac{1}{2}x + 1$, lo que

sugiere que el alumno no había entendido que la curva $y = 1 + \frac{1}{2x}$ no es lineal y había metido la función en la calculadora sin mucho cuidado. Algunos alumnos que sí se dieron cuenta de la forma que tenía la curva no obtuvieron ningún punto por la mala calidad de sus dibujos, que o bien cruzaban las asíntotas o se alejaban de ellas.

Pregunta 9: Regresión lineal

Por lo general, los alumnos escribieron las medias correctas. Muchos dibujaron una recta de ajuste óptimo que no pasaba por el punto (\bar{x}, \bar{y}) . Casi todos los alumnos fueron capaces de utilizar la recta de ajuste óptimo (bien la que habían dibujado o la recta de regresión obtenida mediante la calculadora de pantalla gráfica) para dar una estimación razonable. Los comentarios que nos han llegado de los profesores sugieren que hay muchos alumnos que utilizan "recta de ajuste óptimo" y "recta de regresión" como si fueran sinónimos. Esto no es así: ambas rectas se mencionan explícitamente en la guía y se espera que los alumnos entiendan la diferencia entre ellas.

Pregunta 10: Conversión de divisas e interés compuesto

La conversión de divisas la hicieron bien todos los alumnos, salvo los más flojos. La mayoría de los alumnos que utilizaron la fórmula del interés compuesto sustituyeron los valores correctamente, pero hubo algunos que luego no dijeron que esto era igual al valor futuro y tuvieron problemas para resolver la ecuación. Aquellos alumnos que utilizaron la aplicación financiera de la calculadora de pantalla gráfica casi siempre escribieron una respuesta correcta sin redondear.

Pregunta 11: Área de la base de un cilindro y superficie curva

En las respuestas dadas a esta pregunta, a veces faltaban las unidades o los alumnos dieron las unidades incorrectas. La pregunta pedía explícitamente el área de la base y de la superficie curva, pero muchos alumnos dieron el área tanto de la parte superior como de la inferior, además de la superficie curva, u omitieron los extremos.

Pregunta 12: Función lineal

Muchos alumnos demostraron comprender bien las funciones lineales y hallaron correctamente los puntos de intersección con el eje y , la pendiente y la ecuación en la forma $y = mx + c$. Sin embargo, solo los mejores de entre los mejores fueron capaces de describirla en la forma $ax + by + d = 0$, donde a , b y d son números enteros.

Pregunta 13: Modelo exponencial

La mayoría de los alumnos sustituyeron correctamente los valores en el modelo exponencial del enunciado, pero solo los más brillantes hallaron una respuesta correcta. Se esperaba que los alumnos utilizaran la calculadora para resolver la ecuación exponencial en lugar de utilizar logaritmos, que es algo que no está incluido en el programa de estudios. No muchos alumnos entendieron el concepto de "población que se estabiliza" (asíntota horizontal).

Pregunta 14: Tabla de frecuencias agrupadas

Los alumnos identificaron la clase modal y la clase en la que se encuentra la mediana. Sin embargo, pocos supieron hallar, a partir de la media estimada, el valor que faltaba en la tabla de frecuencias agrupadas.

Pregunta 15: Cálculo diferencial

Muchos alumnos derivaron correctamente la ecuación cúbica. Sin embargo, la mayoría no supieron utilizar el cálculo diferencial para hallar el punto en el que la función cúbica tiene una pendiente dada.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Mostrar las operaciones

Aunque en la prueba 1 se concede la máxima puntuación a las respuestas correctas aunque no incluyan las operaciones realizadas, es importante mostrar dichas operaciones. Si un alumno no muestra el desarrollo del ejercicio y comete un error al meter los valores en la calculadora o al escribir la respuesta final, no obtendrá ningún punto.

No redondear antes de tiempo

Es posible que el alumno no reciba el punto por la respuesta final si redondea un valor intermedio (por ejemplo, $3,14$ o $\frac{22}{7}$ como aproximación de π). Los alumnos deben utilizar la

función que tiene la calculadora de pantalla gráfica para arrastrar los resultados sin redondear de una operación a los pasos subsiguientes del desarrollo.

Utilizar el cuadernillo de fórmulas

Se debe utilizar el cuadernillo de fórmulas durante los dos años de la asignatura. Algunos alumnos escribieron versiones incorrectas de las fórmulas incluidas en dicho cuadernillo.

Dejar visible el desarrollo de los ejercicios

Algunos alumnos borran operaciones escritas a lápiz o las tachan sin sustituirlas por nada. Las partes del desarrollo que estén tachadas no se tendrán en cuenta al corregir el ejercicio. Si los alumnos escriben sus respuestas fuera de los cuadros de respuesta (por ejemplo, en el margen o junto al enunciado de la pregunta), es posible que el examinador no las vea.

Entender la terminología matemática

Si en la pregunta se pide que "escriba la ecuación...", el símbolo de igualdad y los dos lados de la ecuación han de estar presentes. Con demasiada frecuencia, los alumnos escriben una expresión aunque en el enunciado se les haya pedido explícitamente una ecuación.

En la prueba de χ^2 , hubo demasiados alumnos que extrajeron una conclusión tras comparar el nivel de significación dado del 5% con el valor de χ^2 que habían hallado con la calculadora de pantalla gráfica.

Tener cuidado de no cometer errores habituales

En la pregunta 5 (probabilidad), si un alumno da un valor de probabilidad mayor que uno es que no entiende que $0 \leq \text{probability} \leq 1$.

En la pregunta 7 (prueba de χ^2), hubo muchos alumnos que no compararon numéricamente el nivel de significación con el valor del parámetro p y que no extrajeron una conclusión coherente.

En la pregunta 9 (regresión lineal), muchos alumnos dibujaron una recta de ajuste óptimo que no pasaba por la media.

Practicar con exámenes de convocatorias anteriores

Los alumnos deben tener la oportunidad de practicar lo siguiente: diversos tipos de preguntas de probabilidad, dar respuestas con el nivel de precisión especificado, escribir una función lineal en la forma $ax + by + d = 0$, dibujar asíntotas y representar gráficamente funciones con la calculadora de pantalla gráfica.

El IB procura ordenar las preguntas en función de su dificultad, pero sugerimos que los alumnos empiecen por leer toda la prueba, decidan cuáles son las preguntas más fáciles para ellos y empiecen por ellas.

Calculadoras

Es importante que los alumnos sepan utilizar la calculadora de manera eficaz. Por lo tanto, se debe utilizar la calculadora en clase con regularidad para asegurarse de que estén familiarizados con su manejo.

Prueba 2 del Nivel Medio

Límites de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0-14	15-28	29-41	42-51	52-61	62-71	72-90

Comentarios generales

Parece que esta prueba les resultó accesible a la mayoría de los alumnos. La variedad de preguntas y niveles de dificultad de la prueba dio a los alumnos la oportunidad de demostrar sus conocimientos y su comprensión de la asignatura. Tuvieron ocasión de escoger y aplicar los diversos conceptos de los que se estaban examinando. Se observó un uso eficaz de la calculadora de pantalla gráfica. Fue positivo comprobar que en casi ningún caso se emplearon incorrectamente radianes. Por lo general, las respuestas iban acompañadas de las unidades apropiadas. También fue bueno ver que la mayoría de los alumnos habían incluido sus operaciones junto a la respuesta. Gracias a esto, los examinadores pudieron conceder puntos por arrastre de error cuando fue pertinente. Sin embargo, muchos alumnos parecían no estar seguros de cómo interpretar los términos de instrucción "Dibuje aproximadamente", "Dibuje con precisión" y "Muestre que".

Las opiniones incluidas en los formularios de comentarios de los profesores confirmaron que el nivel de dificultad de esta prueba había sido apropiado.

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

A muchos alumnos les resultó difícil colocar una serie de números en las partes adecuadas del diagrama de Venn. No reconocieron la diferencia que existe entre el término n -ésimo y la suma de los n primeros términos en el contexto de un problema. También pareció costarles entender las restricciones aplicadas al dominio y las desigualdades. Fue sorprendente observar que, al dibujar aproximadamente un gráfico, muchos alumnos no utilizaron la ventana correcta. No siempre hicieron un uso adecuado de la calculadora de pantalla gráfica para dibujar los gráficos. También pareció resultarles difícil dibujar diagramas de caja y bigotes con un eje y los rótulos correctos, y saber cuándo tenían que dibujar aproximadamente y cuándo dibujar con precisión. Los alumnos no siempre resolvieron correctamente la pregunta del tipo "Muestre que", ni tampoco hallaron siempre el máximo de una función utilizando la derivada $V' = 0$.

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos interpretaron correctamente los valores incluidos en el diagrama de Venn. Parece que se sintieron bastante cómodos con la probabilidad simple y hallando el término n -ésimo tanto de una progresión geométrica como de una aritmética en el contexto del problema planteado. Además, fue positivo ver que muchos alumnos dibujaron correctamente la curva normal y hallaron la probabilidad en el problema de la distribución normal. La mayoría de los alumnos utilizaron correctamente el teorema del seno para calcular los lados y los ángulos que se les pedían. También supieron calcular el volumen de sólidos tridimensionales con las unidades correctas, derivar funciones y trabajar con el gráfico de frecuencias acumuladas y con los cuartiles.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Conjuntos y probabilidad

En el apartado (a), hubo un número sorprendente de alumnos que no fueron capaces de construir correctamente el diagrama de Venn a partir de los datos del enunciado. Esto supuso un problema para resolver el resto de los apartados, aunque por lo general recibieron puntos por arrastre de error en el apartado (b). Dicho apartado (b), donde tenían que interpretar la información de su diagrama de Venn, por lo general lo resolvieron bien. Algunos alumnos respondieron con la probabilidad, en lugar del número de personas. A la mayoría de los alumnos se les dio bien la probabilidad simple, pero a muchos les resultó difícil la probabilidad condicionada.

Pregunta 2: Progresiones y series aritméticas y geométricas

Los apartados (a), (b), (c) y (e) los resolvieron acertadamente. En el apartado (c), en cambio, bastantes alumnos olvidaron convertir la respuesta a km. El principal problema en el apartado (d) fue que los alumnos igualaron la fórmula del término n -ésimo a 1800, en lugar de utilizar la fórmula de la suma de los n primeros términos. De aquellos que sí usaron la ecuación correcta, no todos lograron resolverla acertadamente. Algunos alumnos utilizaron el método de prueba y error para hallar la respuesta correcta. El apartado (e) resultó obvio para algunos alumnos, mientras que otros utilizaron una fórmula sin entender bien lo que estaban haciendo y un número sorprendentemente elevado de alumnos tuvieron problemas con el valor posicional (indicando que el 10% de 17000 era 170). Muchos alumnos utilizaron la fórmula del interés compuesto tanto en el apartado (e) como en el (f). En el apartado (f), muchos alumnos no se dieron cuenta de que tenían que utilizar la fórmula de la suma de una serie geométrica. En su lugar, usaron la suma de una serie aritmética o, como se indicó anteriormente, la fórmula del interés compuesto.

Pregunta 3: La distribución normal

Los alumnos demostraron tener una buena comprensión de la distribución normal. La mayoría utilizaron la calculadora de pantalla gráfica eficazmente. Hubo mucha variación en la capacidad de los alumnos para dibujar aproximadamente la curva que se pedía en el apartado (a). En lugar de hacer el dibujo más sencillo con la línea de la media y dos líneas verticales en 60 y 70, muchos lo relacionaron con desviaciones típicas. En el apartado (c), fue muy raro ver algún tipo de método. La mayoría de los alumnos resolvieron el subapartado (d)(i), pero pocos prosiguieron hasta completar el (d)(ii).

Pregunta 4: Trigonometría y volumen de sólidos tridimensionales

La mayoría de los alumnos respondieron correctamente a esta pregunta. La trigonometría resultó ser un punto fuerte de los alumnos, que usaron el teorema del seno con mucha competencia. Una pequeña minoría trató CB como si fuera paralelo a AB y, partiendo de ahí, utilizó ángulos alternos. Al no haber un diagrama en el apartado (c), algunos alumnos tuvieron dificultades para establecer la razón trigonométrica correcta. En general, el porcentaje de error del apartado (d) lo calcularon bien. La mayoría de los alumnos lograron los dos puntos porque utilizaron la respuesta del apartado (c) en el apartado (d). Sigue habiendo alumnos que dan respuestas negativas en las preguntas sobre el porcentaje de error. Un error habitual en este apartado fue utilizar el valor nuevo, en lugar del valor original, en el denominador. El apartado (f) no lo resolvieron tan acertadamente, en general; algunos alumnos no supieron realizar la conversión.

Pregunta 5: Cálculo diferencial

En general, muchos alumnos tuvieron dificultades en algunos apartados. De los alumnos que hallaron las dimensiones de la bandeja, la mayoría justificó razonablemente por qué x no podía ser igual a 5. En el subapartado (b)(ii), muy pocos alumnos lograron dos puntos. O bien las desigualdades que escribieron no eran estrictas o los límites eran incorrectos, o ambas cosas. Algunos alumnos indicaron que el intervalo de posibles valores de x era 1, 2, 3, 4. El álgebra del apartado (c) planteó dificultades a algunos alumnos, que parecieron no haber entendido lo que tenían que hacer. Algunos sustituyeron $x = 2$ en la fórmula del volumen. Unos pocos alumnos escribieron el producto de la longitud, la anchura y la altura, omitiendo los paréntesis pertinentes. La mayoría de los alumnos resolvieron correctamente el apartado (d). Sin embargo, la aplicación de este resultado en el apartado (e) no resultó tan acertada. En dicho apartado (e), algunos alumnos dejaron ambas soluciones de x , sin darse cuenta de que una quedaba fuera del intervalo de valores válidos. Otros alumnos no obtuvieron ninguno de los dos puntos por no mostrar que habían utilizado el resultado hallado en el apartado (d), como exigía el enunciado. Muy pocos alumnos lograron la máxima puntuación por el dibujo que se pedía en el apartado (g). En este apartado, no seguir las instrucciones del enunciado relativas al dominio y al recorrido hizo que la mayoría de los alumnos perdieran puntos.

Pregunta 6: Estadística descriptiva

Esta pregunta se respondió bien en general. Los alumnos resolvieron satisfactoriamente los apartados del (a) al (e). Sin embargo, se detectó una falta de precisión en los apartados (b), (c) y (e). En muchos casos, hubo problemas con el dibujo del diagrama de caja y bigotes del apartado (f) en lo que respecta a los rótulos y la escala que había que utilizar. La ausencia de escala en el papel milimetrado hizo que los examinadores tuvieran dificultades para puntuar el ejercicio. Algunos alumnos dibujaron el diagrama de caja y bigotes en el cuadernillo de respuestas, a pesar de que el enunciado indicaba que había que utilizar papel milimetrado. En el apartado (g) la mayoría de los alumnos calcularon correctamente los tres cuartos de 180, pero muchos lo dividieron luego entre 420 o entre $420-12$ (en lugar de entre $420+12$).

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Es importante que los alumnos sepan la diferencia entre un dibujo aproximado y un dibujo con precisión. Se debe animar a los futuros alumnos a que sean precisos al dibujar gráficos.
- En esta prueba, hubo problemas de precisión en los dibujos de diagramas de caja y bigotes porque los alumnos no prestaron atención a las instrucciones dadas en el enunciado de la pregunta. Se debe animar a los futuros alumnos a que utilicen la escala que se les da en la pregunta. Es importante que los gráficos, cuando se requiera precisión, se dibujen en papel milimetrado. No hay que olvidarse de incluir rótulos en los gráficos.
- Al elaborar un diagrama de caja y bigotes, hay que tener cuidado de que los "bigotes" no atraviesen la caja.
- Los alumnos deben entender cómo colocar los números en un diagrama de Venn. Es importante tener en cuenta la intersección de los conjuntos y el número total de elementos que hay en cada conjunto y en el conjunto universal.
- Los alumnos deben seguir las instrucciones dadas en el enunciado de cada pregunta y de cada apartado. Por ejemplo, las instrucciones sobre lo siguiente:
 - El recorrido y el dominio, a la hora de dibujar un gráfico
 - El uso de la respuesta dada en un apartado concreto para responder a otra pregunta (en estos casos, se suele utilizar la expresión "a partir de lo anterior" en el enunciado)
 - El grado de precisión que se pide
 - Las unidades en las que hay que dar la respuesta
- En cada apartado que respondan, los alumnos deben asegurarse de escribir claramente el número de dicha pregunta y el apartado.
- Si han escrito más de una respuesta para un mismo apartado de una pregunta, los alumnos deben tachar lo que no valga para que les puntúen solamente la respuesta por la que se hayan decantado finalmente.
- Se anima a los alumnos a que reflexionen sobre sus respuestas. Deben asegurarse de que tengan sentido en el contexto del problema planteado.
- Los alumnos deben saber utilizar e interpretar la curva normal, así como los valores

de x y las probabilidades relacionados (por ejemplo, hallar x si sabemos que $P(X < x) = 0.9$).

- Es importante mostrar todos los pasos del desarrollo del ejercicio, en lugar de limitarse a dar la respuesta final tras usar la calculadora. Hay que recalcar que solo se pueden conceder puntos por arrastre de error si el alumno ha incluido el desarrollo del ejercicio.
- Los alumnos deben evitar redondear antes de tiempo para, de ese modo, no ir acumulando errores a lo largo de toda la pregunta, especialmente en aquellos apartados que dependan de apartados anteriores.
- Los alumnos deben utilizar el valor correcto de π , y no $\frac{22}{7}$ o 3,14.
- Los alumnos deben seguir las instrucciones generales de la prueba, donde se especifica que las respuestas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas, salvo que se indique lo contrario en la pregunta.
- Es importante que los alumnos:
 - Reconozcan cuándo se trata de una serie aritmética y cuándo de una serie geométrica y que, a partir de ahí, apliquen la fórmula correcta para resolver un problema
 - Entiendan que el porcentaje de error es un valor absoluto
 - Sepan realizar conversiones de unidades
 - Entiendan los requisitos que entraña una pregunta de tipo "muestre que"