

Mayo 2013 – Informe de la asignatura

## ESTUDIOS MATEMÁTICOS TZ2

(IB África, Europa y Oriente Medio y región Asia-Pacífico del IB)

### Bandas de calificación de la asignatura

#### Nivel Medio

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 – 17	18 – 32	33 – 44	45 – 57	58 – 70	71 – 83	84 – 100

### Variantes de los exámenes según la zona horaria

Para proteger la integridad de los exámenes, cada vez se están utilizando más distintas variantes de los exámenes según la zona horaria donde se realice. Al recurrir a variantes del mismo cuestionario de examen, los alumnos ubicados en una parte del mundo no estarán respondiendo al mismo cuestionario de examen que los alumnos ubicados en otras partes del mundo. Se aplica un proceso muy riguroso para garantizar que las diversas variantes del examen sean comparables en términos de dificultad y de cobertura del programa de estudios, y se toman las medidas pertinentes para garantizar que se apliquen las mismas normas de calificación a todos los exámenes escritos de los alumnos, independientemente de cuál haya sido la versión del examen a la que hayan respondido. Para la convocatoria de exámenes de mayo de 2013 el IB ha elaborado variantes de los exámenes de Estudios Matemáticos para distintas zonas horarias.

### Proyecto para Nivel Medio

#### Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 – 4	5 – 6	7 – 8	9 – 11	12 – 14	15 – 16	17 – 20

### Ámbito y adecuación del trabajo entregado

La mayoría de los temas elegidos este año resultaron adecuados para el proyecto de Estudios Matemáticos. En algunos casos, los temas eran demasiado descriptivos y tenían poco (o ningún) contenido matemático. En estos casos concretos, el profesor debería haber tratado de disuadir a los alumnos.

Como suele suceder cada año, la mayoría de los alumnos se decantaron por redactar un proyecto sobre estadística. Otros tipos de proyectos (como los de utilización de modelos, optimización, probabilidad, trigonometría, series o matemáticas financieras) fueron mucho más escasos.

La mayoría de los proyectos tenían un título. El grado de claridad del enunciado de la tarea y de los detalles de la planificación fue bastante variable. Es importante que el alumno redacte un plan claro en el que explique lo que va a hacer y los procedimientos matemáticos que va a utilizar en el proyecto, y que exponga las razones por las que va a utilizar dichos procedimientos. Esto le ayudará a centrarse y evitará que incluya en su proyecto procedimientos no pertinentes.

Unos pocos alumnos utilizaron pruebas estadísticas no incluidas en el programa de estudios y, incluso en aquellos casos en los que los procedimientos matemáticos eran correctos, daba la impresión de que no siempre entendían en su totalidad las pruebas que estaban utilizando.

Hubo también algunos proyectos muy cortos y redactados con prisas que no parecían haber ocupado las 20 horas de trabajo de clase y la cantidad similar de horas asignadas a tareas para casa. También hubo alumnos que presentaron un proyecto incompleto de una o dos páginas con el fin de evitar ser descalificados para la obtención del diploma.

Casi todos los proyectos incluían datos que variaban en cantidad de unos pocos datos a cientos de datos. Es necesario observar que incluir muchos datos no siempre implica que los datos sean de calidad. No obstante, en esta convocatoria hubo varios ejemplos de proyectos que contenían datos de gran calidad. Algunos alumnos no incluyeron los datos primarios. En estos casos al moderador le resulta imposible saber si los datos son de calidad y tampoco puede comprobar si las tablas se han elaborado correctamente o si los procedimientos matemáticos son correctos. Además, algunos alumnos olvidaron adjuntar una copia de su cuestionario o encuesta. Cuando el alumno utiliza una muestra de datos aleatoria, debe incluir una explicación sobre el método utilizado para seleccionar dicha muestra "aleatoria".

Los procedimientos matemáticos simples se realizaron a menudo haciendo uso de la tecnología, sin incluir ninguna explicación adicional. El alumno debería dar un ejemplo de cómo hallar una media o mostrar la forma de calcular los ángulos para cada sector de un gráfico circular. Unos cuantos alumnos no incluyeron ninguno de los procedimientos simples, saltando directamente a una prueba de chi-cuadrado y, por tanto, su prueba de chi-cuadrado fue considerada como su primer procedimiento simple, por lo que no obtuvieron una buena puntuación en el criterio C. Los principales errores encontrados en los procedimientos complejos se cometieron, como siempre, en la prueba de chi-cuadrado (no se indicó la hipótesis nula, se incluyeron datos primarios o porcentajes en lugar de frecuencias en la tabla de valores observados, había demasiadas entradas inferiores a 5 en la tabla de valores esperados) y en la regresión (a la hora de dibujar o calcular la recta de regresión cuando el coeficiente de correlación no es ni moderado ni fuerte). Además, en algunos casos la prueba de chi-cuadrado se llevó a cabo sin comentar cómo se habían determinado los límites entre las distintas celdas. Debería incluirse un apartado de discusión, en el que se diga si se ha utilizado la media, la mediana o algún otro valor, y se expliquen los motivos de dicha elección. Hubo un uso excesivo de la tecnología, y con frecuencia los resultados se dieron sin incluir el desarrollo, la interpretación o la justificación pertinentes. El profesor debe fomentar la presencia de algunos cálculos, ya que es difícil para el moderador verificar si los alumnos saben o no lo que están haciendo. La mayoría de los proyectos tenían al menos una interpretación que era coherente con el análisis. Actualmente, muchos alumnos logran obtener un punto por la validez, pero muy pocos consiguen la calificación más alta en este criterio. Generalmente los proyectos tienen cierta estructura pero no siempre emplean la notación y la terminología adecuadas.

Las recomendaciones dadas a los alumnos varían de un colegio a otro, así como también varía la calidad de los comentarios de los profesores en los formularios 5/PJCS. Es importante que el profesor escriba un comentario para cada uno de los criterios de evaluación explicando por qué han concedido esa calificación, ya que esto es de gran ayuda durante el proceso de moderación. Los profesores también deben escribir comentarios sobre el proyecto y comprobar la exactitud de los procedimientos matemáticos.

También es muy importante que los profesores realicen un seguimiento del proyecto a lo largo de las diversas fases del mismo, con el fin de evitar casos de plagio. Este año ha habido más casos de plagio que nunca.

## Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

### **Criterio A:**

Muchos alumnos lograron obtener dos puntos en este criterio. Aquellos que no obtuvieron dos puntos fue normalmente porque no tenían un plan claro que describiese lo que iban a hacer, o porque su proyecto carecía de título. Los profesores deben insistir en la importancia de redactar un enunciado claro de la tarea y un plan claro y detallado que explique cómo van a lograr lo establecido en ese enunciado. Esto hace que el alumno se centre y, generalmente, da como resultado un proyecto claro y que sigue un orden lógico. Todavía hay algunos alumnos a los que les cuesta hacer esto de manera clara y concisa. En muchos casos esto se debe a que han elegido un tema poco adecuado, que el profesor debería haber desaconsejado. Muchos alumnos explican cómo van a recabar los datos, pero no describen los procedimientos matemáticos que van a utilizar en el proyecto. Aquellos que tenían un enunciado claro de la tarea y un plan claro normalmente elaboraron un trabajo que obtuvo una mejor calificación.

### **Criterio B:**

Muchos alumnos recopilaron datos que resultaban apropiados para su proyecto, pero que no eran suficientes para llevar a cabo los procedimientos matemáticos enunciados en la tarea. En otros casos el problema no fue la cantidad de datos recabados sino la calidad de los mismos, que a menudo era discutible. Pocos alumnos describieron el método de muestreo utilizado, y los profesores deberían insistir más en esto. Los alumnos que utilizan datos de Internet o de otras fuentes secundarias deben también recordar que han de indicar dichas fuentes en la bibliografía. También tienen que pensar en la pertinencia de estos datos para su proyecto. Todos los datos primarios se deben incluir en el proyecto, para que el moderador pueda comprobar la exactitud de las tablas y de los procedimientos matemáticos. También hay que incluir una muestra del cuestionario utilizado junto con los datos primarios, de modo que el moderador pueda comprobar la exactitud de todas las tablas de valores incluidas en el proyecto. Utilizar datos que sean demasiado sencillos tiene repercusiones en todo el proyecto, pues limitan los procedimientos matemáticos que pueden aplicarse, las interpretaciones y la comunicación.

### **Criterio C:**

Los procedimientos matemáticos utilizados en el proyecto han de llevarse a cabo de manera pertinente y con sentido. Algunos proyectos contenían muchos cálculos matemáticos, pero algunos de ellos carecían de sentido o no resultaban pertinentes para dicho proyecto. En muchos de los proyectos los procedimientos matemáticos se llevaron a cabo utilizando medios tecnológicos. Todos los procedimientos matemáticos que utilicen únicamente medios tecnológicos serán considerados procedimientos simples. Todos los procedimientos tales como la media, la mediana, el gráfico de sectores, la prueba de chi-cuadrado, la correlación y la recta de regresión se podrían haber demostrado a mano, mostrando así al moderador que el alumno sabía lo que estaba haciendo. Algunos alumnos no incluyeron ningún procedimiento matemático simple, sino sólo una prueba de chi-cuadrado o una recta de regresión. Cuando no se incluyen procedimientos simples, en ese caso el primer procedimiento complejo se cuenta como simple. Es importante que el alumno sea consciente de este hecho. Tal y como se mencionó anteriormente, los alumnos todavía cometen muchos errores en la prueba de chi-cuadrado y dibujan rectas de regresión en gráficos donde existe muy poca o ninguna correlación. Esto hace que el procedimiento no resulte pertinente y que la calificación obtenida este criterio se vea reducida.

### **Criterio D:**

El proyecto fluye mejor si se establecen conclusiones parciales después de cada procedimiento matemático y luego, al final, se da una conclusión general. La mayoría de los alumnos consiguieron dar al menos una interpretación que fuera coherente con el análisis realizado, pero pocos pudieron presentar explicaciones detalladas de los cálculos realizados, generalmente debido al hecho de que el proyecto era demasiado simple. Algunos alumnos intentaron justificar sus resultados basándose en sus propias convicciones personales, en lugar de basarse en los procedimientos matemáticos que

habían realizado. Los profesores tienen que alentar a los alumnos a que comprueben que sus interpretaciones y/o conclusiones se elaboran de manera integral.

**Criterio E:**

Los alumnos incluyen ahora más comentarios sobre el proceso de recopilación de datos y sobre los resultados obtenidos, y hacen sugerencias para ampliaciones o mejoras. Pocos son capaces de hacer comentarios acertados sobre la validez de los procedimientos matemáticos que han utilizado a lo largo de su proyecto. Muchos alumnos incluyen ahora sus observaciones sobre validez bajo un epígrafe titulado “Conclusiones/validez”, como si fueran dos caras de la misma moneda. Los alumnos necesitan ayuda para comprender que tienen que decidir qué técnicas van a utilizar y cuáles no han de utilizar. El comentar por qué utilizaron o por qué dejaron de utilizar una técnica dada demuestra que comprenden bien el concepto de validez.

**Criterio F:**

En su conjunto, la presentación de los proyectos fue buena. La mayoría de los proyectos se redactaron con un procesador de textos, e incluían tablas y gráficos que eran fáciles de seguir. Muchos proyectos tenían una estructura razonable, pero debido a errores de notación y terminología sólo recibieron 1 punto en este criterio. Los errores más comunes son: \* para el producto (multiplicación), ^ para “elevado a”, X2 para el (2, E para “10 elevado a” y confundir el coeficiente de correlación con el coeficiente de determinación.

**Criterio G:**

La mayoría de los profesores lo aplica correctamente. Algunos colegios abusan de este criterio y otorgan a todos los alumnos la calificación más alta con independencia de la calidad del proyecto.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Los profesores pueden ayudar a sus alumnos de muchas formas:

- Asegúrese de que leen el Informe del Examinador.
- Asegúrese de que conocen (y comprenden) los criterios de evaluación.
- Recuerde a sus alumnos que el proyecto es un trabajo importante y que ha de reflejar un compromiso en términos de tiempo y esfuerzo.
- Anímeles a idear su propia tarea y a explicar el plan de manera detallada, ya que esto les ayuda a centrar la tarea.
- Ofrezcales ejemplos de “buenos” proyectos, para que sepan lo que se espera de ellos.
- La evaluación entre compañeros es una magnífica herramienta. Permita que los alumnos se moderen sus proyectos unos a otros.
- Compruebe que los procedimientos matemáticos utilizados en el proyecto son pertinentes.
- Anime a los alumnos a utilizar más procedimientos matemáticos complejos.
- Enseñe a los alumnos el significado y las limitaciones de las técnicas estadísticas.
- Recuerde a los alumnos que sólo han de emplear frecuencias si están utilizando la prueba de chi-cuadrado para el análisis, y que comprueben que los valores esperados son mayores que 5.
- Si los alumnos hacen uso de medios tecnológicos, recuérdelos que deben dar un ejemplo desarrollado a mano de lo que están haciendo antes de empezar a realizar operaciones con la calculadora.

- Anime a los alumnos a prestar más atención a detalles tales como rótulos y escalas en los gráficos, errores de ortografía, errores tipográficos y notación de computadores.
- Dé a los alumnos una segunda oportunidad de corregir sus errores.
- Insista en la importancia de cumplir los plazos.
- Informe a sus alumnos sobre las técnicas de muestreo.
- Recuerde a sus alumnos que han de incluir todos los datos primarios, bien en un anexo o como parte de la tarea.
- Muestre a sus alumnos cómo se usa el editor de ecuaciones cuando están utilizando un procesador de textos.
- Recuérdeles la importancia de incluir procedimientos matemáticos simples en el proyecto.
- Compruebe las operaciones incluidas en cada proyecto.
- Envíe el trabajo original del alumno al moderador.
- Reúnase con los alumnos periódicamente para hacer un seguimiento del avance del proyecto.
- Escriba un comentario para justificar cada nivel de logro que ha concedido.

## Nivel Medio - Prueba 1

### Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Rango de puntuaciones:	0 – 13	14 – 27	28 – 37	38 – 50	51 – 63	64 – 76	77 – 90

### Comentarios generales

La prueba parece que resultó accesible y que cubrió adecuadamente el programa de estudios. La prueba tuvo la duración adecuada y constó de preguntas con distinto grado de dificultad. La mayoría de los alumnos demostraron un buen conocimiento y una buena comprensión del programa de estudios. Muchos de ellos fueron capaces de elegir y utilizar las estrategias y las técnicas matemáticas adecuadas a la hora de abordar las preguntas. Fue agradable observar que los alumnos reconocieron y demostraron una buena comprensión de las aplicaciones prácticas que tienen las matemáticas.

### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Las siguientes áreas parece que les resultaron difíciles a muchos alumnos:

- Tipos de números.

- Establecer la hipótesis nula, hallar el número de grados de libertad cuando no se proporciona la tabla de valores observados.
- Período, amplitud, recorrido de una función trigonométrica..
- Resolución de sistemas de ecuaciones (por métodos algebraicos y utilizando una calculadora de pantalla gráfica)
- Probabilidad – suma y multiplicación de probabilidades.
- Derivada de términos que incluyan índices negativos.
- Resolución de una ecuación que incluya índices negativos.
- Resolver funciones exponenciales utilizando la calculadora de pantalla gráfica.
- Interés compuesto – tipo de interés compuesto trimestralmente.

## Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos parecían estar bien preparados en las siguientes áreas:

- Interpretar los datos de la tabla de frecuencias acumuladas.
- Escribir la ecuación de una recta.
- Hallar el área y el perímetro de una forma geométrica.
- Hallar la mediana y la media de un conjunto de datos.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1: Aritmética y álgebra

Muchos alumnos no prestaron atención a la palabra “valor exacto” del apartado (a). La mayoría de los alumnos realizaron correctamente los diversos redondeos que se requerían en el apartado (b). En el apartado (c), muchos alumnos utilizaron el valor obtenido en el apartado (a) o en el (b)(i), en vez de utilizar el valor del apartado (b)(ii) para escribirlo de forma normalizada (estándar), tal y como se pedía en el examen.

### Pregunta 2: Conjuntos, lógica y probabilidad

A pesar de que la mayoría de los alumnos obtuvieron muy buena puntuación en la implicación del apartado (a), sorprendió ver que había muchos alumnos que no habían entendido correctamente los conceptos de disyunción y negación. Hubo muchos alumnos que no consiguieron resolver satisfactoriamente la segunda y la tercera columnas de la tabla de verdad. En el último apartado de la pregunta, no hubo muchos alumnos que fueran capaces de explicar claramente por qué el enunciado no era una contradicción.

### Pregunta 3: Aritmética y álgebra

Muy pocos alumnos lograron la máxima puntuación en esta pregunta. La principal dificultad radicó en el conjunto de números racionales. Muchos alumnos marcaron  $\sqrt{7}$  con un tic, como si fuera un número racional. Sorprendentemente, muchos alumnos no fueron capaces de señalar correctamente el conjunto de números reales.. Algunos números que tenían que estar no fueron incluidos en la lista..

**Pregunta 4: Estadística**

La mayoría de alumnos contestaron correctamente a esta pregunta. Fue agradable comprobar que los alumnos interpretaron correctamente los datos de la tabla de frecuencias acumuladas. El apartado (b) también lo resolvieron muy acertadamente.

**Pregunta 5: Geometría y trigonometría**

Algunos alumnos lograron resolver bastante satisfactoriamente esta pregunta. Se observó que muy pocos alumnos tenían la calculadora en modo radianes. Aquellos que tenían la calculadora en modo radianes no podían entender que el valor que habían obtenido en el apartado (b) estaba dando lugar a una respuesta imposible. Cuando las reglas del seno y del coseno se utilizaron correctamente, la mayoría de los alumnos realizaron las sustituciones debidas en las fórmulas. Sin embargo, cabe destacar que muchos alumnos obtuvieron respuestas distintas al redondear al final a 2 cifras decimales, debido al redondeo prematuro de los resultados intermedios.

**Pregunta 6: Estadística**

Muchos alumnos lograron resolver bien esta pregunta. Incluso si el número de grados de libertad fue incorrecto, muchos alumnos fueron capaces de obtener consiguientemente el valor crítico a partir de la tabla de valores críticos. También lograron extraer una conclusión coherente con los valores de los apartados (b) y (c), realizando la comparación apropiada entre el valor calculado de chi-cuadrado y el valor crítico de chi-cuadrado. Lamentablemente, muchos alumnos siguen utilizando la palabra “correlacionada”, “relacionada” o “vinculada” a la hora de definir la hipótesis nula.

**Pregunta 7: Funciones**

En el apartado (a), algunos alumnos no asociaron correctamente el término “período” con el coeficiente de  $x$  en la ecuación  $y = a \operatorname{sen} bx + c$ . Muchos escribieron que la amplitud era igual a  $-2$ , en vez de escribir el valor absoluto 2. No hubo muchos alumnos capaces de decir cuáles eran los extremos del recorrido. Muchos alumnos entendieron que en este apartado se esperaba que respondieran con una desigualdad. Algunos alumnos dieron el recorrido como un único número, y escribieron  $(3 - -1) = 4$ . En el último apartado de esta pregunta, varios alumnos lograron hallar el número de soluciones correcto. Algunos alumnos no prestaron atención a lo que se les estaba preguntando y, en su lugar, hallaron las soluciones.

**Pregunta 8: Geometría y trigonometría**

A algunos alumnos les costó describir la ecuación de la recta dada de la forma  $y = mx + c$ . *Algunos pensaron que el coeficiente de  $x$  (es decir, 2) era la pendiente de la recta. Muchos alumnos lograron hallar la pendiente de la recta perpendicular del apartado (b) haciendo la inversa del valor obtenido en el apartado (a) y cambiando el signo al resultado.* Sin embargo, no hubo muchos que lograran resolver correctamente el sistema de ecuaciones del apartado (d), ni por métodos algebraicos ni utilizando la calculadora de pantalla gráfica. A los alumnos casi nunca se les concedieron puntos de método, al no mostrar ningún método en el cuadro para cálculos.

**Pregunta 9: Geometría y trigonometría**

La mayoría de alumnos respondieron correctamente a los apartados (a), (b) y (c). Fue estupendo comprobar que muchos de los alumnos habían incluido las unidades correctas en sus respuestas. No hubo muchos alumnos que resolvieran correctamente el apartado (d). Esto se debió principalmente a que no se utilizaron las fórmulas apropiadas.

**Pregunta 2: Conjuntos, lógica y probabilidad**

El apartado (a), en la mayoría de los casos, se resolvió correctamente. Sin embargo, hubo muy pocos alumnos que lograran resolver correctamente los dos apartados siguientes: En el apartado (b), muchos alumnos sumaron las probabilidades. En el apartado (c), se utilizó la suma donde había que usar la multiplicación y viceversa. Algunos alumnos utilizaron la probabilidad con reposición.

**Pregunta 11: Introducción al cálculo diferencial**

En el apartado (a), hubo muy pocos alumnos capaces de hallar la derivada de

$\frac{-2}{x^2}$ . Muchos alumnos lograron 1 punto por hallar la derivada de  $3x$ . En el apartado (b), de entre aquellos que respondieron correctamente al apartado (a), a muchos les costó resolver

$$x^{-3} = 8.$$

En vez de igualar la derivada a 35, un error habitual en este apartado fue sustituir la  $x$  por 35 en la derivada.

**Pregunta 12: Matemáticas financieras**

La mayoría de los alumnos resolvieron muy bien el apartado (a). En el apartado (b), se concedieron algunos puntos a aquellos alumnos que incluyeron el desarrollo (el razonamiento seguido y los cálculos realizados). Muchos alumnos lograron al menos 1 punto en (b) por mostrar dicho desarrollo. Algunos alumnos perdieron un punto por no redondear la respuesta al número entero de dólares más próximo.

**Pregunta 13: Funciones**

En esta pregunta, no hubo muchos alumnos que entendieran que  $3^0 = 1$ . Muchos utilizaron 3 (en lugar de 1) en el apartado (a). En el apartado (b), algunos alumnos “tradujeron” 2 horas 30 minutos como 2,3 horas. Los alumnos lograron un punto por redondear correctamente el valor a la centena más próxima.

En el apartado (c), no hubo muchos alumnos capaces de dar con la respuesta correcta: 3,51 h. Fue agradable comprobar que muchos de los alumnos habían incluido en su respuesta el desarrollo (razonamiento seguido y operaciones realizadas). Esto les permitió obtener algunos puntos en este apartado. La calculadora de pantalla gráfica no siempre se utilizó de manera eficiente para resolver la ecuación, escrita correctamente.

**Pregunta 14: Estadística**

En el apartado (a), muchos alumnos consiguieron hallar el valor de  $p$ . En el apartado (b), algunos alumnos no dieron con la respuesta correcta al saltarse algún número mientras reordenaban la lista. Algunos alumnos redondearon la respuesta decimal al número entero más cercano; p. ej.,  $5,5 \rightarrow 6$ . En cuanto al apartado (c), muchos alumnos dieron respuestas bastante acertadas.

**Pregunta 15: Matemáticas financieras**

La mayoría de los alumnos respondieron a la última pregunta del examen y muchos de ellos lograron al menos dos puntos por realizar las sustituciones correctas en la fórmula del interés compuesto. No hubo muchos alumnos que multiplicaran el número de años  $n$  por 4 y dividieran el tipo [de interés]  $r$  entre 4. En la mayoría de los casos, se redondeó la respuesta al número requerido de lugares decimales. En el apartado (b), muchos candidatos lograron escribir una ecuación correcta para hallar el tipo [de interés], pero muy pocos fueron capaces de resolver dicha ecuación.

## Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos

Hay que recordar a los futuros alumnos que han de evitar el redondeo prematuro, pues provoca la acumulación de errores.

Hay que recordar a los alumnos que es conveniente utilizar valores exactos o que tengan al menos 3 cifras significativas, salvo que se indique expresamente lo contrario.

Los alumnos deben utilizar con eficacia la calculadora de pantalla gráfica para:

- Resolver sistemas de ecuaciones, no necesariamente de la forma  $y = mx + c$ .
- Dibujar aproximadamente gráficos con el fin de hallar los punto de intersección.

Hay que mostrar claramente el desarrollo del ejercicio; p. ej., el bosquejo (dibujo aproximado) de los gráficos obtenidos con la calculadora de pantalla gráfica, la operaciones algebraicas realizadas, etc.

Los profesores tienen que asegurarse de que los alumnos entienden los siguientes conceptos:

- El uso de O e Y en Probabilidad.
- Los tipos de números.
- Interés compuesto, especialmente cuando el tipo [de interés] no se compone anualmente sino con otra frecuencia.
- Derivadas y ecuaciones donde haya implicadas funciones que contengan términos con índice negativo.

## Nivel Medio – Prueba 2

### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Rango de puntuaciones:</b>	0 – 16	17 – 32	33 – 44	45 – 54	55 – 64	65 – 74	75 – 90

### Comentarios generales

La prueba parece que resultó accesible y que tenía la longitud adecuada. La mayoría de los alumnos demostraron tener un buen conocimiento del material de la asignatura, y la capacidad de aplicar dichos conocimientos para responder a las preguntas del examen.

### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Las siguientes tareas supusieron todo un reto para los alumnos: Determinar la probabilidad de que se produzcan dos sucesos dados, identificar los ejes y la escala correctos en un diagrama de dispersión, utilizar la calculadora de pantalla gráfica para hallar el coeficiente de correlación  $r$ , utilizar dicho valor de  $r$  para comentar el grado de correlación, predecir qué cambios se producirán en el gráfico de la recta ajuste óptimo si se añaden puntos nuevos al conjunto de datos, calcular la superficie [el área] total y el volumen de un prisma triangular, calcular el ángulo que hay entre una recta y un plano, utilizar las fórmulas de las progresiones aritmética y geométrica en un contexto dado, determinar si un punto dado pertenece o no al gráfico de una determinada función, calcular la derivada de una función, utilizar la derivada para realizar deducciones en el contexto de la pregunta, escribir la ecuación de una recta si se conoce su pendiente y un punto perteneciente a la recta, y utilizar la calculadora de pantalla gráfica para identificar las coordenadas de los puntos de intersección de dos gráficos.

A los alumnos, las preguntas que más difíciles les resultaron fueron las de trigonometría y las de análisis. En lo que respecta al primer tema, a muchos alumnos les costó mucho la Pregunta 3, apartado (a), en la que los alumnos debían “mostrar que” un enunciado era verdadero. A muchos

alumnos no les resultó nada sencillo el utilizar la derivada para saber si un determinado punto tiene una ordenada (coordenada  $y$ ) mayor que la del vértice de la parábola. A una gran mayoría de alumnos les costó extraer conclusiones y escribir una justificación clara, sucinta y bien razonada que avalara dichas conclusiones. Algunos alumnos tuvieron cero puntos al dar una respuesta incorrecta sin incluir el desarrollo del ejercicio y el método utilizado, perdiendo así la oportunidad de lograr puntos de método. Muchos alumnos perdieron un punto al no incluir las unidades correctas.

## Áreas del programa y del examen en las que los alumnos demostraron estar bien preparados

La mayoría de los alumnos mostraron buenas habilidades de gestión del tiempo y en muy pocos exámenes hubo preguntas enteras que el alumno dejó en blanco (sin responder). La mayoría de los alumnos incluyeron el desarrollo de la pregunta (razonamiento y cálculos), de modo que se pudieron otorgar puntos de arrastre de error y puntos de método aun cuando hubiera algunos apartados de la pregunta que estuviesen incorrectos. Muchos exámenes escritos del alumno estaban muy bien presentados, aunque todavía hay alumnos que no organizan con cuidado y esmero el desarrollo de los ejercicios (cálculos, razonamiento,..) en las hojas de examen.

Se entendieron bien las siguientes tareas: dibujar y completar un diagrama de Venn, hallar la media de un conjunto de números, dibujar por aproximación [“a ojo”] una recta de ajuste óptimo, utilizar la recta de ajuste óptimo para hacer estimaciones, calcular el área de un triángulo, hallar términos concretos de una progresión aritmética o geométrica, y hallar la suma de los infinitos términos de una progresión aritmética o geométrica. Los puntos situados sobre el diagrama de dispersión de la Pregunta 2 fueron mayoritariamente correctos. La mayoría de los alumnos fueron capaces de demostrar un buen conocimiento de los conceptos matemáticos aprendidos y de sus aplicaciones.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### **Pregunta 1: Diagrama de Venn y probabilidades**

La mayoría de los alumnos resolvieron bien el apartado (a). También hubo una mayoría que respondieron correctamente a los apartados (b) y (c). Muchos alumnos recibieron puntos de arrastre de error por su diagrama de Venn. Algunas respuestas del apartado (b) fueron incorrectas, al darse en forma de fracciones. El apartado (d) resultó ser la parte más problemática de la pregunta, y hubo pocos alumnos que dieran respuestas correctas.

### **Pregunta 2: Diagrama de dispersión, recta de ajuste óptimo, y correlación**

Muchos alumnos invirtieron los ejes en el apartado (a) y utilizaron escalas incorrecta pero, en su mayoría, los puntos estaban bien situados. Las coordenadas de la media se calcularon correctamente en la mayoría de los casos y el punto estaba bien rotulado. La recta de ajuste óptimo con frecuencia se dibujó sin que pasara por el punto  $M$  y por el punto correcto de intersección con el eje  $y$ . El coeficiente de correlación se calculó correctamente en muchos de los casos, pero en algunos de ellos hubo errores de redondeo al dar el valor final. Las respuestas a los apartados (g) y (h) de esta pregunta fueron particularmente flojas, y muchos alumnos no fueron capaces de dar una razón satisfactoria que respaldara su conclusión. Muchos alumnos no fueron capaces de expresar sus ideas con claridad.

### **Pregunta 3: Geometría**

En el apartado (a) muchos alumnos parecían no saber cómo abordar la pregunta. Algunos no dieron la respuesta sin redondeo y la respuesta con redondeo y, por lo tanto, no recibieron la puntuación final. La mayoría de los alumnos resolvieron correctamente el apartado (b). Algunos alumnos perdieron un punto en los apartados (b), (c) o (d) por no utilizar las unidades correctas. Algunos alumnos perdieron un punto por redondear antes de tiempo en los apartados (b) o (d). Muchos alumnos, en el apartado (e), trataron el sólido como si fuera una pirámide, en vez de como un prisma. A los alumnos también les resultó difícil el apartado (g).

### **Pregunta 4: Progresiones/series aritméticas y geométricas**

La mayoría de los alumnos respondieron correctamente a los apartados (a) y (b). Muchos alumnos no fueron capaces de dar una respuesta satisfactoria en el apartado (c), pero muchos de ellos supieron convertir la respuesta en segundos a un valor en minutos, y lograron así al menos un punto. Los apartados (d) y (e) los respondieron bien o de manera incorrecta. Aquellos alumnos que dieron respuestas incorrectas no pudieron percatarse de que tenían que utilizar las fórmulas de la progresión geométrica. Las respuestas dadas en el apartado (f) fueron flojas, en la mayoría de los casos. Aquellos alumnos que establecieron la ecuación obtuvieron dos puntos, pero muy pocos de ellos consiguieron la puntuación máxima.

### **Pregunta 5: Análisis**

Los alumnos respondieron al apartado (a) o bien o bastante regular. La mayoría de los alumnos hallaron correctamente el segundo término de la derivada del apartado (b), pero en bastantes casos el primer término era incorrecto. Casi nadie respondió correctamente al apartado (c): algunos alumnos obtuvieron dos puntos por utilizar su derivada para hallar la coordenada  $x$  (abscisa) del vértice, pero no fueron capaces de extraer conclusiones satisfactorias sobre cuál era la ubicación del punto A con relación al vértice. En el apartado (d) hubo todo tipo de respuestas. Casi nadie respondió correctamente al apartado (e). Algunos alumnos dieron una ecuación correcta, pero no fueron capaces de convertirla a la forma especificada en el enunciado. En el apartado (f), no hubo muchos alumnos que fueran capaces de identificar las coordenadas del punto de intersección de la parábola con la recta.

## **Recomendaciones y orientación para la enseñanza de futuros alumnos**

Mostrar el desarrollo del ejercicio – En cada pregunta se deben mostrar todos los cálculos pertinentes. Se pueden conceder puntos de arrastre de error allí donde resulte apropiado.

Cuando se incluya el desarrollo del ejercicio, hay que indicar mediante un rótulo a qué apartado de la pregunta se esté respondiendo. Es necesario rotular correctamente el examen tanto para que el alumno pueda hacer un repaso rápido al finalizar el examen, como para facilitar la tarea a los examinadores cuando vayan a revisar y puntuar el trabajo del alumno.

Utilizar la calculadora de pantalla gráfica de forma más eficaz – Comprender todas las funciones relevantes de la calculadora de pantalla gráfica y las distintas maneras de utilizarla. No es necesario explicar cómo se utilizó la calculadora de pantalla gráfica (es decir; qué teclas se pulsaron, etc.) Es necesario alentar a los alumnos a que utilicen la calculadora de pantalla gráfica durante toda la asignatura. Es fundamental que el alumno esté familiarizado con el uso de la calculadora para representar gráficamente funciones poco habituales y para resolver ecuaciones.

Comprobar cuidadosamente las respuestas – Se debe recordar a los alumnos que han de comprobar las respuestas para asegurarse de que son razonables dentro del contexto de esa pregunta.

Prestar atención a la precisión que se requiere para cada respuesta concreta – Se debe recordar a los alumnos que han de dar las respuestas con el grado de precisión que se indica en la pregunta, o 3 cifras significativas si no se ha indicado nada explícitamente. También deben saber qué penalizaciones se aplican si la precisión no es la adecuada o si no se utilizan las unidades indicadas.

Conocer los términos de examen – Los alumnos deben conocer todos los términos de examen, de modo que sepan qué acción deben llevar a cabo. Asimismo, tienen que conocer la diferencia entre “dibujar aproximadamente un gráfico” y “dibujar con precisión un gráfico”, de modo que realicen el esfuerzo adecuado en cada tarea.

Aprender a escribir justificaciones claras, sucintas y bien razonadas. Es importante que los alumnos aprendan a comunicarse con claridad.

Estudiar exámenes pasados – Los alumnos deben familiarizarse con exámenes de años anteriores, con su formato y con los términos clave que se utilizan.