

Informes generales de la asignatura, mayo de 2015

Estudios Matemáticos NM (zona horaria 2)

Variantes de los exámenes según la zona horaria

Para proteger la integridad de los exámenes, cada vez se están utilizando más variantes de los exámenes según la zona horaria donde se realicen. Al recurrir a variantes del mismo examen, los alumnos ubicados en una parte del mundo no estarán respondiendo siempre al mismo cuestionario de examen que los alumnos ubicados en otras partes del mundo. Se sigue un proceso muy riguroso para garantizar que las diversas variantes del examen sean comparables en lo que respecta a su dificultad y a la cobertura del programa de estudios, y se toman las medidas pertinentes para garantizar que se apliquen las mismas normas de calificación a todos los exámenes escritos de los alumnos, independientemente de cuál haya sido la versión del examen a la que hayan respondido. Para la convocatoria de exámenes de mayo de 2015 el IB ha elaborado variantes de los exámenes de Estudios Matemáticos NM para las distintas zonas horarias.

Límites de calificación de la asignatura

Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0–16	17–30	31–42	43–55	56–68	69–80	81–100

Evaluación interna del Nivel Medio

Límites de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0–4	5–6	7–8	9–11	12–14	15–16	17–20

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

En comparación con el año pasado, hemos percibido una mucho mejor comprensión de los nuevos criterios, particularmente en lo que respecta a la pertinencia de los procedimientos matemáticos. Parece que los alumnos han reflexionado más sobre por qué estaban utilizando determinados procedimientos matemáticos en sus proyectos. Fue agradable comprobar que

muchos alumnos eran conscientes de que necesitaban incluir dos procedimientos simples y uno avanzado. Los proyectos estaban mucho más definidos y eran más concretos y, por lo general, el plan estaba bien presentado. En aquellos casos en los que la puntuación otorgada fue inferior a 5 puntos, normalmente se debió a que el proyecto estaba incompleto. La mayoría de los alumnos, como suele suceder, optaron por el análisis estadístico. La obtención de datos se realizó normalmente mediante un cuestionario o recurriendo a fuentes de Internet (que, por otro lado, no siempre se citaron). Lamentablemente se siguieron cometiendo errores de cálculo, notación y terminología fruto del descuido o de la falta de atención.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

A: Los alumnos, por lo general, fueron capaces de lograr un nivel 2. A menudo los alumnos mencionaron los procedimientos matemáticos que ellos utilizarían, pero luego no justificaron el motivo que les había llevado a elegir cada uno de los procedimientos realizados. En ocasiones se utilizaron en la fase de análisis procedimientos que no se habían mencionado en el plan o, por el contrario, hubo también procedimientos que se mencionaron en el plan, pero que luego no se llevaron a cabo. Para recibir un nivel 3 no puede haber ninguna sorpresa durante la lectura del proyecto.

B: Muchos alumnos fueron capaces de alcanzar el nivel 2 por haber recogido suficientes datos y haberlos organizado convenientemente para realizar el posterior análisis. Hubo algunos casos en los que los datos recogidos fueron escasos o no fueron de buena calidad. La mayoría de los alumnos no describieron el proceso de muestreo. Con frecuencia se vieron frases del estilo de "Elegí 50 participantes al azar". Es necesario prestar más atención y hacer más hincapié en el tema del muestreo. Solo los mejores proyectos incluyeron algo de información específica sobre la técnica de muestreo elegida. Algunos alumnos perdieron puntos a lo tonto por no haber incluido en el proyecto los datos brutos (sin procesar).

C: Hubo bastantes alumnos que utilizaron al menos dos procedimientos simples junto con un procedimiento avanzado. Los procedimientos avanzados que más se utilizaron fueron la prueba de chi-cuadrado y el coeficiente de correlación. En los proyectos de algunos colegios se notó que los alumnos eran conscientes de que tenían que aplicar la corrección de Yates a la continuidad cuando el número de grados de libertad era igual a 1. Sin embargo, los alumnos de otros colegios parecían desconocer este hecho. Muchos alumnos obtuvieron valores esperados menores de 5 y ni siquiera trataron de reagrupar los datos. Algunos alumnos incluso hallaron la recta de regresión, a pesar de que el valor de r que habían obtenido era débil. Algunos profesores parecieron ignorar el hecho de que si el proyecto no contiene ningún procedimiento simple, los dos primeros procedimientos avanzados que tenga el proyecto se han de contar como simples. En ocasiones los resultados se copiaron directamente de la calculadora de pantalla gráfica, sin añadir ninguna explicación. Esto hace que al moderador le resulte difícil evaluar el nivel de comprensión. En algunas ocasiones los procedimientos utilizados no encajaban con el contexto del objetivo general y, por consiguiente, no resultaban pertinentes. En otras ocasiones los proyectos contenían errores aritméticos que limitaban la puntuación máxima a la que podían optar en este criterio.

D: Los alumnos, por lo general, fueron capaces de extraer una conclusión a partir de los resultados obtenidos. Los alumnos más brillantes realizaron una discusión bastante detallada

de los resultados obtenidos. Para facilitar la lectura de los proyectos es conveniente escribir interpretaciones parciales después de cada procedimiento matemático. De nuevo, algunos alumnos llegaron a conclusiones irrelevantes o carentes de pruebas que las respaldases, o plasmaron sus propias creencias personales.

E: Hubo algunos alumnos que ni siquiera se molestaron en tratar de cumplir este criterio. Sin embargo, también hubo bastantes que incluyeron comentarios coherentes y con sentido sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos, o que discutieron las limitaciones de dichos resultados.

F: En su conjunto, los proyectos tenían estructura y estaban dotados de un desarrollo lógico. Algunos alumnos incluyeron una bibliografía y citaron las fuentes utilizadas. En algunos proyectos se apreció una falta de compromiso, puesto que algunos eran demasiado cortos y les faltaba la parte de análisis matemático. Se debería disuadir a los alumnos de incluir fotografías de trabajos realizados en papel, puesto que los proyectos quedan mejor presentados si el trabajo se escribe a ordenador y se utiliza un software de representación gráfica.

G: Muchos alumnos solo consiguieron un punto en este criterio. Muchos alumnos no utilizaron el símbolo correcto para χ o para la multiplicación. En ocasiones las variables no se describieron explícitamente. Algunos alumnos siguen utilizando la expresión "hallar una correlación", en vez de una relación que haga referencia a la prueba de χ^2 .

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

- Leer los informes generales de la asignatura.
- Animar a los alumnos a que expliquen en detalle los motivos que les llevan a utilizar los procedimientos matemáticos que mencionan en el plan del proyecto.
- Las variables se deben definir.
- El proceso de muestreo se ha de explicar con mayor detalle.
- Hay que incluir TODOS los datos brutos (sin procesar).
- Hay que hacer que los alumnos evalúen proyectos anteriores para que entiendan bien en qué consisten los criterios de evaluación.
- Hay que animar a los alumnos a utilizar un abanico de temas distintos.
- Hay que animar a los alumnos a que muestren los cálculos hechos a mano.

Prueba 1 del Nivel Medio

Límites de calificación del componente

Calificación final: 1 2 3 4 5 6 7

Rango de puntuaciones:	0–12	13–25	26–36	37–48	49–61	62–73	74–90
-------------------------------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- Identificar un ángulo de depresión
- Interpretar una estimación realizada a partir de un diagrama de caja y bigote
- Proposiciones compuestas complejas (en el ámbito de la lógica)
- Entender la diferencia que hay entre el valor del parámetro p y el valor del parámetro χ^2
- Propiedades geométricas de los triángulos isósceles
- Interés compuesto
- Validez de los enunciados lógicos
- Razones trigonométricas en figuras tridimensionales
- Distribución normal e interpretación de los datos obtenidos con la calculadora de pantalla gráfica
- Sustituir en fórmulas que contienen notación de funciones
- Identificar el máximo y un rango a partir de un modelo matemático dado

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Uso de funciones trigonométricas para hallar los lados de un triángulo rectángulo
- Porcentaje de error
- Ecuación de una recta
- Dibujar un diagrama de caja y bigote
- Tablas de verdad
- Identificar estructuras de conjuntos
- Prueba de χ^2 (aunque hay que tener presente también el comentario incluido en el apartado anterior)
- Identificar el término n-ésimo de una serie geométrica
- Lógica simple

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Lugares decimales, cifras significativas y forma estándar

A pesar de que un número importante de alumnos obtuvieron una buena puntuación en esta primera pregunta, hubo una minoría que no lograron entender lo que se les estaba pidiendo que hicieran en la pregunta. En el apartado (a) los alumnos tenían que dar la respuesta redondeando a dos lugares decimales. En aquellos casos en los que la respuesta dada fue la correcta (224,96) no hubo problema alguno y el alumno recibió 3 puntos. Aquellos alumnos que no dieron con la respuesta requerida y que no mostraron una respuesta intermedia sin redondear obtuvieron, como mucho, un punto en este apartado de la pregunta. A pesar de que algunos truncaron las respuestas con 3 cifras y, por ende, no recibieron ningún punto en el apartado (b), lo cierto es que hubo muchos alumnos que resolvieron correctamente este segundo apartado. Una minoría de alumnos no leyeron correctamente lo que se les pedía en (c) y escribieron como respuesta a este apartado la respuesta que habían dado en el apartado (a) en forma estándar. Dichos alumnos perdieron al menos un punto por este motivo. No obstante, resultó alentador comprobar que en este apartado de la pregunta hubo muchas respuestas acertadas, lo que demuestra que los alumnos están bien preparados para afrontar preguntas sobre la forma estándar.

Pregunta 2: Trigonometría y porcentaje de error

Parece que muchos alumnos cometieron el error de identificar el ángulo $BTC = 30^\circ$ como el ángulo de depresión en el diagrama. En el apartado (b) se vieron muchos cálculos trigonométricos correctos y, con la ayuda de los puntos por arrastre de error, muchos alumnos lograron la máxima puntuación en este apartado de la pregunta. Fue grato comprobar que muchos centros educativos habían preparado bien a sus alumnos para afrontar problemas que incluyeran porcentajes de error. De hecho, muy pocos alumnos cometieron el error de dividir entre 150 y muy pocos también dieron una respuesta negativa, lo que demuestra que habían comprendido la importancia que tiene el signo del módulo en la fórmula.

Pregunta 3: Ecuación de una recta y pendientes

En esta pregunta se vieron respuestas muy acertadas, lo que demuestra que los alumnos estaban bien preparados para acometer preguntas sobre el cálculo de pendientes y la determinación de la ecuación de una recta. No obstante, una llamada de atención a este respecto: los alumnos deben mostrar en todo momento el desarrollo del ejercicio (cálculos realizados y razonamiento seguido). Allí donde se dé una respuesta correcta (con o sin desarrollo del ejercicio) se concede la máxima puntuación. Sin embargo, en el apartado (c), si el alumno dio una respuesta con arrastre de error (por muy trivial que fuera) pero sin mostrar ningún cálculo ni razonamiento que lo respaldase, no se le pudo conceder ningún punto.

Pregunta 4: Estadística descriptiva

Los alumnos que se limitaron a escribir un 5 como respuesta en vez de un 4, que es la respuesta correcta (porque 5 es la mediana del conjunto de datos 2, 3, 4 ...8), no obtuvieron ningún punto en este apartado y esto, además, les acarreó problemas adicionales en el apartado (b) puesto que su 5 coincidía con el tercer cuartil (Q_3). A pesar de esta falta de comprensión del término *mediana*, lo cierto es que hubo muchos alumnos que obtuvieron la máxima puntuación en los apartados (a) y (b). El apartado (c) resultó más problemático puesto que un número significativo de alumnos interpretaron la expresión *al menos 6 libros* como si significase "la proporción de alumnos que han leído 6 libros como mucho". En la decisión de interpretar esto como si equivaliera al 75 % parece que influyó un poco el hecho de que el tercer cuartil (Q_3) sea el percentil 75°. Aquí menos alumnos de los esperados dieron la respuesta correcta (10), y hubo muchos más que respondieron 30, que es una respuesta incorrecta.

Pregunta 5: Lógica y tablas de verdad

A pesar de que la mayoría de los alumnos resolvieron bien esta pregunta, sigue habiendo un número importante de alumnos que cometieron errores en las celdas de la tabla del apartado (a), a pesar de que en el cuadernillo de fórmulas se incluyen tablas de verdad estándar. El apartado (b) resultó ser un discriminador importante, puesto que muchos alumnos centraron su respuesta en el examen de las columnas de los componentes de la equivalencia, en vez de considerar la proposición en su totalidad. Como consecuencia de esto se vieron muchas respuestas incorrectas del tipo "en las columnas hay una mezcla de V y F y, por lo tanto, no es ninguna de las dos cosas". Todos los alumnos que lograron resolver correctamente este apartado añadieron a la tabla una columna correspondiente a la proposición compuesta $\neg((r \wedge p) \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg(r \wedge p) \wedge q$. Si lo que escribieron era correcto, según las celdas de su tabla, en ese caso se les concedió un punto por el razonamiento. El punto final se concedió como punto por arrastre de error basado en el punto por razonamiento obtenido. (Aquí es importante recalcar que, en este tipo de preguntas, si no hay razonamiento no se puede conceder punto alguno.)

Pregunta 6: Conjuntos

Aquí el error más habitual fue poner al revés las dos primeras celdas de la tabla. Aparte de eso, muchos alumnos obtuvieron al menos 3 puntos en esta pregunta.

Pregunta 7: Prueba de χ^2 para evaluar la independencia

En el apartado (a) la mayoría de los alumnos parecían estar bien familiarizados con el empleo de la palabra *independencia* en el ámbito de la hipótesis nula. Sin embargo, hubo unos pocos alumnos (una minoría) que parecían estar hechos un lío respecto a qué variable era la que era independiente. De hecho, en algunos exámenes de los alumnos se decía incorrectamente que la variable que era independiente del tipo de baile preferido era el sexo (en vez de la edad). En los apartados (b) y (c) se vieron muchos valores correctos, aunque también hubo algunos alumnos que dieron un valor esperado de 14 en el apartado (b) (y que, por consiguiente, perdieron este punto) y otros que en el apartado (c) redondearon el valor obtenido del parámetro p a 0,0875 y, como consecuencia de ello, perdieron uno de los dos puntos posibles. A los alumnos se les debería aconsejar que incluyan en el desarrollo del ejercicio **todas** las cifras que aparezcan en la pantalla de la calculadora. En el apartado (d) se trataba de averiguar, concretamente, si el alumno entiende la importancia que tiene el valor de la significación para el valor del parámetro p . Si el propósito de esta pregunta hubiera sido que los alumnos compararan el valor crítico con el estadístico, χ^2 se les habría proporcionado el valor crítico. En este apartado de la pregunta hubo muchos alumnos que extrajeron conclusiones correctas utilizando el valor p que habían hallado y el nivel de significación del 5 %. Sin embargo, hubo algunos alumnos que parecieron confundir el estadístico χ^2 con el valor del parámetro p y que trataron de compararlos. A raíz de esta confusión perdieron los dos puntos asignados a este apartado.

Pregunta 8: Trigonometría y geometría de triángulos no rectángulos

En el apartado (a) se vieron muchas respuestas correctas ($MB = 10$ m), pero la mayoría de los alumnos lo echaron luego todo a perder, ya que muchos parecían no conocer las propiedades básicas de los triángulos isósceles. Como consecuencia de ello, en el apartado (b) se vieron muchos cálculos o razonamientos y suposiciones incorrectos, lo que dio pie a un amplio abanico de respuestas distintas de 110° . No obstante, utilizando el ángulo que habían hallado en el apartado (b), muchos alumnos fueron capaces de utilizar el teorema del seno o el del coseno para dar con una respuesta con arrastre de error correcta en el apartado (c). Aquí fueron muy pocos los alumnos que lograron dar con una respuesta totalmente correcta.

Pregunta 9: Series aritméticas y geométricas

Hubo demasiados alumnos que fallaron en el apartado (a), indicando progresiones que no eran aritméticas en (i) o que no eran geométricas en (ii). Además, a pesar de que en el párrafo inicial de la pregunta se mencionaba que *De las cuatro progresiones que se muestran a continuación, solo hay una que...*, hubo algunos alumnos que dieron más de una respuesta. Aunque hubo una minoría significativa de alumnos que en el apartado (b) dieron como respuesta un 2, la inmensa mayoría de ellos escribió correctamente que la razón común era igual a 0,5. A pesar de que en unos pocos exámenes se vio la suma de los n primeros términos de una progresión

geométrica, muchos alumnos sí que escribieron la fórmula correcta para hallar el 10º término de la progresión utilizando la razón común en el apartado (b)(ii). El último punto resultó ser más difícil de conseguir, puesto que los alumnos tenían que dar el valor **exacto** en forma de fracción. Muchos se limitaron a dejar como respuesta el valor decimal de $-0,01171875$ o redondearon este valor a tres cifras significativas. En ambos casos los alumnos perdieron el punto final, puesto que se les pedía que dieran la fracción correcta. Aquellos alumnos que habían dicho que la razón común era 2 en el apartado (b)(i) también perdieron aquí el punto final al dar una respuesta de -3072 .

Pregunta 10: Finanzas

A pesar de que se había aceptado el uso de la aplicación financiera de la calculadora de pantalla gráfica (y se había acordado que se puntuaría el ejercicio en consecuencia), hubo muy pocos alumnos que escogieran ese camino. Por el contrario, una aplastante mayoría de alumnos optaron por escribir la fórmula del interés compuesto. En el apartado (a), muchos alumnos sustituyeron correctamente los valores de la fórmula del interés compuesto y dieron con la respuesta correcta (1160,75). Muchas de las sustituciones incorrectas en la fórmula se debieron a una interpretación errónea del término *tipo de interés del 5 %* (como si hubiera que meter 0,5 en vez de 5 en la fórmula) o de la expresión *compuesto trimestralmente* (como si eso implicara que el año consta de 3 períodos, en vez de 4). En el apartado (b) se vieron algunas conjeturas hechas al azar o el método de prueba y error, puesto que muchos se mostraron incapaces de plantear la ecuación que se requería. De hecho, esta pregunta resultó ser un verdadero filtro discriminador, puesto que incluso aquellos alumnos que plantearon la ecuación correcta con frecuencia fueron luego incapaces de resolverla para dar con la respuesta, que era 5,28 años.

Pregunta 11: Lógica simbólica

Hubo muchos alumnos que lograron una buena puntuación en los tres primeros apartados de esta pregunta. Lamentablemente, en el apartado (d) los alumnos mostraron una comprensión muy escasa del concepto de validez en este contexto. Hubo muchos que trataron de utilizar tablas de verdad y un número significativo de alumnos mezclaron el concepto de "factores" con el concepto de "múltiplos". Hubo solamente una minoría de exámenes escritos en los que se incluyeron contraejemplos (p. ej., 18 es un múltiplo de 6 pero no es un múltiplo de 12) que demostraran que la proposición no era válida.

Pregunta 12: Trigonometría y geometría de sólidos tridimensionales

En el apartado (a) la mayoría de los alumnos fueron capaces de dar con la respuesta requerida ($AO = 4$ cm). El apartado (b) les planteó más dificultades, especialmente a aquellos alumnos que trataron de resolver el ejercicio hallando la altura (VO) de la pirámide. Un valor correcto de la altura, redondeado a 3 cifras significativas y utilizado luego correctamente en una razón trigonométrica o en la fórmula del coseno, conducía invariablemente a una respuesta de 66.5° , lo que conllevaba la pérdida del punto por precisión. Aquellos alumnos que utilizaron erróneamente el teorema de Pitágoras y obtuvieron una altura de 10,8 cm perdieron los dos puntos que tenía asignado este apartado. A pesar de los errores con los que nos hemos topado en el apartado (b), en el apartado (c) vimos que muchos alumnos sabían cómo aplicar la fórmula del área de un triángulo aunque, en algunos casos, solo hallaron la mitad del área requerida. Fue agradable comprobar que la mayoría de los alumnos se habían acordado de añadir las unidades (cm^2) tras la respuesta numérica.

Pregunta 13: Distribución normal

En el apartado (a) hubo muchas respuestas correctas: en muchos exámenes los alumnos habían trazado una línea vertical rotulada "175 cm" y habían sombreado la región situada a la izquierda de esa recta. Sin embargo, el apartado (b) constituyó para ellos un desafío de demasiada envergadura. La forma en la que se habían redactado los dos subapartados de la pregunta resultó confusa: muchos alumnos creyeron que en el subapartado (i) tenían que dar un valor de probabilidad en vez de una longitud y 0,159 fue una respuesta dada por muchos alumnos, pero incorrecta. Muchos de estos alumnos se encontraron con que no tenían forma de continuar en el subapartado (ii) y con frecuencia dejaron en blanco la línea de respuesta. De entre aquellos alumnos que sí que se dieron cuenta de que en el subapartado (ii) tenían que empezar por calcular $180 + 5 = 185$ cm, hubo muchos que hallaron la respuesta requerida sin necesidad de hacer ningún cálculo. Sin embargo, aquí hay que hacer una advertencia: aquellos que se limitaron a mostrar los comandos de la calculadora de pantalla gráfica no obtuvieron ningún punto por método, y las respuestas incorrectas no recibieron tampoco ningún punto.

Pregunta 14: Elaboración de modelos matemáticos: Modelo exponencial

Hubo muchos alumnos que parece que no entendieron bien la notación que se utilizaba en esta pregunta, porque interpretaron $N(x)$ como si fuera $N \times x$. Este error con frecuencia se vio agravado por la incapacidad del alumno de manejar el índice negativo de la exponencial. Como consecuencia de esto, las respuestas dadas a esta pregunta fueron bastante deficientes en general. En el apartado (a) a menudo sustituyeron t por el valor de 1, llegando a la ecuación

$ab^1 = 800$, lo que condujo con frecuencia a una respuesta final de $a = \frac{800}{b}$ con la que el alumno no obtuvo ni un solo punto. A muchos alumnos no les fue mucho mejor en el apartado (b), y con frecuencia igualaron 360 (90×4) a la función dada. También tuvieron problemas para ordenar y simplificar la ecuación y para eliminar el exponente negativo de b ; de hecho, en el apartado (b) se lograron muy pocos puntos (ninguno en algunos casos). En cuanto al apartado (c), la mayoría de los alumnos no llegaron a darse cuenta del valor asintótico de 40 y, como consecuencia de ello, casi todos ellos obtuvieron pocos puntos o ninguno en esta pregunta.

Pregunta 15: Funciones cuadráticas

La mayoría de los alumnos consiguieron al menos los dos primeros puntos de esta pregunta, al igualar la respuesta obtenida en el apartado (a) con la función cuadrática del enunciado. Sin embargo, los alumnos tuvieron luego problemas para resolver la ecuación y la respuesta correcta (180 m) no se vio con la frecuencia que cabría esperar. En cuanto al subapartado (c)(i), parece que hubo muchos alumnos que no entendieron del todo qué se les pedía que hicieran, puesto que muchos respondieron 180 (que es el valor máximo de x), en vez de contestar 100, que es una solución a la que podrían haber llegado fácilmente teniendo

en cuenta la simetría de la ecuación cuadrática. A pesar de este error hubo muchos alumnos que consiguieron recuperarse en el subapartado (ii). Hallar el rango de valores que adopta A les planteó bastantes problemas a los alumnos; de hecho, muy pocos se dieron cuenta de que los valores importantes eran las respuestas que habían obtenido en los apartados (a) y (c)(ii), y en muchos casos dieron una solución incorrecta o dejaron el apartado en blanco.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

A los alumnos se les debería instar a:

- Practicar el uso correcto de la notación de funciones. Interpretar correctamente $f(x)$, recalcándoles que no es en absoluto equivalente a $f \times x$.
- Mostrar todo el desarrollo del ejercicio y dar las respuestas con al menos tres cifras significativas (a no ser que en el enunciado de la pregunta se pida explícitamente otra cosa). (Hay que recordarles a los alumnos que, por lo general, no se conceden puntos por arrastre de error si no se incluye el desarrollo del ejercicio.)
- Examinar críticamente sus respuestas para ver si son o no sensatas en el contexto del problema planteado.
- No tachar el desarrollo del ejercicio a menos que se vaya a reemplazar por otra cosa, porque no se otorga absolutamente ningún punto a los cálculos o razonamientos que aparezcan tachados.
- Rotular el desarrollo del ejercicio en el cuadro para cálculos para facilitar la lectura y comprensión.
- Dibujar uno o varios diagramas en las preguntas sobre la distribución normal, sombreando el área correspondiente cuando sea necesario.
- Practicar más aquellos tipos de pregunta que requieren una justificación matemática.
- Practicar el uso de la calculadora de pantalla gráfica en aquellas preguntas que incluyan estadística, distribución normal y finanzas.
- Asegurarse de que los alumnos están completamente familiarizados con las fórmulas que aparecen en el cuadernillo de información y saben exactamente dónde se encuentran estas fórmulas en el cuadernillo antes del examen.

Prueba 2 del Nivel Medio

Límites de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0–14	15–28	29–40	41–50	51–61	62–71	72–90

Comentarios generales

Esta prueba de examen parece que les resultó bastante asequible a los alumnos. La mayoría de los alumnos demostraron tener un buen conocimiento del material de la asignatura y la capacidad de aplicar dichos conocimientos para responder a las preguntas del examen. Los

alumnos fueron capaces de elegir las técnicas apropiadas para resolver los problemas planteados.

Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- Sustituir valores negativos en una expresión y calcular el resultado final
- Uso de la recta de regresión
- Distribución normal
- Diagramas de Venn —razonamientos y cálculos inversos a partir de los valores totales—
- Probabilidad condicionada y probabilidad compuesta —darse cuenta de que una "o" en el enunciado es un indicador de "unión"—
- Darse cuenta de que S_1 equivale a u_1
- Resolución de ecuaciones de segundo grado (cuadráticas)
- Uso de la calculadora de pantalla gráfica para hallar la media y la desviación típica
- Resolver en función de n preguntas sobre la suma de los términos de una progresión aritmética (serie aritmética)
- Sustituir y elevar al cuadrado números negativos
- Derivada de potencias con exponentes negativos
- Rotular gráficos (x e y) y dibujar aproximadamente curvas suaves
- Ecuación de la recta tangente y concepto gráfico de recta tangente en un punto

Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Probabilidad simple
- Aplicación del teorema de Pitágoras
- Áreas y volúmenes, incluido el uso de las unidades correctas cuando trabajan en 2 y en 3 dimensiones
- Conversión de divisas
- El término n -ésimo de una progresión aritmética
- Derivadas de potencias con exponentes positivos
- Coeficiente de correlación
- Ecuación de la recta de regresión

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Diagramas de Venn y probabilidad

Muchos alumnos resolvieron acertadamente el apartado (a). La mayoría de los alumnos lograron al menos 2 puntos por colocar el 15 y el 8 en el lugar correcto del diagrama. El error más habitual fue escribir los números del enunciado (33, 22 y 27) en vez de 18, 7 y 12. Hubo algunos alumnos que no copiaron el diagrama de Venn y que, por consiguiente, perdieron los 3 puntos. Hubo muy pocos alumnos que no incluyeran el rectángulo como parte del diagrama.

En cuanto al apartado (b), muchos alumnos lo resolvieron acertadamente. Hubo algunos alumnos que no dieron la respuesta en la forma que indicaba el enunciado (esto es, en función de x). Escribieron los valores de x y, por ello, perdieron 1 punto como mucho en aquellos casos en los que escribieron los valores correctos (esto es, 10 y 20) en los lugares apropiados. El error más habitual fue utilizar x y $0.5x$.

En cuanto al apartado (c), hubo muchos alumnos que dieron con la respuesta correcta. Algunos alumnos omitieron el 8 en la suma de los elementos del diagrama de Venn cuando trataron de resolver la ecuación en x .

En el apartado (d) hubo muchas respuestas correctas.

Los subapartados (e)(i) y (ii) les resultaron asequibles a los alumnos, pero hubo pocos que obtuvieran los dos puntos en el subapartado (iii).

En cuanto al apartado (f), el error más frecuente fue utilizar $\frac{8}{100} \times \frac{8}{100}$ o emplear la suma en lugar de la multiplicación. Sin embargo, lo cierto es que hubo muchos alumnos que lograron responder a este apartado.

Pregunta 2: Volumen y superficie de sólidos tridimensionales

En el subapartado (a)(i) hubo muchos alumnos que aplicaron con éxito el teorema de Pitágoras. Algunos se detuvieron en $\sqrt{7}$ o dieron el valor completo (sin redondear) obtenido con la calculadora.

Fue estupendo comprobar que los alumnos habían incluido las unidades correctas en sus respuestas. Muchos de los alumnos lograron la máxima puntuación en el subapartado (a)(ii).

El apartado (b) no les planteó grandes problemas a los alumnos, y muchos de ellos lograron una buena puntuación. Algunos utilizaron 127 en vez de 125.

En lo que respecta al apartado (c), muchos alumnos obtuvieron al menos 2 puntos. El error más habitual en este apartado fue sumar el área de la base del cilindro al área de la superficie curva del cilindro y del cono.

En cuanto al apartado (d), la mayoría de los alumnos también lo abordaron muy bien. Los puntos por arrastre de error permitieron a los alumnos lograr aquí la máxima puntuación, incluso en casos en los que habían dado una respuesta errónea en el apartado anterior. Sin

embargo, se observó que muchos alumnos no habían redondeado la respuesta final al número correcto de lugares decimales.

En cuanto al apartado (e), los alumnos también lo abordaron bien.

Pregunta 3: Progresión aritmética

Por lo general, los alumnos respondieron acertadamente al apartado (a).

Sin embargo, a muchos alumnos el apartado (b) les resultó difícil. Les costó "mostrar" que el enunciado era cierto, porque no fueron capaces de establecer una conexión entre la suma de los términos y los términos concretos de los que constaba la progresión. Muchos alumnos utilizaron el 9 —que era precisamente lo que tenían que demostrar— para hallar una diferencia común de 2 y, a continuación, sustituyeron ese valor en la fórmula de la progresión aritmética.

En cuanto al apartado (c), los alumnos lo abordaron bien.

En el apartado (d) fue habitual que los alumnos sustituyeran los datos en la fórmula correcta. Algunos alumnos añadieron su propio valor de la diferencia al primer término, en vez de multiplicarlo por 9.

Hubo muchos alumnos que compararon el término n -ésimo con el valor 1001, en vez de con 1000. Muchos alumnos utilizaron el método de prueba y error para hallar el valor de n .

Hubo muy pocos alumnos que lograran resolver correctamente el apartado (f). La mayoría de ellos obtuvieron fácilmente el primer punto de método. Sin embargo, la principal dificultad parece que radicó en la simplificación y posterior resolución de la ecuación cuadrática.

Pregunta 4: Distribución normal

No hubo muchos alumnos que lograran la máxima puntuación en el apartado (a). Una respuesta incorrecta bastante habitual fue 7 y 1,41.

En cuanto al apartado (b), los alumnos lo abordaron correctamente. Sin embargo, hubo muy pocos que mostraran la región correcta en un diagrama de la distribución normal.

En el apartado (c) hubo pocos alumnos capaces de hallar la respuesta correcta. Este apartado resultó ser un ejercicio cuya resolución les planteó muchas dificultades.

En el apartado (d) muchos de los alumnos se beneficiaron de los puntos por arrastre de error.

En cuanto al apartado (e), la mayoría de los alumnos lo abordaron acertadamente.

Pregunta 5: Derivadas y ecuación de la recta tangente

En el apartado (a) la mayoría sustituyeron correctamente el valor en la fórmula y demostraron conocer bien la notación de funciones. No obstante, en ocasiones la respuesta a la que llegaron fue incorrecta, revelando así algunas carencias en álgebra.

En cuanto al apartado (b), también hubo muchos alumnos que encontraron correctamente la derivada. Sin embargo, hubo algunos que no simplificaron la respuesta.

En el apartado (c), por lo general sustituyeron correctamente el valor en la derivada que habían hallado en el apartado anterior. No obstante, hubo muchos alumnos que no supieron manejar correctamente el exponente negativo.

En cuanto al apartado (d), no hubo demasiadas respuestas correctas. Hubo algunos intentos satisfactorios de sustituir lo que habían hallado en los apartados (c) y (a) en la ecuación $y = mx + c$. Los alumnos se beneficiaron aquí de los puntos por arrastre de error.

Es importante resaltar que en el apartado (e) hubo muchos alumnos que dibujaron la función con precisión (en vez de dibujarla aproximadamente). Los alumnos tienen que ser conscientes de las diferencias que existen entre los diversos términos de instrucción. De hecho, para este apartado hubo muchos alumnos que utilizaron papel milimetrado. Sin embargo, no hubo muchos que rotularan el gráfico adecuadamente y que utilizaran las escalas apropiadas.

Hubo muy pocos alumnos que, en el apartado (f), lograran dibujar correctamente la recta tangente a un punto del gráfico.

En el apartado (g) tampoco hubo muchos alumnos que consiguieran hallar el punto de intersección de la función con la recta tangente. Esto puso de manifiesto que algunos alumnos no saben utilizar de manera eficaz la calculadora de pantalla gráfica.

Pregunta 6: Correlación, regresión y elaboración de modelos

Las respuestas dadas en el apartado (a) fueron acertadas, por lo general. El principal problema aquí fue el redondeo incorrecto del valor. Muchos alumnos, en el subapartado (ii), mencionaron en su respuesta "fuerte" o "positiva", en lugar de emplear ambos calificativos.

En cuanto al apartado (b), los alumnos con frecuencia obtuvieron la ecuación correcta de la recta de regresión.

Al llegar al apartado (c), la mayoría de los alumnos sustituyeron correctamente el valor 13 en la ecuación de la recta de regresión obtenida en (b). Muchos alumnos utilizaron la tabla incluida en el enunciado para estimar y . También hubo algunos que no dieron la respuesta con el grado de precisión necesario.

En cuanto al apartado (d), los alumnos por lo general lo resolvieron acertadamente. Fue agradable comprobar que los alumnos habían incluido el desarrollo del ejercicio (cálculos y razonamientos) para respaldar la respuesta dada.

Sin embargo, a muchos alumnos el apartado (e) les resultó difícil. No hubo muchos que fueran capaces de escribir las expresiones correctas que se pedían en este apartado (e). No obstante, en el subapartado (e)(iii) sí que se vieron muchas respuestas correctas.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Los profesores deberían reforzar la probabilidad condicionada, los conceptos relacionados con los conjuntos y los diagramas de Venn.
- Los profesores deberían reforzar la correlación lineal y la distribución normal.
- Asimismo, se debería animar a los alumnos a que lean con detenimiento las instrucciones y a que den las respuestas con el grado de precisión que se les pida.
- Los alumnos deben practicar los dibujos aproximados de gráficos con los que no están familiarizados con la ayuda de sus calculadoras de pantalla gráfica. Se les debe animar a que utilicen el dominio dado y a que analicen el gráfico en busca de las características fundamentales. Esto les ayudará a conseguir una mayor precisión a la hora de hacer dibujos aproximados de los gráficos.
- Hay que animar a los alumnos a que muestren todas las fases del desarrollo de los ejercicios, en particular en aquellas preguntas que sean de tipo "mostrar que".
- Hay que dejar muy claro a los alumnos que suprimir el desarrollo del ejercicio (es decir, los cálculos o razonamientos hechos) puede conllevar que se les concedan menos puntos. Hay que recordar a los alumnos que aprovechen al máximo las preguntas de tipo "mostrar que", utilizando los valores dados en el enunciado para acometer el resto de los apartados de la pregunta.
- Los alumnos deberían estar mejor preparados para responder a preguntas que estén enmarcadas en contextos específicos. Tienen que estar preparados para aplicar los conceptos aprendidos en distintos contextos y situaciones.
- Los alumnos deberían reflexionar sobre la precisión con la que han dado sus respuestas en el contexto concreto del problema.
- Hay que preparar a los alumnos para que sepan utilizar técnicas de resolución de problemas en situaciones nuevas o con las que no estén familiarizados.
- Los alumnos han de evitar el redondeo prematuro, que conduce a una falta de precisión en la respuesta final.