

Informes generales de la asignatura de mayo de 2014

## ESTUDIOS MATEMÁTICOS TZ2

Bandas de calificación de la asignatura

### Nivel Medio

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 – 15	16 - 29	30 - 41	42 - 54	55 - 67	68 - 79	80 - 100

Variantes de los exámenes según la zona horaria

Para proteger la integridad de los exámenes, cada vez se están utilizando más variantes distintas de los exámenes según la zona horaria donde se realicen. Al recurrir a variantes del mismo examen, los alumnos ubicados en una parte del mundo no estarán respondiendo al mismo cuestionario de examen que los alumnos ubicados en otras partes del mundo. Se aplica un proceso muy riguroso para garantizar que las diversas variantes del examen sean comparables en lo que respecta a su dificultad y a la cobertura del programa de estudios, y se toman las medidas pertinentes para garantizar que se apliquen las mismas normas de calificación a todos los exámenes escritos de los alumnos, independientemente de cuál haya sido la versión del examen a la que hayan respondido. Para la convocatoria de exámenes de mayo de 2014 el IB ha elaborado variantes de los exámenes de Estudios Matemáticos para las distintas zonas horarias.

Proyecto para el Nivel Medio

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 4	5 - 6	7 - 8	9 - 11	12 - 14	15 - 16	17 - 20

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

Hubo una amplia variedad de notas otorgadas, como suele ser habitual. La mayoría de los temas elegidos fueron de tipo estadístico y resultaban adecuados para un proyecto de Estudios Matemáticos NM pero, como siempre sucede, hubo algunos casos en los que desde un principio los profesores deberían haber recomendado encarecidamente al alumno que cambiara de tema. Quedó patente que algunos alumnos se habían esforzado mucho en la elaboración del proyecto y habían disfrutado con ello: esto se vio reflejado en el cuidado que pusieron para que se cumplieran todos los criterios de evaluación y, por consiguiente, estos alumnos obtuvieron puntuaciones elevadas en todos los criterios. Sin embargo, hubo otros que mostraron un compromiso escaso o nulo y

elaboraron trabajos incompletos o demasiado superficiales. Algunos colegios no se dieron cuenta de que los proyectos tenían que incluir, en primer lugar, dos procedimientos simples antes de tratar de abordar un procedimiento avanzado, por lo que obtuvieron una puntuación baja en el Criterio C. Muchos alumnos perdieron un punto por utilizar una notación y/o una terminología indebidas o por no definir las variables utilizadas; en este sentido, los profesores deberían hacer más hincapié en señalar estos requisitos a sus alumnos. Algunos profesores siguieron utilizando los criterios antiguos y el 5/PJCS del anterior programa de estudios. Dichos trabajos se moderaron según los criterios de mayo de 2014 (que son los que hay que aplicar). Los profesores deberían consultar la guía actual y la última versión del Manual de Procedimientos (en la que se guarda el 5/PJCS). Es importante que los profesores escriban comentarios detallados en la primera página de la portada en los que expliquen los motivos que les han llevado a otorgar precisamente esas puntuaciones. También se les anima a que a lo largo de todo el proyecto vayan escribiendo comentarios a lápiz en los márgenes y comprobando la exactitud de los procedimientos matemáticos utilizados.

## Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

### **Criterio A:**

A muchos alumnos se les concedió un nivel 2 (siendo 3 el máximo posible). Esto se debió principalmente a que no explicaron los motivos por los cuales se habían decantado por los procedimientos que iban a utilizar.

Algunos alumnos solo obtuvieron 1 punto porque no quedaba claro el plan que iban a seguir o porque el proyecto no tenía título.

Para conceder un nivel 3 es imprescindible que al leer el proyecto no haya sorpresas. Para que se considere que un plan es detallado el alumno debe describir minuciosamente todos los procedimientos matemáticos que va a utilizar y la razón que le lleva a escoger cada uno de esos procedimientos.

Si se utiliza algún procedimiento que no haya sido comentado previamente en la introducción se podrá conceder, como mucho, un nivel 2.

Asimismo, si hay algún procedimiento que se haya explicado en la introducción pero que luego no se haya llevado a cabo, en ese caso también se concederá, como mucho, un nivel 2.

Aquellos alumnos que parten de un enunciado de la tarea claro y de un plan detallado donde se expliquen los procedimientos que se van a utilizar y los motivos de dicha elección normalmente elaboran un proyecto excelente.

### **Criterio B:**

Muchos alumnos recabaron datos que resultaban apropiados para su proyecto, pero no en la cantidad suficiente como para poder llevar a cabo los procedimientos expuestos en el plan.

Hubo pocos alumnos que describieran con claridad el método de muestreo, por lo que no obtuvieron la máxima puntuación en este criterio.

El proceso de recogida de datos tiene que quedar meticulosamente descrito y ha de ser representativo de la población. No basta con decir que los datos se recogieron de manera aleatoria. Hay que explicar el método utilizado para obtener la muestra. Si no se realiza un muestreo hay que justificar por qué no se lleva a cabo.

Si no se requiere una verdadera organización de los datos, en ese caso se podrá conceder como mucho un nivel 2 en este criterio.

Hay que incluir en el proyecto los datos primarios para poder optar a un nivel 2 en este criterio.

También se deben poder comprobar los cálculos realizados.

Si los datos son demasiado sencillos esto también limitará la puntuación que se concederá en otros criterios, como los de procedimientos matemáticos, interpretación y comunicación.

### **Criterio C:**

La mayoría de los cambios que aparecen en los nuevos criterios de evaluación se han introducido en este criterio. No todos los profesores y alumnos prestaron la debida atención a dichos cambios y, por consiguiente, no obtuvieron una buena puntuación.

Los alumnos, para que se les conceda un nivel 3 en este criterio, han de completar al menos dos procedimientos simples que sean correctos y resulten pertinentes. En este nivel basta con que todos los procedimientos *simples* resulten pertinentes. El utilizar procedimientos avanzados no pertinentes no le tiene por qué impedir al alumno obtener un nivel 3.

Los procedimientos simples se considera que son pertinentes si están relacionados con el enunciado de la tarea y se utilizan más adelante en el desarrollo de los procedimientos avanzados, tal y como el alumno especificó en el plan.

Si el proyecto no contiene ningún procedimiento simple, entonces dos de los procedimientos avanzados se considerarán procedimientos simples (y **no** procedimientos avanzados).

Los procedimientos repetidos cuentan como un único procedimiento (p. ej., elaborar dos gráficos de barras).

Si el proyecto únicamente incluye dos procedimientos y uno de ellos es incorrecto, en ese caso se podrá conceder como máximo el nivel 1.

Si se ha utilizado un único procedimiento (independientemente de que sea simple o avanzado), al alumno se le otorgará el nivel cero.

El que los procedimientos simples y avanzados no se presenten en orden no conlleva la penalización del alumno en este criterio. Sin embargo, este aspecto puede dar lugar a una penalización en el criterio F.

Para lograr el nivel 5 todos los procedimientos avanzados (y solo es necesario que haya uno) tienen que resultar pertinentes y ninguno ha de contener errores.

Todos los procedimientos que se escapen del ámbito cubierto por la asignatura tienen que explicarse con detalle para que se les pueda considerar un procedimiento avanzado: por ejemplo, el uso (no avalado en la actualidad) de la prueba de  $t$  (independientemente de que se realice enteramente con la calculadora de pantalla gráfica o sustituyendo en la fórmula) se considerará procedimiento simple.

A pesar de que los procedimientos utilizados no tienen por qué limitarse a la prueba de chi-cuadrado y al cálculo de la recta de regresión, la frecuencia con la que se utilizan hace que merezca la pena elaborar unas directrices adicionales sobre cómo se han de puntuar estos procedimientos.

### **La prueba de chi-cuadrado**

Una prueba de  $\chi^2$  hecha a mano se considerará que es un procedimiento avanzado.

Para considerar que se ha completado la prueba de  $\chi^2$ , se espera que el alumno haya escrito las hipótesis, haya indicado los grados de libertad, haya mostrado cómo se calcula al menos un valor esperado y haya completado la tabla de valores esperados, haya obtenido el estadístico de la prueba

de chi-cuadrado utilizando la fórmula y haya escrito la conclusión (basándose bien en el valor crítico o bien en el nivel de significación).

Si los valores observados no son frecuencias, en ese caso se podrá conceder como mucho un nivel 3 en el Criterio C.

Si algún valor esperado es inferior a 5, en ese caso se podrá conceder como mucho un nivel 4 en el Criterio C, y eso solo si el desarrollo del ejercicio se muestra en su totalidad. Si no se muestra el desarrollo, en ese caso se puede conceder como mucho el nivel 3.

Si el grado de libertad es 1, en ese caso (y únicamente en ese caso) hay que aplicar la corrección de Yates a la continuidad. Si el factor de corrección no se aplica pero la prueba se ha realizado correctamente y a mano, en ese caso se puede conceder como mucho el nivel 4.

Los alumnos deben tener presente que una prueba de  $\chi^2$  no demuestra nada. Únicamente aporta pruebas o sirve de apoyo.

### **Correlación / regresión**

Si el alumno dibuja un diagrama de dispersión y queda claro, observando el diagrama, que no existe ninguna correlación, en ese caso resulta pertinente calcular el coeficiente de correlación,  $r$ , para comprobarlo. Sin embargo, no resulta pertinente calcular la recta de regresión.

Si el diagrama de dispersión sugiere que existe una cierta correlación, en ese caso no solo resulta pertinente calcular el coeficiente de correlación,  $r$ , sino que si la correlación es lo suficientemente fuerte también resultará pertinente hallar la recta de regresión, siempre y cuando se vaya a utilizar o se explique para qué se halla.

Si el gráfico de dispersión no se dibuja, entonces la pertinencia de la correspondiente recta de regresión dependerá del valor de  $r$ .

Si el valor de  $r$  que se escribe procede de la calculadora de pantalla gráfica (o Excel), en ese caso se considerará un procedimiento simple.

Si los estadísticos para el resumen se han calculado con la calculadora de pantalla gráfica y luego se han sustituido en una fórmula para determinar  $r$ , en ese caso también se considerará un procedimiento simple.

El cálculo de la media o de la desviación típica como parte del cálculo de  $r$  no se considerarán procedimientos distintos y adicionales. La excepción a esta norma son los casos en los que la media o la desviación típica se calcula de manera independiente, como parte del plan elaborado.

### **Distribución normal**

El bosquejo del gráfico de una distribución normal y el cálculo de probabilidades o de valores porcentuales se considera un procedimiento simple.

El uso de puntuaciones  $z$  también es un procedimiento simple.

Sin embargo, un contraste de  $\chi^2$ , realizado a mano, para evaluar la bondad del ajuste se considerará procedimiento avanzado.

### **Criterio D:**

El proyecto fluye mejor si el alumno va escribiendo interpretaciones/conclusiones parciales después de cada procedimiento matemático.

La mayoría de los alumnos consiguieron dar al menos una interpretación que fuera coherente con el análisis realizado. Sin embargo, la redacción del texto de este criterio ha cambiado por lo que, a partir de ahora, si hay alguna conclusión/interpretación incoherente tiene que haber al menos otras dos conclusiones/interpretaciones coherentes para que al alumno se le pueda conceder el nivel 2.

La presencia de conclusiones (o creencias personales) que sean irrelevante o que no estén respaldadas por argumentos imposibilitará la concesión del nivel 3.

#### **Criterio E:**

Muchos alumnos muestran ahora una mayor comprensión de la validez y son capaces de hacer comentarios coherentes y con sentido sobre los procedimientos matemáticos utilizados o de reconocer las limitaciones y de suscitar una discusión al respecto.

El darse cuenta de la necesidad de utilizar el factor de corrección de Yates a la continuidad (y hacer algún comentario al respecto) o el combinar grupos en la prueba de  $\chi^2$  es suficiente para este criterio.

#### **Criterio F:**

En su conjunto, la estructura de los proyectos fue buena. Sin embargo, este criterio abarca más que el simple diseño o la presentación del trabajo; también gira en torno al compromiso. En el proyecto ha de quedar patente que para su realización se haya invertido el tiempo necesario (es decir, que se hayan cumplido las expectativas de compromiso de tiempo); si no, como máximo se le puede conceder un nivel 1.

Algunos alumnos incluyeron generalizaciones que no estaban respaldadas por pruebas, lo que no puede dar lugar a un proyecto coherente. Además, la presencia de un gran número de procedimientos repetitivos impiden la concesión del nivel 3.

Los gráficos, tablas o procedimientos presentados de manera desordenada también impiden la concesión del nivel 3.

Asimismo, si se presentan muchas páginas de datos primarios o de cálculos hechos mediante hojas de cálculo es preferible que todo esto se incluya en un apéndice; sin embargo, el no hacerlo no se ha de penalizar.

En caso de que haya algún procedimiento que se mencione en la introducción y luego no se lleve a cabo (o viceversa), al alumno no se le ha de penalizar dos veces por el mismo error.

#### **Criterio G:**

El número de alumnos que consiguieron la puntuación máxima en este criterio fue sorprendentemente bajo. El nivel concedido con más frecuencia fue 1, debido a la presencia de notación y/o de terminología incorrectas o por no haber definido las variables utilizadas.

Los alumnos que utilizan Excel o capturas de pantalla de calculadora tienen que ser conscientes de que esta notación no es aceptable. Si hay ejemplos de dicha notación es necesario explicarla y corregirla en el cuerpo del texto.

Los alumnos deben evitar utilizar su cámara para hacer fotos de la pantalla de la calculadora.

Los errores tipográficos aislados se perdonan; sin embargo, si el alumno utiliza, por ejemplo,  $x^2$  en vez de  $x^2$  esto se considerará notación deficiente y la máxima puntuación que se podrá conceder será el nivel 1.

Ejemplos de notación:

Notación correcta	Notación incorrecta
$x^2$	$x^{\wedge} 2$ o $x2$
$x \times 2$ o $2x$	$x * 2$
$1.2 \times 10^{-3}$	1,2 E-03
$\chi^2$	$X^2$ o $x^2$
$r^2$ : Coeficiente de determinación	$r^2$ : Coeficiente de correlación
$\sqrt{\frac{2402}{16}}$ o $\sqrt{(2402 / 16)}$	$\sqrt{2402/16}$ o $\text{sqrt.}$

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Lea el informe general de la asignatura. Esto resulta de especial importancia con el nuevo conjunto de criterios.
- Establezca plazos de entrega internos para el proyecto.
- Haga que los alumnos evalúen proyectos anteriores para que entiendan bien en qué consisten los criterios de evaluación.
- Aliente a los alumnos a que incluyan los cálculos escritos a mano, incluso aunque hayan utilizado para hacerlos medios tecnológicos tales como Excel.
- Ayude a los alumnos a comprender cómo han de afrontar la validez.
- Anime a los alumnos a que utilicen al menos dos procedimientos simples en el análisis que vayan a realizar.
- Asegúrese de que el alumno define todas las variables que vaya a utilizar en su proyecto.
- Muestre a los alumnos cómo utilizar el editor de ecuaciones y dónde encontrar el símbolo correspondiente a  $\chi$ .
- Muestre a los alumnos cómo utilizar la corrección de Yates a la continuidad.
- Asegúrese de que los alumnos adjunten todos los datos primarios.
- Explique a los alumnos en qué consiste el muestreo.

## Nivel Medio - Prueba 1

### Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 - 12	13 - 24	25 - 35	36 - 47	48 - 60	61 - 72	73 - 90

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- Los alumnos deben fijarse y comprobar si su respuesta es o no razonable. Por ejemplo, a la hora de calcular la distancia en kilómetros que recorre la Tierra cuando traza una órbita alrededor del Sol no es muy probable que la respuesta sea 942 km.
- A muchos alumnos les cuesta determinar el conjunto correcto para un diagrama de Venn.
- Muchos alumnos fueron incapaces de resolver una ecuación de segundo grado y no cayeron en la cuenta de que una solución en la que la longitud resultante sea negativa es imposible.
- A los alumnos les costó juzgar qué desarrollo tenían que incluir por escrito en las preguntas de razonamiento y a la hora de presentar una interpretación concisa y bien razonada. Por ejemplo, los alumnos no fueron capaces de justificar qué tipo de cambio resultaba óptimo utilizando una comparación numérica: con frecuencia esta pregunta se dejó sin responder, y aquellos que sí la respondieron se limitaron a indicar qué tipo de cambio era el mejor, sin aportar ninguna justificación. Otro ejemplo lo encontramos en una pregunta de razonamiento lógico, en el que no fueron capaces de expresar la respuesta de manera coherente. De hecho, una tabla de verdad habría sido la mejor manera de justificar la equivalencia lógica.
- A pesar de que los alumnos fueron capaces de hallar el valor del parámetro  $p$  o el valor calculado de  $\chi^2$ , hubo una cierta confusión a la hora de interpretar el resultado.
- Los alumnos deben leer las instrucciones, por ejemplo cuando se les pide que den la respuesta redondeando al número entero más próximo.
- Muchos alumnos complicaron el cálculo trigonométrico mucho más de lo necesario al no utilizar las fórmulas de las razones trigonométricas del triángulo rectángulo y usar, en su lugar, las reglas del seno y del coseno. A los alumnos más flojos les costó hallar el ángulo en un triángulo rectángulo utilizando las reglas SOHCAHTOA.
- A pesar de que la mayoría de los alumnos fueron capaces de plantear una ecuación exponencial, muy pocos supieron resolverla cuando la incógnita estaba en el exponente mismo.
- Los alumnos confundieron los extremos locales con los extremos absolutos. Por ejemplo, etiquetaron el mínimo o el máximo tal y como estaban en el gráfico dado, en vez del mínimo local.
- Solo los mejores de los mejores fueron capaces de identificar el intervalo en el que la función era decreciente y de hallar la ecuación de una recta tangente cuando se les dio la ecuación y el gráfico.
- Los alumnos tuvieron dificultades para hallar la derivada de  $4/x$ .
- Quedó patente que algunos alumnos no se habían estudiado la distribución normal.
- Con frecuencia los alumnos no mostraron el desarrollo de los ejercicios y perdieron todos los puntos en determinadas preguntas por limitarse a escribir una respuesta final, que encima era incorrecta.

### Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

Parece que la mayoría de los alumnos acabaron la prueba de examen e intentaron resolver todas las preguntas de las que constaba, incluyendo las unidades correctas. En la mayoría de los exámenes se mostró claramente el desarrollo de los ejercicios, con lo que estos alumnos se beneficiaron de los puntos por arrastre de error y de los puntos por método incluso en aquellos casos en los que la respuesta final era incorrecta. Los alumnos fueron capaces de sustituir en las fórmulas que aparecen en el cuadernillo de fórmulas, de escribir con palabras  $q \Rightarrow p$ , de hallar el volumen de una esfera, de extraer valores de un diagramas de caja y bigotes, de utilizar una ecuación exponencial para hallar valores y de utilizar la calculadora para hallar una respuesta (p. ej., el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson). Los buenos alumnos tuvieron pocos problemas para convertir divisas, para utilizar las fórmulas trigonométricas apropiadas para hallar una longitud desconocida y para hallar el ángulo de elevación. A los alumnos se les dieron mejor aquellas preguntas planteadas sin contexto y que no requerían comentarios, explicaciones o una justificación.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### **Pregunta 1: escribir un número de la forma $a \times 10^k$ ; longitud de una circunferencia; multiplicación**

En la pregunta se les pedía a los alumnos que escribieran 150 millones de la forma  $a \times 10^k$ : muchos ignoraron la palabra «millón» y, por ende, obtuvieron una respuesta poco realista para la distancia que recorre la Tierra en su órbita alrededor del Sol. Los alumnos más flojos confundieron longitud de la circunferencia con área. En algunos casos aislados los alumnos escribieron «1.6E10», copiado directamente de la calculadora, pero esta forma de notación matemática no se considera aceptable

### **Pregunta 2: escribir con palabras $q \Rightarrow p$ y la contrarrecíproca; equivalencia lógica**

Algunos alumnos olvidaron incluir las palabras «si... entonces». Aquellos que emplearon tablas de verdad para determinar la equivalencia lógica respondieron bien a esta pregunta. Sin embargo, hubo muchos que escribieron explicaciones farragosas, incoherentes y sin sentido.

### **Pregunta 3: utilizar un diagrama de Venn para clasificar números por tipos**

Sorprendentemente, hubo pocos alumnos que supieran colocar todos los números en el lugar adecuado del diagrama de Venn. Por ejemplo, dado que  $1/3$  es un decimal periódico, muchos alumnos lo colocaron como si fuera un número irracional.

### **Pregunta 4: volumen de una esfera y de una caja; aritmética**

En general esta pregunta la resolvieron muy bien, incluyendo las unidades, que o bien eran las correctas o bien se omitieron (hubo pocos alumnos que utilizaran unidades incorrectas). La mayoría de los alumnos hallaron el volumen de un bombón, aunque algunos de ellos utilizaron una respuesta aproximada para  $\pi$ . Sin embargo, les costó más hallar el volumen de la caja; de hecho, un error habitual fue calcular  $10 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  en vez de  $10 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ . Este error conducía a un volumen negativo en el último apartado, aunque estos alumnos decidieron ignorar el signo negativo.

### **Pregunta 5: diagrama de caja y bigotes**

Muchos alumnos fueron incapaces de hallar el número de días que hay entre 43 mm (mediana) y 48 mm (tercer cuartil) a partir de un diagrama de caja y bigotes y no se dieron cuenta de que había que hallar el 25 % de 80 días para obtener la respuesta correcta.

### **Pregunta 6: área de un rectángulo y resolución de una ecuación cuadrática**

El error más habitual fue dar el área del rectángulo como  $2x \cdot x - 4$ , en vez de  $2x(x-4)$ . Solo los mejores alumnos supieron resolver la ecuación de segundo grado y descartar la respuesta que implicaba una longitud negativa.

### **Pregunta 7: cálculo de la pendiente y de la intersección con el eje x (en contexto)**

Los alumnos tuvieron problemas para elegir dos puntos del diagrama que fueran correctos, exceptuando aquellos alumnos que eligieron los puntos de corte  $x$  y  $y$ . Los alumnos utilizaron el signo de desigualdad incorrecto cuando tuvieron que comparar dos números negativos. Se utilizaron argumentos ampulosos y circulares para «justificar» si la pendiente de la rampa de una silla de ruedas resultaba o no segura. Hubo pocos alumnos que supieran reordenar correctamente la ecuación de una recta. Los examinadores comentaron que muchos de los alumnos hicieron nada más que un tímido intento por responder a esta pregunta.

**Pregunta 8:**  $\chi^2$

Algunos alumnos no obtuvieron el punto por razonamiento al responder a si habría que «aceptar» o no la hipótesis nula; con frecuencia los alumnos escribieron un enunciado vago y poco claro (por ejemplo, «es mayor»), sin explicar qué es lo que «es mayor» y con una falta de claridad sobre qué números son los que se están comparando.

**Pregunta 9: conversión de divisas**

Hubo muchos alumnos que no siguieron las instrucciones de esta pregunta (con lo que dieron la respuesta con 2 lugares decimales en vez de redondear al número entero más próximo) y que se limitaron a decir cuál era el mejor tipo de cambio sin aportar cálculos que respaldaran su respuesta.

**Pregunta 10: Razones trigonométricas del triángulo rectángulo (en contexto)**

Muchos alumnos utilizaron sen (seno) en vez de tan (tangente) para hallar la longitud desconocida y no escribieron la respuesta tanto sin redondear como ya redondeada cuando se les pidió que dieran la respuesta redondeando al número de metros más próximo. El concepto de «ángulo de elevación» es uno de los apartados nuevos del programa de estudios y mucho alumnos se confundieron a la hora de decidir qué ángulo tenían que calcular. Los alumnos lo convirtieron en un problema mucho más largo de lo necesario al utilizar el teorema de Pitágoras y luego la regla del coseno para hallar el ángulo de elevación. El uso inadecuado de radianes no se produjo en casi ningún caso.

**Pregunta 11: función exponencial (en contexto)**

Está claro que muchos alumnos utilizan logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales; éste es un método que no está incluido en el actual programa de estudios. Muchos alumnos dieron las respuestas sin aportar el desarrollo del ejercicio. Aquellos que sí que mostraron el desarrollo utilizaron el método de prueba y error y dieron la respuesta con 1 cifra significativa.

**Pregunta 12: recta de regresión lineal (en contexto)**

Los alumnos confundieron  $r$  con  $r^2$ . Muchos ignoraron el hecho de que las variables del problema eran  $t$  y  $n$ , con lo que utilizaron  $x$  y  $y$ . La ausencia de desarrollo les impidió obtener puntos por arrastre de error a aquellos que habían presentado una recta de regresión equivocada.

**Questión 13: función cúbica**

Hubo pocos alumnos que dibujaran con exactitud la recta tangente a la curva. Fue una rareza toparse con un alumno que supiera identificar correctamente el intervalo en el que la función cúbica es creciente. Solo los mejores alumnos fueron capaces de hallar la ecuación de la recta tangente.

**Pregunta 14: distribución normal**

Quedó patente que algunos alumnos no se habían estudiado la distribución normal, que es un tema que se ha incorporado recientemente al programa de estudios. Muchos examinadores comentaron que esta era la pregunta que más alumnos habían dejado sin responder. Poquísimos alumnos dibujaron aproximadamente la curva de una distribución normal con la región sombreada correcta. Aquellos alumnos que sí que intentaron responder a la pregunta lo hicieron bien, por lo general.

**Pregunta 15: derivada de una función**

Muchos alumnos se mostraron incapaces de hallar la derivada de  $4/x$ . Los mejores alumnos supieron utilizar la calculadora de pantalla gráfica para hallar las coordenadas del mínimo local.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Algunos alumnos no sabían utilizar la calculadora, por ejemplo para hallar el mínimo local de una función cúbica. Los profesores deberían explicar a los alumnos cómo se ha de utilizar la calculadora de pantalla gráfica para hallar las características de un gráfico y para aplicaciones estadísticas, como la distribución normal. Los examinadores no pueden obviar o perdonar los errores cometidos por los alumnos al meter los datos en la calculadora, por lo que los alumnos deberían comprobar con atención los valores que meten para no sacar un cero en este tipo de preguntas.

Los alumnos deberían asegurarse de que han leído las instrucciones y deberían comprobar que dan las respuestas con el grado de precisión apropiado.

Los alumnos necesitan orientación sobre cómo han de justificar las respuestas aportando pruebas numéricas (según resulte apropiado), en vez de limitarse a hacer comentarios.

A los alumnos se les debería alentar a mostrar todo el desarrollo del ejercicio, porque sin esto no se pueden conceder puntos por arrastre de error. Por ejemplo, cuando se les pidió a los alumnos que hallaran el tiempo que tenía que transcurrir para que una función exponencial alcanzara un valor determinado, muchos alumnos dieron la respuesta redondeando únicamente a 1 cifra significativa sin incluir desarrollo alguno, por lo que obtuvieron cero puntos de 3 posibles.

Se deberían cubrir todos los apartados del programa de estudios. Los profesores deberían revisar el programa de estudios y tener muy claro cómo van a enseñar los temas nuevos incluidos en el currículo, como la Distribución normal. Es posible que dichos temas no aparezcan en aquellos libros de texto escritos para versiones anteriores del programa de estudios, pero hay muchos otros recursos disponibles.

Dejen que los alumnos utilicen el cuadernillo de fórmulas durante la enseñanza de la asignatura para que así se familiaricen con él y sepan cuándo han de utilizarlo. Los alumnos deberían echar un vistazo a los exámenes de años anteriores para asegurarse de que comprenden la manera en la que se formulan las preguntas. Es importante que en el desarrollo del ejercicio aparezcan etiquetados los apartados de las preguntas, para estar seguros de que las respuestas se comunican con claridad al examinador.

## Nivel Medio – Prueba 2

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 - 13	14 - 27	28 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69	70 - 90

### Comentarios generales

Esta prueba de examen parece que fue bastante accesible. La mayoría de los alumnos demostraron tener un buen conocimiento del material de la asignatura y la capacidad de aplicar dichos conocimientos para responder a las preguntas del examen.

### Áreas del programa y del examen que les resultaron difíciles a los alumnos

- En la pregunta 1, los alumnos tuvieron algunas dificultades con la probabilidad condicional y con la combinada.
- Los alumnos mostraron una cierta confusión cuando les tocó abordar triángulos que no eran rectángulos. Muchos alumnos utilizaron conceptos que solo son válidos para triángulos rectángulos, como el teorema de Pitágoras y SOHCAHTOA.
- En la pregunta 3, los alumnos no siempre fueron capaces de interpretar las escalas de la curva de frecuencias acumuladas.
- En la pregunta 4, las respuestas no se dieron con el grado de precisión correcto (el que se había indicado en las instrucciones). Los alumnos mezclaron las fórmulas de la progresión aritmética con las de la progresión geométrica. Muchos alumnos no supieron distinguir entre

ambos tipos de progresiones.

- En la pregunta 5, los alumnos no lograron hacer un bosquejo de un gráfico con ayuda de la calculadora de pantalla gráfica y no fueron capaces de mostrar el comportamiento asintótico del gráfico. Además, hubo muchos alumnos que no mostraron todas las fases del desarrollo en las preguntas de tipo «Mostrar que».
- En la última pregunta de la prueba, parece que a la mayoría de los alumnos les resultó difícil hallar el valor de «a» tras sustituir los valores e interpretar  $x$ .

## Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

- Muchos alumnos se sintieron cómodos con la probabilidad simple de la pregunta 1.
- En la segunda pregunta, los alumnos demostraron conocer bien las reglas del seno y del coseno. Utilizaron correctamente las reglas y sustituyeron los valores correctos en las fórmulas apropiadas.
- Los alumnos parecían estar todos bien preparados para abordar la tabla de frecuencias acumuladas e interpretar el gráfico de frecuencias acumuladas.
- En la pregunta 4, los alumnos estaban bien preparados para utilizar la fórmula del interés compuesto y los conceptos de progresión aritmética.
- Muchos alumnos resolvieron correctamente las derivadas y hallaron los volúmenes de la pregunta 5.

A muchos alumnos no les resultó difícil resolver  $\frac{dS}{dw} = 0$  por métodos algebraico o utilizando la calculadora de pantalla gráfica.

- En la última pregunta, la mayoría de los alumnos resolvieron correctamente las ecuaciones de segundo grado y demostraron conocer bien el concepto de volumen porcentual.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1: Probabilidad

Casi todos los alumnos lograron los 3 puntos en el apartado (a).

Los apartados (b)(i) y (ii) los abordaron bien, por lo general. El apartado (b)(iii) tuvo una peor respuesta por parte de la mayoría de los alumnos. Algunos alumnos obtuvieron valores mayores que 1 pero no se dieron cuenta de que un valor así no podía ser correcto.

En cuanto al apartado (c), los alumnos también lo abordaron bien.

En el apartado (b) muchos alumnos obtuvieron 1 punto por intentar calcular  $0,3 \times 0,7$ .

### Pregunta 2: Trigonometría

En el apartado (a), la mayoría de los alumnos mostraron la respuesta correcta: 1.220 m. Algunos alumnos no mostraron el valor sin redondear (1.216) y, por lo tanto, no pudieron obtener los dos puntos.

En cuanto al apartado (b), casi todos los alumnos lo abordaron correctamente. Unos pocos escribieron 330 o 305, en lugar de 303.

En el apartado (c), la mayoría de los alumnos utilizaron la regla del coseno y sustituyeron correctamente los valores en la fórmula. Algunos no aplicaron la raíz cuadrada. Muy pocos alumnos utilizaron medidas en radianes. Algunos de los alumnos utilizaron la regla del seno y otros abordaron el problema como si se tratara de un triángulo rectángulo y utilizaron el teorema de Pitágoras y/o SOHCAHTOA.

En cuanto al apartado (d), los alumnos lo abordaron bien. Casi todos los alumnos obtuvieron la máxima puntuación en este apartado, pues incluso aquellos que habían obtenido un valor incorrecto en el apartado (c) recibieron puntos por arrastre de error.

En cuanto al apartado (e), los alumnos lo abordaron bien. Muchos alumnos obtuvieron la máxima puntuación o al menos 2 puntos por sustituir correctamente los valores en la fórmula apropiada.

En el apartado (f) muy pocos alumnos omitieron las unidades. La mayoría de los alumnos utilizaron la fórmula correcta, aunque algunos perdieron 1 punto por realizar incorrectamente la sustitución. Dichos alumnos utilizaron los ángulos y/o los ángulos incorrectos.

### Pregunta 3: Estadística

En lo que respecta al apartado (a), los alumnos lo abordaron bien.

El apartado (b) también lo abordaron bien, salvo en algunos casos en los que el alumno redondeó 12,5 a 13, lo que en esta pregunta era incorrecto.

En cuanto al apartado (c), la mayoría de los alumnos también lo abordaron bien. Muchos mostraron el desarrollo del ejercicio (cálculos y/o razonamientos). Algunos otros lo resolvieron directamente en la calculadora.

En cuanto al apartado (d), los alumnos lo respondieron bien.

El apartado (e), en la mayoría de los casos, se resolvió correctamente. Algunos alumnos leyeron mal las escalas, en las que 1 cm representaba 10 minutos. Ningún alumno utilizó el signo de desigualdad a la hora de dar sus respuestas.

### Pregunta 4: Finanzas

Hubo muchos alumnos que no prestaron atención al grado de precisión que se pedía en esta pregunta.

En el apartado (a) las respuestas de los alumnos fueron muy buenas.

La mayoría de los alumnos pudieron abordar el apartado (b) sin mayores dificultades. Muchos utilizaron la larga lista de 24 términos. Algunos alumnos se limitaron a hallar el 24º término, en vez de calcular la suma de los 24 primeros términos.

En el apartado (c), muchos alumnos obtuvieron una razón ( $r$ ) incorrecta. Obtuvieron 3 puntos de 5 posibles, en aquellos casos en los que habían utilizado el método correcto.

Muchos alumnos obtuvieron la respuesta correcta en el apartado (d), incluso aunque en los apartados anteriores hubiesen obtenido resultados incorrectos. La mayoría de los alumnos utilizaron la fórmula del interés compuesto, en vez de la aplicación de finanzas de la calculadora de pantalla gráfica. Aquellos que se decantaron por esta última opción mostraron claramente todos los datos introducidos.

Muchos alumnos no obtuvieron el punto del apartado (e) al no haber ni siquiera intentado el apartado anterior. Por lo tanto, no tenía sentido comparar entre ambas opciones.

En cuanto al apartado (f), hubo muchos alumnos que respondieron acertadamente. Aquellos que no lograron resolver este apartado fue porque no hicieron bien la sustitución en la fórmula del interés compuesto. Muchos alumnos respondieron 8 % en este apartado y obtuvieron G0 en aquellos casos en los que no se mostró el desarrollo del ejercicio.

### Pregunta 5: Álgebra

En el apartado (a), la mayoría de los alumnos dieron por respuesta  $3000 = 20lw$ . Algunos utilizaron A para referirse a  $lw$ .

En el apartado (b), la mayoría de los alumnos dieron respuestas acertadas. Dado que se trata de una pregunta de tipo «Mostrar que» los alumnos tenían que mostrar claramente las fases del desarrollo del ejercicio para optar a la máxima puntuación.

El apartado (c) era una pregunta de tipo «Mostrar que» que resultó difícil de puntuar. Pocos alumnos fueron capaces de dar claramente una expresión y, a continuación, sustituir / en dicha expresión.

En el apartado (d) hubo muy pocos alumnos que lograran la máxima puntuación. Los errores más habituales fueron el comportamiento asintótico y la suavidad del gráfico.

En cuanto al apartado (e), los alumnos lo resolvieron bien. En algunos casos escribieron 4 como 40 y 300 en lugar de  $-300$ . Algunos alumnos cometieron errores por estar simplificando y derivando al mismo tiempo. Realizaron sin darse cuenta una derivada segunda u obtuvieron  $40+4=44$  para el término constante de la derivada.

Los apartados (f) y (g) se abordaron acertadamente.

Debido a la naturaleza del apartado (h) fue difícil conceder los puntos cuando la respuesta era 109 o 110. Aquellos alumnos que dieron la respuesta con al menos 1 lugar decimal sí que puntuaron. Este caso fue bastante poco común. La mayoría de los alumnos dejaron la respuesta sin redondear.

### **Pregunta 6: Funciones y volúmenes**

La mayoría de alumnos contestaron bien al apartado (a).

En el apartado (b), muchos alumnos obtuvieron  $a = 0$ .

En el apartado (c) el error más habitual fue la omisión del «cuadrado» en la  $x$ .

En cuanto al apartado (d), los alumnos lo abordaron bien.

En el apartado (e) la mayoría de los alumnos interpretaron correctamente la « $y$ » como la altura. Muy pocos alumnos supieron interpretar la « $x$ » en el contexto de este problema.

En cuanto al apartado (f), muchos alumnos lo resolvieron bien.

En el apartado (g)(i) muchos alumnos multiplicaron 2,55 por 9. En cuanto al apartado (g)(ii), la mayoría de los alumnos lo resolvió muy bien.

## **Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

- Céntrese más en la probabilidad condicional y combinada.
- Los alumnos deberían ser capaces de distinguir un triángulo rectángulo de uno que no lo es.
- A los alumnos les resultó difícil interpretar las escalas. Tienen que estar mejor preparados para calcular el valor de 1 mm (1 cuadrado pequeño) en los gráficos.
- Asimismo, los alumnos deberían estar mejor preparados para calcular la suma de los términos de una progresión aritmética y la suma de los términos de una progresión geométrica. Hay que animar a los alumnos a utilizar fórmulas en vez de listas, especialmente cuando haya muchos términos implicados.
- Asimismo, se les debería alentar a los alumnos a que lean con detenimiento las instrucciones y a que den las respuestas con el grado de precisión que les pidan.
- Los alumnos deben practicar el bosquejo de gráficos nuevos (con los que no estén familiarizados) con ayuda de su calculadora. Se les debe animar a que utilicen el dominio dado y a que analicen el gráfico en busca de las características fundamentales. Esto les ayudará a tener una mayor precisión a la hora de hacer un bosquejo del gráfico.
- Los alumnos deberían estar más familiarizados con las asíntotas y con el comportamiento asintótico de los gráficos.
- A los alumnos se les debería alentar a que muestren todas las fases del desarrollo de los

ejercicios, en particular en aquellas preguntas que sean de tipo «Mostrar que».

- Hay que dejar muy claro a los alumnos que el no mostrar el desarrollo del ejercicio (es decir, los cálculos/razonamientos hechos) puede tener como resultado que obtengan menos puntos.
- Los alumnos deberían estar mejor preparados para responder a preguntas que estén enmarcadas en contextos específicos. Tienen que estar preparados para aplicar conceptos en distintos contextos.
- Los alumnos deberían reflexionar sobre la precisión con la que han dado sus respuestas en el contexto concreto del problema.
- A los alumnos se les debe enseñar a utilizar técnicas de resolución de problemas en situaciones nuevas o con las que no estén familiarizados.